

# 联合制动器试验台电流控制方法的实现及改进

## 摘要

针对在飞轮和电机联合模拟制动器负载情况下,驱动电流与时间的关系难以精确确定的问题,本文详细分析了联合试验台制动的制动过程,通过对驱动电流控制基本模型的建立和评价,提出一种实时控制驱动电流的计算机控制方法。

**模型一 基本模型。**本文从刚体转动定律及能量守恒定律出发,建立了依赖于观测瞬时制动扭矩的制动器实验台驱动电流输入模型。通过对制动时间离散化的处理,在每一个时间段内视转动为匀减速运动,根据前一个时间段观测到的瞬时扭矩,计算本时间段的驱动电流,实现了工程上驱动电流输入的计算机控制方法设计。

**模型二 误差修复模型。**依赖于基本模型的计算方法所导致的能量误差主要产生于驱动电流的延时,即在观察点得到的驱动电流应当是前一时间段而不是本时段的驱动电流的真值。为了较为精确的模拟路试现实情况,本文提出利用前一时间段的能量误差,合理补偿本时间段的驱动电流,从而减少总的能量误差。

**模型三 实时控制模型。**基于逐步观测逐步的调整方法无法精确确定驱动电流和时间的关系,驱动电流的输入存在延迟,我们建立了一个基于通过电压控制电荷量进而控制驱动电流的模型。通过观测到连续的角速度值,得到连续的电压值,从而连续地输入驱动电流。理想状态下,保持电压和角速度的同步,可以输入相对精确的驱动电流,达到实时控制驱动电流,减少驱动电流延时造成的影响的目的。

关键词: 驱动电流 实时控制 误差修复 能量误差 延迟

## 1. 问题重述

汽车作为人们生活的主要交通工具之一，在人们的生活中日益占据着举足轻重的作用，汽车的优劣直接影响着国家和人民的财产和生命安全，而汽车制动器的设计则是车辆设计中最重要的一环之一。为了检测制动器的综合性能，需要在各种不同情况下进行大量路试。但是，车辆设计阶段无法路试，只能在专门的制动器试验台上对所设计的路试进行模拟试验，使试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程尽可能一致<sup>[1]</sup>。试验中，将汽车载荷在车辆平时时具有的能量转化为试验台上飞轮和主轴等机构转动时具有的等效的转动惯量，但对于某些等效的转动惯量不能精确地用机械惯量模拟试验，对于这种情况，是让电动机在一定规律的电流控制下参与工作，补偿由于机械惯量不足而缺少的能量，从而满足模拟试验的原则。然而由于制动器性能的复杂性，电动机驱动电流与时间之间的精确关系是很难得到的，而且试验中所设计的路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗的能量之间也是有误差的，即评价控制方法优劣的重要数量指标之一的能量误差。面对以上诸多问题，本文建立依赖于可观测量的电动机驱动电流的数学模型，使用计算机的控制算法，并用该方法对附表中的数据进行评价，最后对模型进行分析，建立更优的数学模型，从而减少能量误差，这对人民对国家都有着长远而重要的意义。

现在要解决以下问题：

1. 给定路试初始情况，确定等效转动惯量。
2. 给定等效转动惯量和机械惯量，确定电动机的惯量
3. 建立电动机驱动电流依赖于可观测量的数学模型。
4. 对具体方法执行的结果进行评价。
5. 按照设计的数学模型，给出根据前一个时间段观测到的瞬时转速与瞬时扭矩，设计本时间段电流值的计算机控制方法，并对该方法进行评价。
6. 改进计算机控制方法并作评价。

## 2. 模型假设

1. 假设试验台采用的电动机的驱动电流与其产生的扭矩成正比；
2. 假设试验中不考虑观测误差、随机误差和连续问题离散化、摩擦所产生的误差；
3. 试验台工作时主轴的瞬时转速与瞬时扭矩是可观测量的离散量；
4. 在模拟实验过程中，不考虑空气阻力和轴承阻力；
5. 假设试验中不考虑导线的电阻；

### 3. 问题分析

对于问题 1，我们用能量相等模型来求等效转动惯量，即

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}J\omega^2 \quad (1)$$

对于问题 2，我们将飞轮的体积划分为微元，再对微元的惯量进行积分来求飞轮惯量，即

$$J = \int_{r_1}^{r_2} r^2 dm \quad (2)$$

对于问题 3，我们根据刚体力学的转动定理，给出了基于观测离散的瞬时制动扭矩来求解驱动电流的模型，即

$$I = k \frac{J_s}{J_v} M_f \quad (3)$$

得到了驱动电流与瞬时制动扭矩成正比的关系。

对于问题 4，我们采用了对微小时间段内的制动扭矩做的功进行累加求和，求出模拟实验中制动扭矩消耗的能量，将其与实际中载荷的平动动能作比较，得出能量误差。

对于问题 5，我们给出的电流的控制模型是：先观测一个制动扭矩，计算出对应的驱动电流，将其代替下一个时间段的驱动电流，然后再进行观测，得到制动扭矩，算出相应驱动电流，并代替下一个时间段，如此重复下去。我们在这个过程中还不停地进行判断，如果观测的瞬时扭矩有几个都近似相同，我们近似认为该过程进入匀减速阶段，我们就不再观测了，输入相应的恒定电流。

对于问题 6，我们给出一种新的控制模型，即通过控制电压来控制驱动电流。其核心是将  $\int Idt$  转换为  $\int dQ$ ，并引入一个电容进行辅助控制，且得出了控制电压和飞轮角速度成正比的关系。

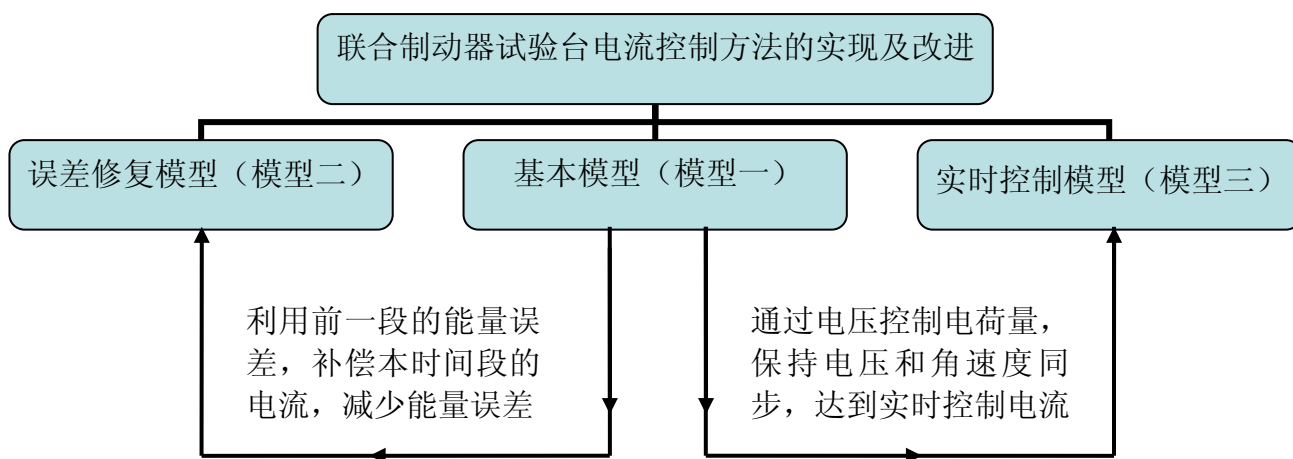
### 4. 模型使用符号说明

$C$	电容
$E$	能量
$G$	载荷
$g$	重力加速度
$h$	飞轮厚度
$I$	驱动电流

$J_v$	等效的转动惯量
$J_m$	机械惯量
$J_s$	需要补充的电惯量
$k$	驱动电流与其产生的扭矩的比例系数
$M_f$	制动扭矩
$M_i$	驱动电流扭矩
$m$	载荷的质量
$n$	飞轮转数
$Q$	电容上的电量
$r$	飞轮半径
$T$	时间
$U$	外加电压
$v$	速度
$W$	制动器做的功
$\rho$	飞轮钢材密度
$\omega$	飞轮角速度
$\varepsilon$	能量误差
$\eta$	误差百分比

## 5. 模型建立与求解

本题解题图解思路框架：



问题 1：假设  $m$  为载荷的质量， $v$  为车子平动时的初速度， $J$  为装置的等效惯量， $\omega$  为飞轮的角速度， $G$  为载荷， $g$  为重力加速度， $r$  为飞轮半径。由刚体力学：

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}J\omega^2 \quad (4)$$

$$m = \frac{G}{g} \quad (5)$$

$$v = \omega r \quad (6)$$

将 (5) (6) 带入 (4) 得：

$$J = \frac{Gr^2}{g} \quad (7)$$

其中  $r = 0.286m$ ， $G = 6230N$ ， $g = 9.8kg/N$ ，则  $J = 52.00kg \cdot m^2$ 。

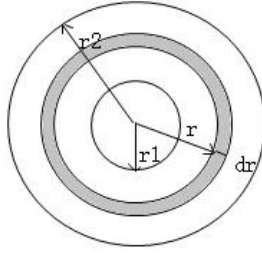
问题 2：假设  $\rho$  为飞轮钢材密度， $h$  为飞轮厚度， $r$  为飞轮上一质点到飞轮轴线的距离， $dr$  为距离的微增量， $r_1$  为圆柱环的内半径， $r_2$  为其外半径。根据图一由刚体力学：

$$dm = \rho \cdot 2\pi h r dr \quad (8)$$

$$J = \int_{r_1}^{r_2} r^2 dm \quad (9)$$

由(8)(9)得:

$$J = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi \rho h r^3 dr = \frac{1}{2} \pi \rho h (r_2^4 - r_1^4) \quad (10)$$



图一 圆柱环截面图

其中  $\pi \rho h (r_2^2 - r_1^2)$  是圆柱环的质量  $m_{\text{圆柱环}}$ ，则

$$J = \frac{1}{2} m_{\text{圆柱环}} (r_2^2 - r_1^2) \quad (11)$$

其中  $\rho = 7810 \text{ kg/m}^3$ ， $r_1 = 0.2 \text{ m}$ ， $r_2 = 1 \text{ m}$ ， $h = 0.0392, 0.0784, 0.1568 \text{ m}$ ，

则  $J = 30, 60, 120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，可以组成 10, 40, 70, 100, 130, 160, 190, 220  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$  总共 8 种数值的机械惯量，对于问题 1 中得到的等效的  $52.00 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  转动惯量，通过使用惯量范围为  $[-30, 30] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  电动机补偿能量有两种情况：

如果使用机械惯量  $40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，则应补偿  $12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  的电惯量；

如果使用机械惯量  $70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，则应补偿  $-18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  的电惯量。

**问题 3 (模型一)：** 由于主轴的瞬时扭矩和瞬时转速是可观测的离散量，

由  $M_i = J_s \frac{d\omega}{dt}$  和  $M_f = J_v \frac{d\omega}{dt}$  可推出 (12) 式。

$$M_i = \frac{J_s}{J_v} M_f \quad (12)$$

$$M_i = \frac{I}{k} \quad (13)$$

$$I = k \frac{J_s}{J_v} M_f \quad (14)$$

式中  $M_f$  是制动扭矩， $M_i$  是驱动电流扭矩， $J_s$  是需要补充的电惯量， $J_v$  是等效惯量， $I$  为驱动电流， $k=1.5 A/N \cdot m$ 。

我们可以选取一定的时间间隔，观测离散的瞬时制动扭矩，代入公式(14)可求出离散的驱动电流值。

对于问题 3 中提出的假设制动减速度为常数的情况，我们如下解答：

根据以下方程<sup>[2]</sup>

$$M_f(t) - M_i(t) = J_m \frac{d\omega}{dt} \quad (15)$$

其中  $\frac{d\omega}{dt}$  为常数， $M_i(t) = \frac{J_s}{J_v} M_f(t)$ ，其中  $J_v$  是等效惯量， $J_s$  是补充惯量，

$$J_v = J_s + J_m \quad (16)$$

其中  $M_i(t) = \frac{I}{k}$ ， $k=1.5 A/(N \cdot m)$

由(15)(16)得：

$$I = kJ_s \frac{d\omega}{dt} \quad (17)$$

在问题 1 和问题 2 的条件下，有两种  $J_s$ ， $\frac{d\omega}{dt} = 9.7125 \text{ rad/s}^2$

$$J_s = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ 时， } I = 174.8 \text{ A}$$

$$J_s = -18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{ 时， } I = -262.24 \text{ A}$$

**问题 4：**等效的转动惯量  $J = 48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，主轴初转速  $n_1 = 514 \text{ rpm}$ ，末转速  $n_2 = 257 \text{ rpm}$ ，对于每一时刻的能量有：

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (18)$$

其中  $\omega = 2\pi n/60$ ， $n$  为转速，则前后过程消耗的能量<sup>[3]</sup>

$$E = E_1 - E_2 = \frac{1}{2} J (\omega_1^2 - \omega_2^2) = \frac{1}{1800} \pi^2 J (n_1^2 - n_2^2) \quad (19)$$

带入数据，有  $E = 52150.20009 \text{ J}$ 。

对于附表中的数据，用微积分的思想，对每一小段的能量累加求和，每一小段的能量是

$$\Delta W = M_i \omega_i \Delta t \quad (20)$$

其中  $M_i$  为观测点的扭矩， $\omega_i$  为观测点的角速度， $\Delta t$  为微小时间段，

$$W = \sum_{i=1}^n \Delta W_i = 49291.94215 \text{ J}$$

还可以计算出真实和模拟的误差为：

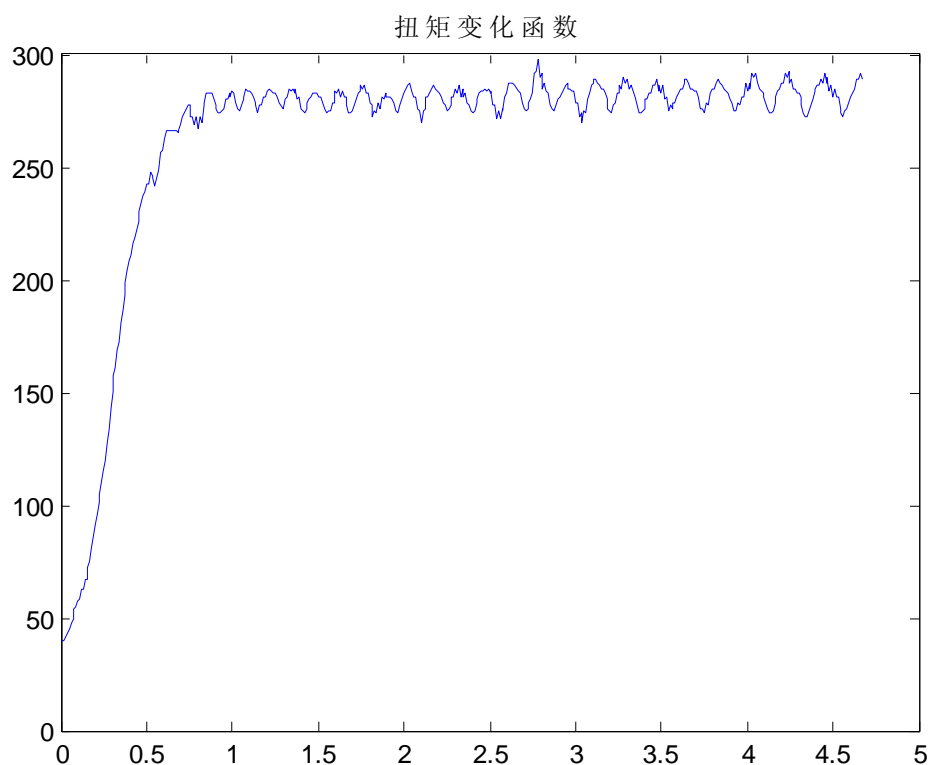
$$\varepsilon = E - W = 2858.25794 \text{ J}$$

误差百分比为：

$$\eta = \varepsilon / E = 5.48\%$$

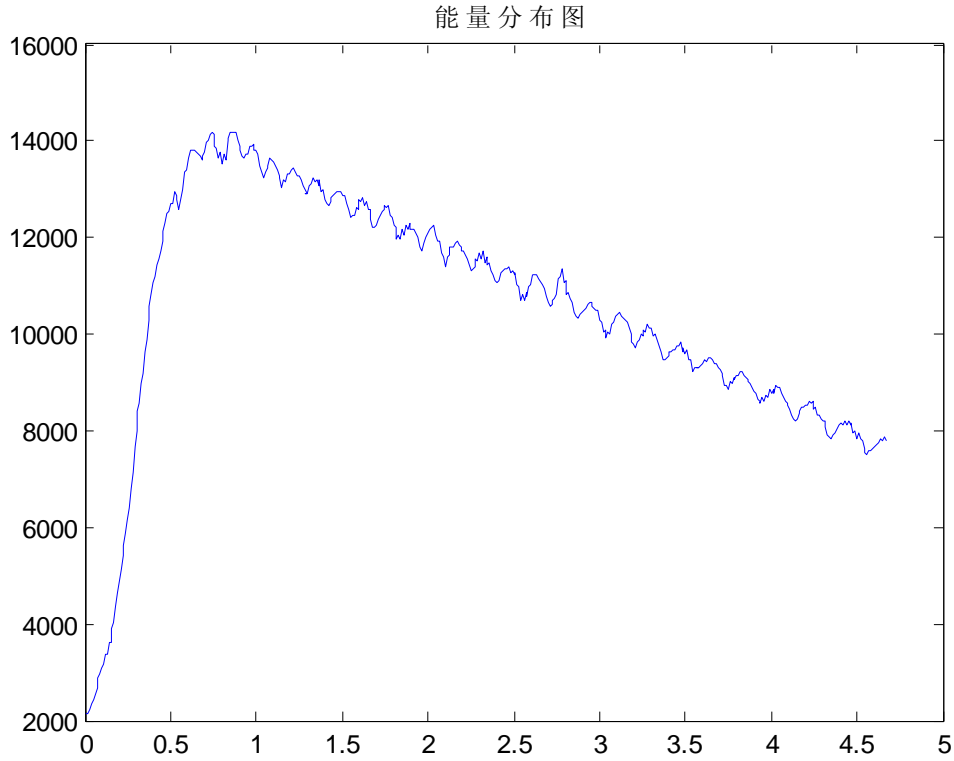
计算的结果表明并没有完全消除误差，误差的百分比还维持在一定的范围之内，说明补偿的驱动电流并不十分准确，没有补足相应的能量，还需继续改进驱动电流的调整方法<sup>[4]</sup>。

另外我们还可以分析表中数据得出图二和图三



图二 扭矩变化图





图三 能量分布图

问题 5（模型二）：第三个问题给出的数学模型是基于刚体转动定律，即  $M_i = J_s \frac{d\omega}{dt}$  和  $M_f = J_v \frac{d\omega}{dt}$ ，导出  $M_i = \frac{J_s}{J_v} M_f$ 。然后观测离散的瞬时制动扭矩，代入公式求出离散的驱动电流值，即逐步观测逐步调整的方法。下面我们将给出更为完善的电流的具体控制方法<sup>[5]</sup>：

将整个制动时间定义为  $[0, T]$ ，将其划分为  $n$  段，即  $[0, t_1]$ ， $[t_1, t_2]$ ， $[t_2, t_3]$ ，……， $[t_{n-1}, t_n]$ ，第  $k$  次观测获得的瞬时制动扭矩和瞬时转速分别为  $M_f^k$  和

$\omega_k$ ，代入式子  $M_i^k = \frac{J_s}{J_v} M_f^k$ ， $M_i^k = \frac{I_k}{k}$ ，求得驱动电流  $I_k$

$$I_k = \frac{3 J_s}{2 J_v} M_f^k \quad (21)$$

其中  $M_f^k$  是第  $k$  次的瞬时制动扭矩， $M_i^k$  是第  $k$  次的电流扭矩， $I_k$  第  $k$  次观测算得的电流， $J_s$  是需要补充的电惯量， $J_v$  是等效惯量。

我们再引入一个能量项：

$$\Delta \varepsilon_k = \left[ \frac{J_v}{2} (\omega_k^2 - \omega_{k-1}^2) \right] - J_v \omega_k \Delta \omega_k = \frac{J_v}{2} \Delta \omega_k \Delta \omega_k \quad (22)$$

变换为：

$$\frac{\Delta \varepsilon_k}{\omega_k \Delta t} = \frac{J_v}{2} \frac{\Delta \omega_k}{\omega_k} \frac{\Delta \omega_k}{\Delta t} \quad (23)$$

再将  $\frac{\Delta \varepsilon_k}{\omega_k \Delta t} = \frac{J_v}{2} \frac{\Delta \omega_k}{\omega_k} \frac{\Delta \omega_k}{\Delta t}$  定义为  $\Delta I_k$

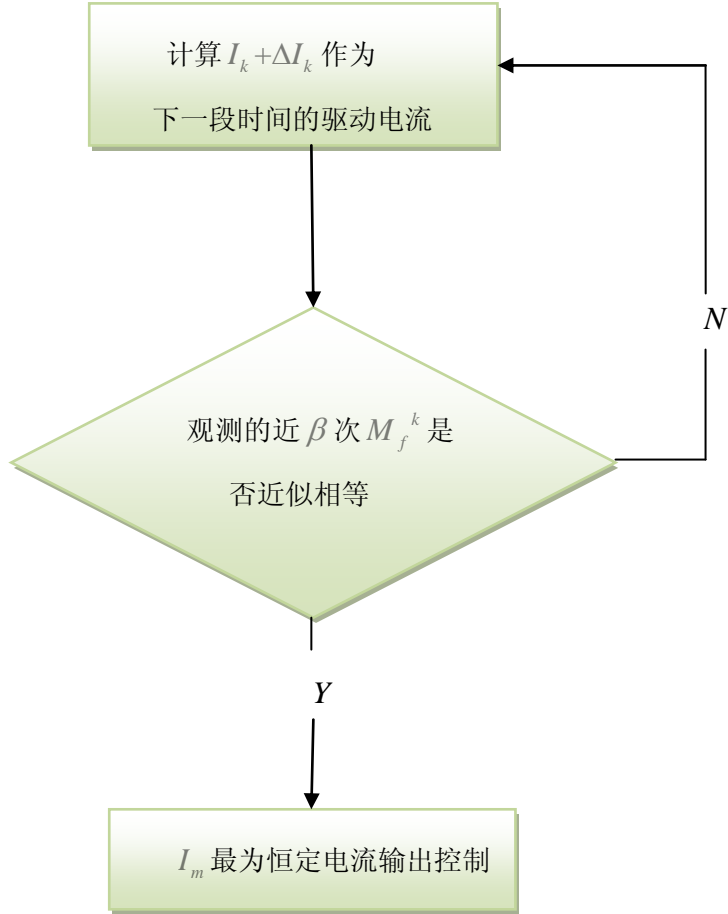
将  $I_k + \Delta I_k$  作为第  $k$  次观测后  $\Delta t$  时间内的驱动电流，然后不断观测调整。同时用计算机进行判断，当有连续的  $\beta$ （ $\beta$  是一个可以人工调整的正整数）个  $M_f^k$  近似相等时，我们即近似认为进入了匀减速阶段。

假设当第  $m$  次观测时，判断进入了匀减速阶段，之后的驱动电流  $I_m$  我们就输入一个定值，这个定值为：

$$I_m = \frac{3}{2} \frac{J_s}{J_v} M_f^m \quad (24)$$

具体计算机算法的实现过程如图四所示。

每一次通过观测的离散量可计算出  $I_k + \Delta I_k$



图四 电流控制流程图

**问题 6（模型三）：**以上基于逐步观测逐步调整方法是有延迟的，因为我们将上一时刻观测算出的电流值作为这个时刻之后一时间段内的驱动电流。我们现在建立了一个基于控制电压进而控制电荷量进而控制电流的模型，有利于消除延迟。核心是引入一个电容，控制其两端电压变化，则线路中的电流就是我们要的驱动电流，让线路中的电流去驱动电动机<sup>[6]</sup>。具体推导过程如下：

$$M_i = J_s \frac{d\omega}{dt} \quad (25)$$

$$M_i = \frac{i}{k} \quad (26)$$

$$idt = kJ_s d\omega \quad (27)$$

$$dQ = kJ_s d\omega \quad (28)$$

$$dQ = CdU \quad (29)$$

$$dU = \frac{kJ_s d\omega}{C} \quad (30)$$

$M_i$  为驱动电流扭矩， $J_s$  为需要补充的惯量， $i$  为驱动电流， $U$  为外加电压， $Q$  为电容上的电量， $C$  为电容， $\omega$  为飞轮角速度， $k = 1.5 \text{ A/N} \cdot \text{m}$ 。

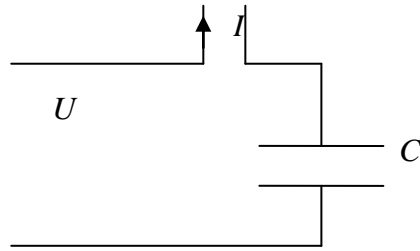
即  $dU$  和  $d\omega$  是成线性关系的，可以假设

$$U = \frac{kJ_s \omega}{C} \quad (\text{令积分的常系数为零}) \quad (31)$$

用  $U = \frac{kJ_s \omega}{C}$  这个模型去控制电流，用的是角速度  $\omega$ ，它是可以来连续观测的。在  $U = \frac{kJ_s \omega}{C}$  这个模型中代入离散的  $\omega$  值，就可以得出离散的  $U$  值。如果观测到连续的  $\omega$  值，代入连续的  $\omega$  值，就可以得到连续的  $U$  值，这样就可以连续地输入驱动电流  $i$  了。

即如果保持  $U$  和  $\omega$  的同步，就可以实时地输入的驱动电流了，而且不存在延迟。

模型的装置示意图如图五。



图五 装置示意图

在以上分析中不考虑电路中导线的电阻，不然就有充电过程了。实际中导线的电阻很小，时间常数  $\tau = RC$  很小，充电时间很短。如果考虑电容有可能击穿，可以将所加电压缩小  $\alpha$  倍，然后将电流用放大电路放大  $\alpha$  倍。

## 6. 模型优缺点分析

1. 问题 3 中给出的模型是基于观测制动扭矩来求驱动电流的，由于制动扭矩是可以精确求得的，所以比较精确，驱动电流和待观测量的关系也很简单。
2. 问题 5 中我们用观测点上得到的瞬时扭矩，来算出驱动电流，并将其用于下一个时间段。这是不精确的，不完善的。但作为工程上的近似，还是可以的。
3. 问题 6 中我们给出的模型，应该能够很好解决工程中的近似做法，因为角速度随时间的分布是可以测出来的。我们的模型优点在于只要某一时刻的角速度测得了，我们就能给出那个时刻所需要的电流。其中导线的微小电阻是可以忽略的。另外电容有可能的击穿问题，我们也给出了解决方法。
4. 其实在所有的模型中我们都没有考虑空气阻力，轴承上的阻力损耗等因素引其的误差。对于这一点，由于这些阻力引起的误差很复杂，难以逐一定量分析，我们采取实验模拟这些阻力的损耗方程。首先让飞轮升速到需模拟的初速度，然后让其在空气阻力和轴承阻力的作用下减速，可以每隔一段时间记录一下飞轮的转速，可以通过回归的方法得出纯阻力情况下的转速方程，进而计算出损耗方程。

## 参考文献

- [1] 百度百科,  
<http://baike.baidu.com/view/60030.htm>, 2009 年 9 月 13 日。
- [2] 陈建军, 制动器试验台机械惯量电模拟控制方法, 起重运输机械, 第 12 期: 27-30 页, 2007 年。
- [3] 林荣会, 制动器试验台的双分流加载法, 青岛建筑工程学院学报, 第 18 卷第 3 期: 50-53 页, 1997 年。
- [4] 曾建军、李世航、王永国、叶仁玉、夏慧异, MATLAB 语言与数学建模, 合肥: 安徽大学出版社, 2005 年。
- [5] 盛朝强等, 基于电惯量的汽车惯性式制动试验系统的设计, 重庆大学学报(自然科学版), 第 28 卷第 1 期: 90-92 页, 2005 年。
- [6] 赵凯华, 电磁学, 北京: 高教出版社, 2003 年。

## 附录

### 1. 求一个圆环柱体的转动惯量的程序 fun1.m

```
function y=fun1(r1,r2,d,p)
s=pi*(r1^2-r2^2);
v=s*d;
m=v*p;
gl=m*(r1^2+r2^2)/2;
y=gl;
```

### 2. 对附表中的数据进行处理的程序 fun2.m

```
clear;clc;
J=35;tt=0.01;
k=1.5;%电动机驱动电流与其产生的扭矩比例系数
A=xlsread('F:\Documents and Settings\Administrator\桌面\shumo\A2009data.xls');
a=A(:,1);%扭矩
b=A(:,2);%转速
c=A(:,3);%时间
d=b.*(2*pi/60);%角速度
e=a.*d;
for i=1:467
    I(i)=k*(a(i)-J*(d(i+1)-d(i))/tt);
end
cc=c(1:467);
figure
plot(c,e);
title('能量分布图');
f=e.*0.01;
g=sum(f);%能量综合
figure
plot(c,a);
title('扭矩变化函数');
figure
plot(c,d);
title('角速度变化函数');
figure
plot(cc,I);
```

```
title('驱动电流随时间变化函数');
```

### 3 附表中数据误差的分析的程序 fun3.m

```
clc;clear;
n1=514;n2=257;%主轴的转速变化
I=48;%等效的转动惯量
A=xlsread('F:\Documents and Settings\Administrator\桌面\shumo\A2009data.xls');
a=A(:,1);%扭矩
b=A(:,2);%转速
c=A(:,3);%时间
d=b.*(2*pi/60);%角速度
e=a.*d;
f=e.*0.01;
g=sum(f);%能量综合
disp('加驱动电流消耗的总能量:');
g
nn1=n1*2*pi/60;nn2=n2*2*pi/60;
h=I*(nn1^2-nn2^2)/2;
disp('真实消耗的能量:');
h
disp('真实和模拟的能量相差:');
hh=h-g
disp('误差百分比是:');
gg=hh/h
```