

2020 年湖南省研究生数学建模竞赛

竞赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）： A

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）： 202018001006

所属学校（请填写完整的全名）： 国防科技大学

参赛队员（打印并签名）： 1. 袁瑞杰
2. 赵塑佰
3. 王源鑫

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）：

日期：2020 年 11 月 30 日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅编号：
(由组委会填写)

2020 年湖南省高校第五届研究生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

评阅记录：

评 阅 人						
备 注						

(请勿改动此页内容和格式。此编号专用页仅供评阅使用。)

2020 湖南省高校第五届研究生数学建模竞赛

题 目： 新冠肺炎疫情防控策略优化

摘 要：

新冠疫情的蔓延严重影响了世界经济，各个国家采取不同的防疫策略取得的效果也各不相同。本文基于 SIQR 模型和灰度预测模型分析了不同防疫措施对疫情发展的影响和疫情蔓延对各国经济发展的影响，建立综合评价体系，提出了防疫策略优化方案，并对 2021 年的疫情和经济变化趋势进行预测，为下一阶段的抗疫和经济发展提供了有效的策略。

针对问题一，收集中国、韩国、俄罗斯、美国四个典型国家的疫情发展数据和防疫管控措施，建立 SIQR 模型，分析不同国家的防疫管控措施对疫情传播的影响。其中，中国和韩国采用“类 SARS 防控策略和措施”，在较短时间内实现了对疫情的有效控制；而俄罗斯和美国的防疫措施则属于“类大流行流感防控策略和措施”，措施温和，态度消极，对疫情传播的控制效果不佳。

针对问题二，进一步收集这四个国家近 10 年的 GDP 数据，建立灰度预测模型，预测其无疫情影响下的 2020 年的经济发展情况，并与 2020 年的实际 GDP 进行对比分析。结果显示各国在 2020 年的 GDP 指数普遍低于预测值，其中俄罗斯的经济受到疫情影响最为严重，GDP 指数低于预测值将近 30 个百分点；中国经济在短期内受到疫情冲击较大，但从中长期看，中国的经济增长趋势不会改变。美国和韩国的 GDP 指数均低于预测值 10 个百分点左右。

针对问题三，结合问题 1 和问题 2 的研究结果，基于非线性加权综合法建立综合评价体系，并对不同国家提出的防控策略优化方案，本文所提优化方案均属于“类 SARS 防控策略和措施”。然后采用灰度预测模型预测在此防控方案下 2021 年各国的疫情发展都能在较短时间内得到有效控制，与此同时，各国的经济也将呈现缓慢恢复的趋势，并最终回归经济发展正轨。

最后，本文对模型进行优缺点分析，并提出相应的修正方案。

关键词：SIQR 模型；灰度预测模型；非线性加权；防疫措施；GDP 指数

1. 问题重述

1.1 问题背景

2020 年伊始，新冠病毒疫情突然爆发并蔓延全球，让全人类遭遇了一场近百年来传播速度最快、感染范围最广、防控难度最大的突发公共卫生危机。随着疫情在全球范围内的不断传播、扩散，不同国家采取了不同的策略和措施，取得的效果也各不相同，国际上对如何控制新冠肺炎疫情也一直无法在达成一致意见。新冠疫情也对世界经济产生了深远的影响，停工、居家等导致全球一度陷入“大封锁”状态，经济停滞、政治失稳、社会撕裂、地区分隔等问题也相伴而生。

1.2 问题提出

美国、印度、巴西等几个国家近几个月一直处在新冠疫情的高峰期；欧洲国家之前病例有所下降，但近期又出现了反弹，而且创出了新高；相对而言，东亚国家（中国、韩国等）比较成功地控制住了疫情。在新冠肺炎疫情冲击下，2020 年 3 月，美股两周时间内 4 次触及熔断，韩国、尼泊尔、墨西哥等十余个国家股市发生熔断。英国经济在经历了 2020 年第二季度创纪录萎缩之后，第三季度略有增长仍未回到疫情暴发前的水平。冬季的到来很可能导致更强一波的疫情，为了给下一阶段的抗疫和经济的发展提供更有效的策略和措施，我们需要解决以下问题：

问题 1：收集几个典型国家新冠疫情的相关数据及防疫管控措施，建立数学模型，描述不同防疫管控措施对疫情传播的影响。

问题 2：在第 1 问的基础上，进一步收集这几个国家经济方面数据，建立数学模型，分析比较疫情对这几个国家经济发展的影响。

问题 3：请结合问题 1 和问题 2 的研究结果，通过建立综合评价体系，提出对不同国家更合理有效的防控策略优化方案，并预测在此防控方案下的各国 2021 年疫情及经济变化趋势。

2. 模型假设与符号说明

2.1 模型假设

1. 为简化问题，不考虑研制和使用疫苗的情况；
2. 为简化问题，不考虑疫情在冬季可能二次爆发的情况；
3. 不考虑一个国家不同地区的地域面积、人口密度分布情况不同的情况

2.2 数据检索

考虑到不同国家的疫情爆发情况和防疫措施各不相同，本论文选取中国，韩国两个的疫情防控效果较好的国家以及俄罗斯与美国等疫情防控效果较差的国家作为研究对象，分别对其 2020 年初至今的疫情发展情况与疫情发生前后的经济发展状况进行数据搜集和分析，为建立数学模型奠定基础。

2.3 符号说明

表 2.1 模型符号与意义

符号	意义
S	易感人群
I	具有感染性的人群
Q	采取隔离措施的人群
R	已经治愈并对病毒传播没有影响的人群
γ	治愈率
β	感染率
ϕ	隔离概率
μ	死亡率
$x^{(0)}$	GDP 指数原始数据
λ	GDP 指数的极比
$x^{(1)}$	GDP 指数一次累加值
$z^{(0)}$	GDP 指数的均值

3. 问题一模型建立与求解

3.1 问题分析

收集中国、韩国、美国及俄罗斯等国家的新冠疫情发展数据和防疫管控措施继续初步分析，发现中国的总确诊人数在三月份之后增加极少，可判断中国的疫情得到了较好的控制；由图 3.4 可知，韩国在疫情发生初期所采取的措施较有成效，对早期的疫情爆发起到了很好的遏制效果，初步判定其疫情防控策略效果较

好；但在八月份，韩国对疫情防控措施逐渐放松，从而导致了疫情的二次爆发。美国的新冠肺炎死亡率则高达 6%且确诊增长速率越来越高，可初步认定其防控措施收效甚微；俄罗斯的死亡率虽然较低但确诊总人数增长速率较快，初步判断其疫情传播没有收到很好的控制。

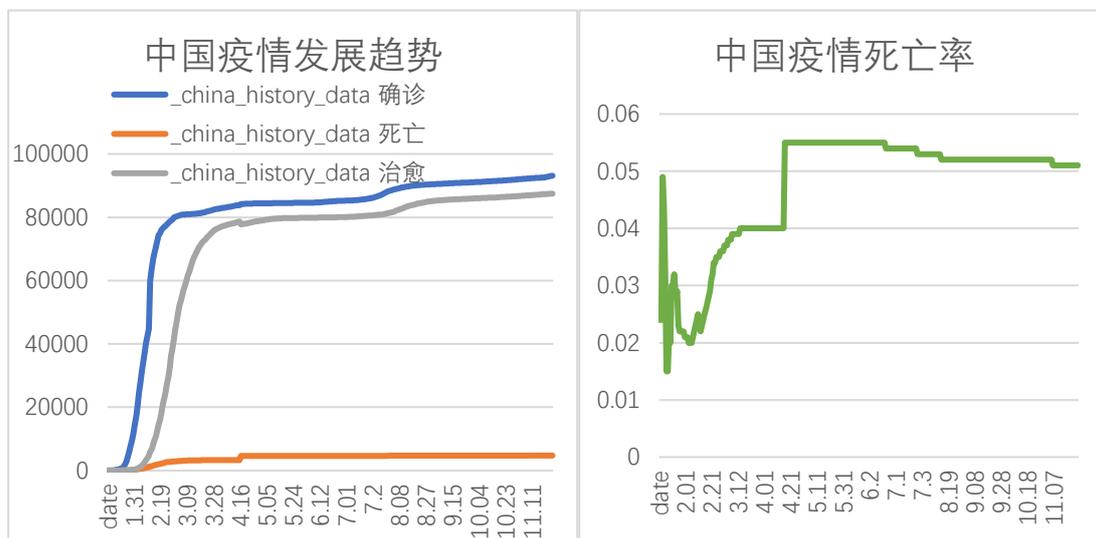


图 3.1 中国疫情发展趋势图

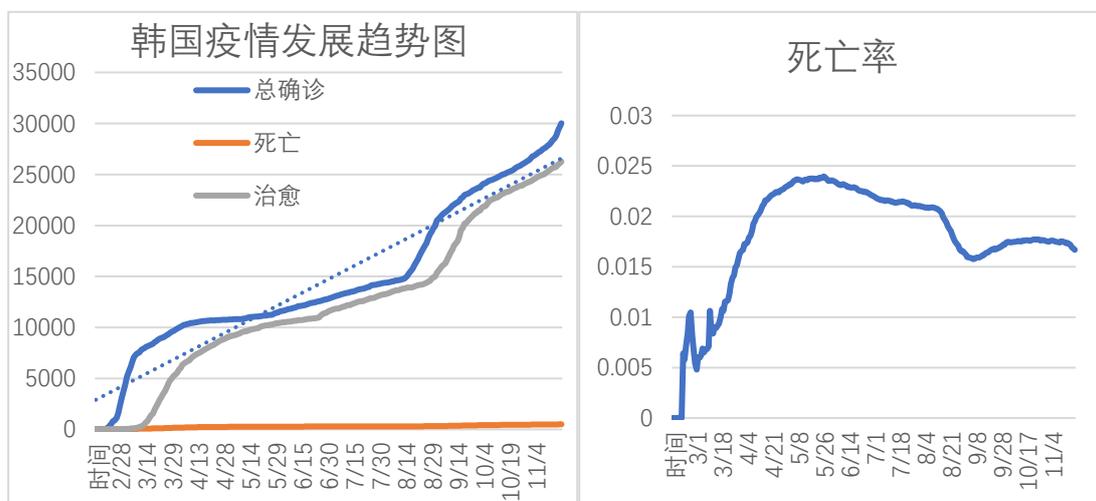


图 3.2 韩国疫情发展趋势图

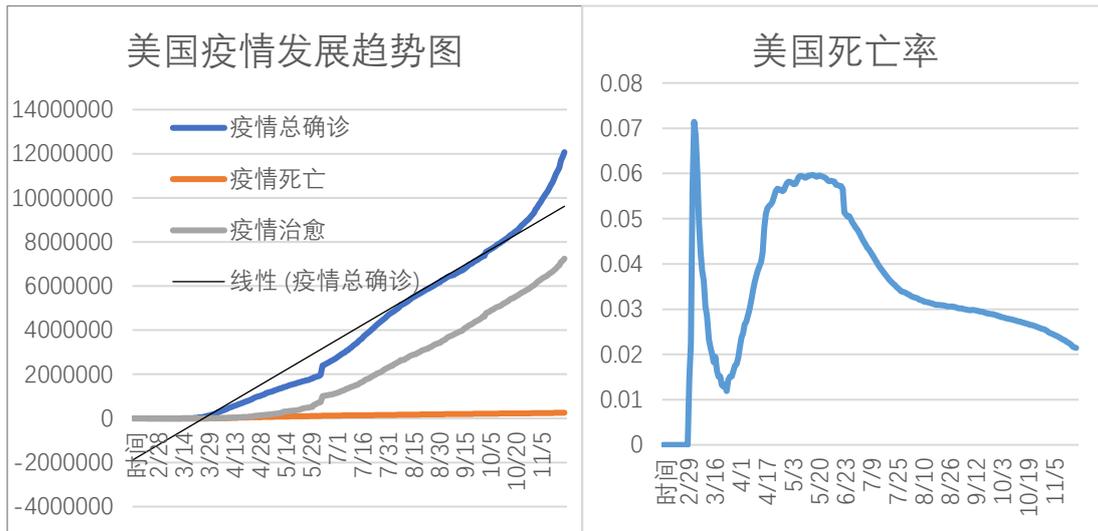


图 3.3 美国疫情发展趋势图

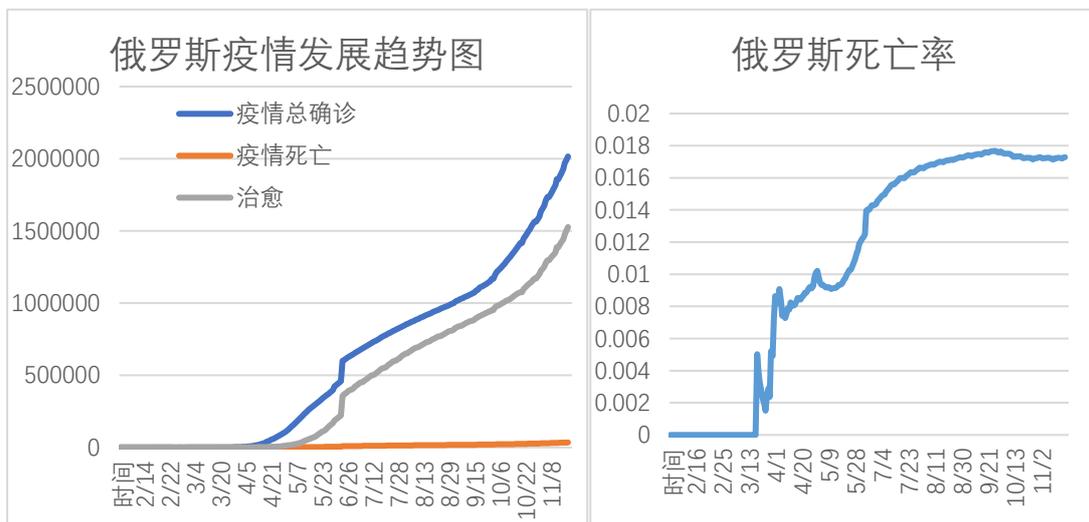


图 3.4 俄罗斯疫情发展趋势图

3.2 模型建立

通过对收集的数据进行分析，对新冠肺炎的传播演化规律进行了初步探索，然后建立非线性传染病模型^[1]来模拟各个国家的防疫策略对疫情发展趋势的影响。

SIQR 模型^[2]的建立基于以下三个假设：

- (1) 不考虑人口的出生、死亡、流动等种群动力因素。人口始终保持一个常数。
- (2) 一个病人一旦与易感者接触就必然具有一定的传染性。假设 t 时刻单位时间内，一个病人能传染的易感者数目与此环境内易感者总数 $s(t)$ 成正比，比例系数为 β ，从而在 t 时刻单位时间内被所有病人传染的人数为 $\beta s(t) i(t)$ 。
- (3) t 时刻，单位时间内从染病者中移出的人数与病人数量成正比，比例系数为 y ，单位时间内移出者的数量为 $y_i(t)$ 。

S 代表易感人群, I 代表具有感染性的人群, Q 代表采取隔离措施的人群, R 代表已经因为治愈并不对病毒传播产生影响的人群, 具有感染性的人(I 类)与易感人群(S 类)接触后易感者将有一定概率(β_1)被感染, 具有感染性的人(I 类)又有一定的概率被治愈(γ)或者死亡(μ)。

以中国为例进行分析, 中国采取了隔离措施, 易感人群(S 类)和具有感染性的人(I 类)分别按一定概率(ϕ_1, ϕ_2)进行有效的隔离, 易感人群(S 类)多数采取在家自行隔离的办法, 设定这部分在家进行隔离的人群为 Q_1 类, 然而在实际的情况中, 这类人群也有较小的概率 β_2 被亲朋好友感染, 且感染率 β_2 是小于 β_1 的。一部分具有感染性的患者会被医院收治隔离, 这部分重症隔离患者为 Q_2 类且有一定概率 ω 治愈或者概率 μ 死亡。由于医院的严密隔离, Q_2 类不再具备传播病毒的可能性^[3]。那么 SIQR 传播模型的状态转换图如图 3.5 所示。

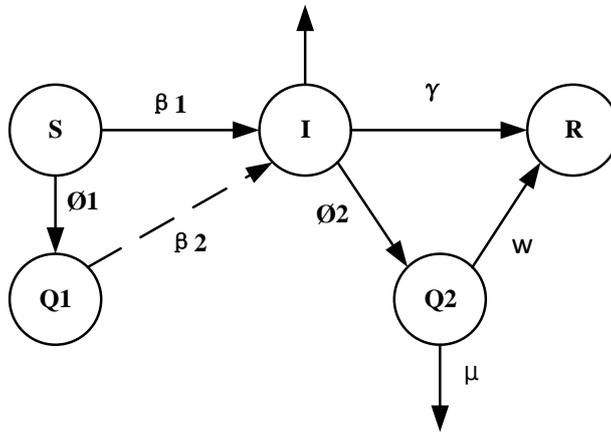


图 3.5 SIQR 模型状态转换图

由此可得到, SIQR 模型的微分方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= -\frac{\beta_1 I(t)S(t)}{N} - \phi_1 S(t). \\ \frac{dI(t)}{dt} &= -\frac{\beta_1 I(t)S(t)}{N} + \frac{\beta_2 I(t)Q_1(t)}{N} - (\gamma + \mu + \phi_2). \\ \frac{dQ_1(t)}{dt} &= \phi_1 S(t) - \frac{\beta_2 I(t)Q_1(t)}{N}. \\ \frac{dQ_2(t)}{dt} &= \phi_2 I(t) - \omega Q_2(t) - \mu Q_2(t). \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \gamma I(t) + \omega Q_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

几个重要系数的公式如下:

a. 治愈系数 u : 一般定义为治疗天数的倒数, 但根据实际情况, 无法准确得知治疗所需天数, 因而在本模型的计算中, 用相邻两天治愈人数之差与相邻两天

确诊人数之差的比值表示治愈系数 u 。然后把每天的治愈系数 u 循环计算 $(n-1)$ 次 (n 为样本个数), 记为 u_i , 同时考虑到疫情发生初期的样本数据存在较大的偶然性, 基于世界卫生组织公布的治愈率结算法则 (即样本数量越大, 越接近真实值), 赋予 $(n/3+1)$ 到 $(n-1)$ 的样本数据 2 倍权重, 以减少 1 到 $n/3$ 个样本数据造成的偶然性误差, 得

$$U = \frac{1}{3} \frac{\left(\sum_{i=1}^{\frac{n}{3}-1} u_i \right)}{\frac{n}{3} - 1} + \frac{2}{3} \frac{\left(\sum_{i=\frac{n}{3}}^{n-1} u_i \right)}{\frac{2n}{3} - 1} \quad (3.2)$$

b. 感染系数 r : 当天增加的感染人数与前一天的累计感染人数的比值。

$$r_1 = \frac{1}{3} \frac{\left(\sum_{i=1}^{\frac{n}{3}-1} r_i \right)}{\frac{n}{3} - 1} + \frac{2}{3} \frac{\left(\sum_{i=\frac{n}{3}}^{n-1} r_i \right)}{\frac{2n}{3} - 1} \quad (3.3)$$

c. 死亡系数 w : 死亡人数与累计确诊人数的比值。

$$w = \frac{1}{3} \frac{\left(\sum_{i=1}^{\frac{n}{3}-1} w_i \right)}{\frac{n}{3} - 1} + \frac{2}{3} \frac{\left(\sum_{i=\frac{n}{3}}^{n-1} w_i \right)}{\frac{2n}{3} - 1} \quad (3.4)$$

表 3.1 不同国家的防疫措施

国家	疫情防控措施
中国	隔离, 封城, 建设方舱医院等
韩国	跟踪、测试、治疗等
美国	颁布“禁足令”、鼓励宵禁等
俄罗斯	在疫情初期实施强制性居家隔离等

3.3 模型求解

1) 中国的疫情发展趋势分析

利用搜集的数据分别求解治愈系数 u 、感染系数 r 、死亡系数 w , 为采取防疫措施和采取防疫措施两种情况下的结果分别表示为 u_1 、 u_2 、 r_1 、 r_2 、 w 。

$$u_1=0.0017$$

$$u_2=0.1705$$

$$r_1=0.3387$$

$$r_2=0.0062$$

$$w=0.0533$$

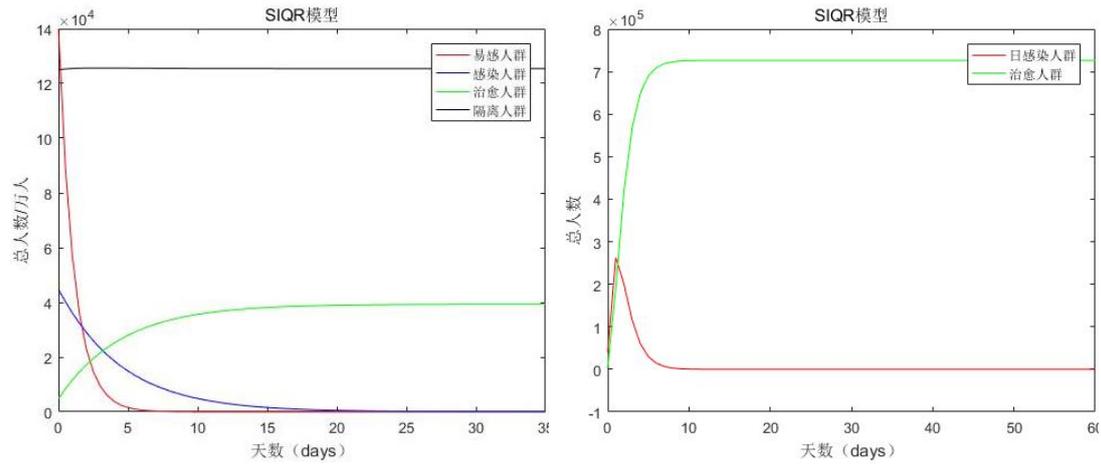


图 3.6 采取防疫措施后中国的疫情发展趋势图

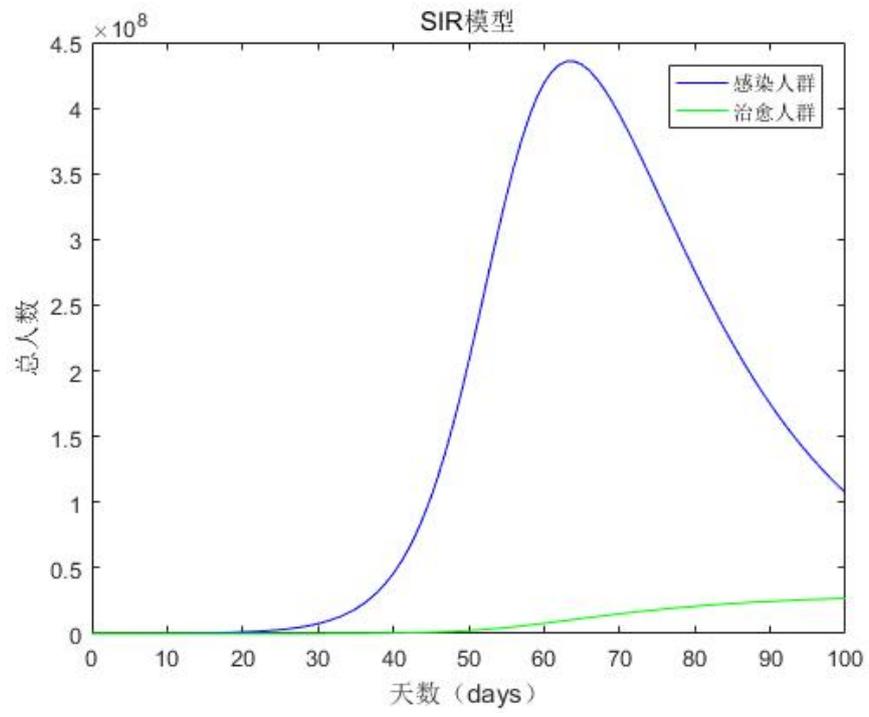


图 3.7 若不采取防疫措施，中国的疫情发展趋势图

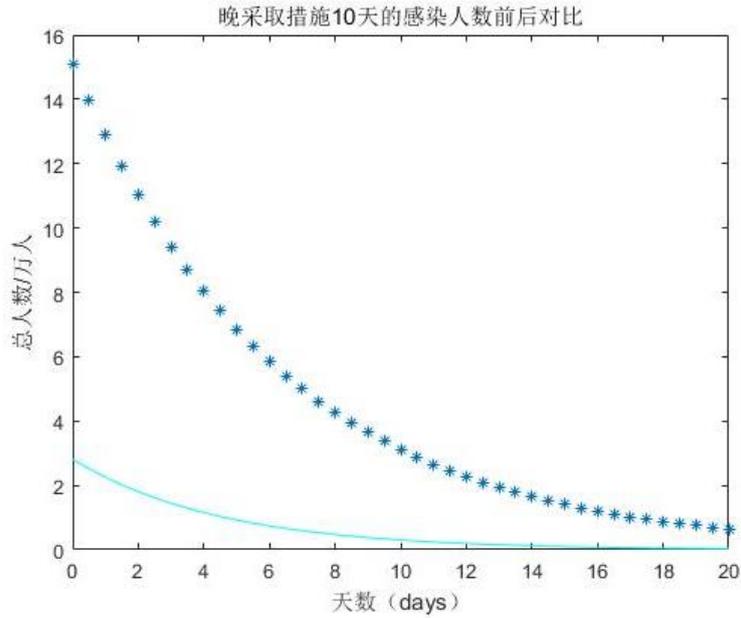


图 3.8 延迟 10 天开始实施防疫措施，中国的疫情发展趋势图

在不考虑地域面积、人口密度分布情况下，如果中国不采取任何防疫措施，则疫情会在 4 月有一次很大程度的爆发。如果中国政府再推迟十天采取防疫措施的话，将极大程度地增加每日感染人群，预计该情况的结果会是当前感染人数的 6 倍左右。

2) 韩国的疫情发展趋势分析

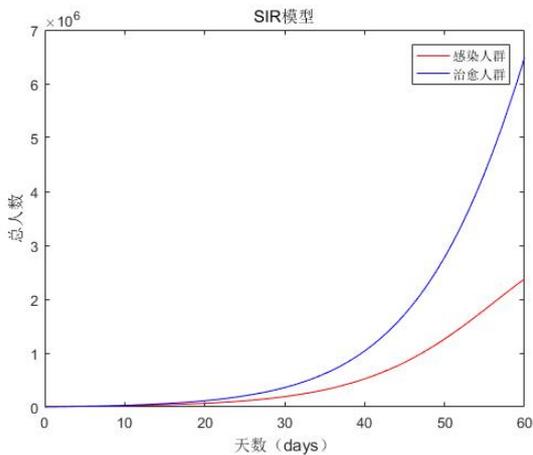


图 3.9 无防疫措施情况下疫情发展趋势图

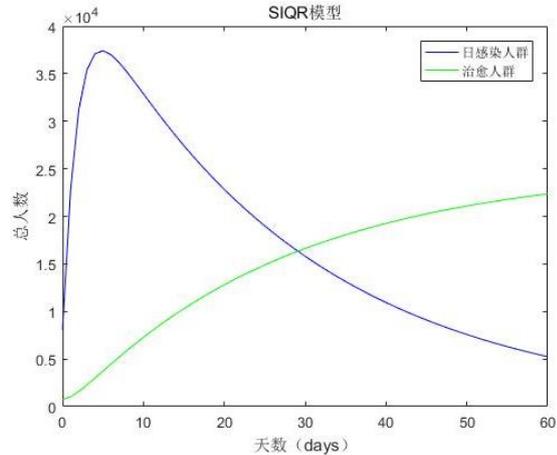


图 3.10 采取防疫措施情况下疫情发展趋势图

若不采取任何防疫措施，则韩国的新冠肺炎人数将呈指数形式增长，疫情发展将无法控制。实际上，韩国对疫情反应较为迅速，实行了各类人员的健康管理，利用手机软件，及时有效的管理人群，提高了疫情防控的精准性；并采用流动性测试点，提高核酸检测效率；并建设“集装箱医院”，对确诊患者隔离。图 3.10 显示韩国的防疫措施取得了显著成效，在 10 天之内疫情便出现了拐点，并在比较短的时间内控制住了疫情发展。

3) 俄罗斯疫情发展趋势分析

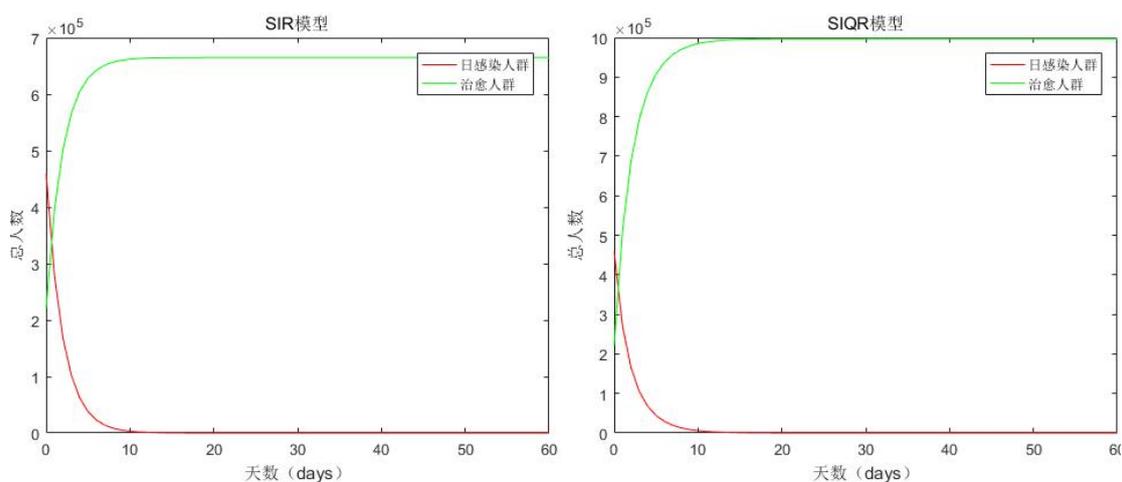


图 3.11 无防疫措施情况下疫情发展趋势图 图 3.12 采取防疫措施情况下疫情发展趋势图

对比图 3.11 与图 3.12 发现，俄罗斯的防防疫措施的实施对日感染人数的增长并没有很好的改善作用，但实施防疫措施之后的确诊人员治愈速度明显加快，可以看出俄罗斯采用的防疫措施较为温和，效果不佳。

总体上来看，不同国家的防疫措施大致可分成两类：“类 SARS 防控策略和措施”和“类大流感策略”^[4]。两类防疫策略主要存在防控目标、立论依据和成本效益观上的区别。类 SARS 策略的防控目标是彻底阻断传播，消除危害；类大流感策略的防控目标是延缓流行速度，减轻总体危害。类 SARS 策略者认为，通过采取积极主动防控措施，能够有效控制直至完全阻断该病毒的传播，虽然短期付出较为重大的代价，但是可以避免在整体上造成更为重大的健康和社会经济等损失；而类大流感策略者认为，新冠病毒病死率不算很高，类 SARS 防控策略投入过大，得不偿失。由模型结果分析可得：中国和韩国采取的防疫措施是“类 SARS 防控策略和措施”，而俄罗斯和美国采取的防疫措施则是“类大流行流感防控策略和措施”。

4. 问题二模型建立与求解

4.1 问题分析

问题二旨在评估疫情发展对国家经济的影响，所以我们需要通过建立数学模型来确定疫情发展和经济之间的关系。但是疫情是个宏观的概念，其表现形式也各种各样，包括确诊人数、治愈人数、死亡人数及感染率等。而经济状况的衡量指标也是多种多样，其中能够最直观反映一个国家经济发展水平的指标就是国内生产总值（GDP），但构成 GDP 的不同成分如第一产业、第二产业、第三产业等受疫情影响的程度也不尽相同。因此要想建立疫情发展和国家经济之间的直接关

系并不容易。所以我们转化思路，用预测^[5]的思想来分析二者之间的关系。疫情最早发生是在 2019 年底，因此 2019 年之前疫情对经济没有任何影响。于是我们可以通过 2010 年-2019 年的 GDP 数据来预测没有疫情影响的情况下，2020 年的 GDP，并搜集 2020 年真实的 GDP 数据进行对比，即可得出在疫情对国家经济的影响。

最常用的预测方法就是采用拟合^[6]的方式，但拟合需要大量数据作支撑，数据越多，则拟合结果就越准确。而 GDP 数据的最短统计周期是一个季度，且同一年中各季度的统计特性也不相同，这就大大降低了拟合的准确性。下面我们先分别采用 S 形曲线、线性回归与指数函数对 GDP 进行拟合分析：

$$\text{S 形曲线: } y_1 = \frac{1}{a+be^{-x}} \quad (4.1)$$

$$\text{线性回归: } y_2 = p_1x + p_2 \quad (4.2)$$

$$\text{指数函数: } y_3 = ae^{-\lambda x} + b \quad (4.3)$$

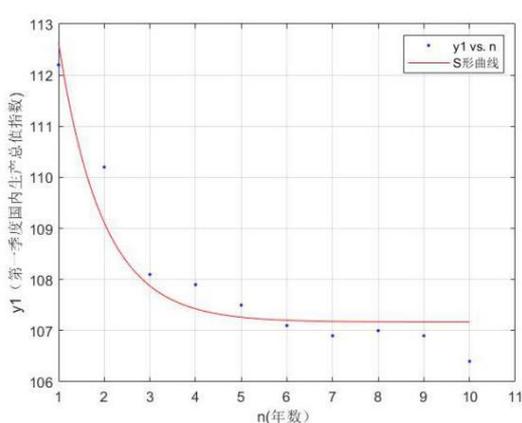


图 4.1 S 形曲线拟合

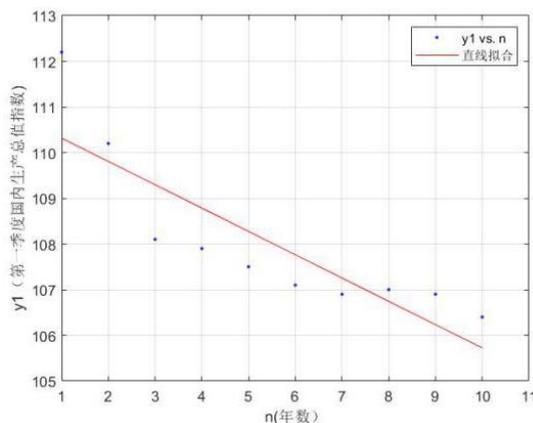


图 4.2 线性拟合

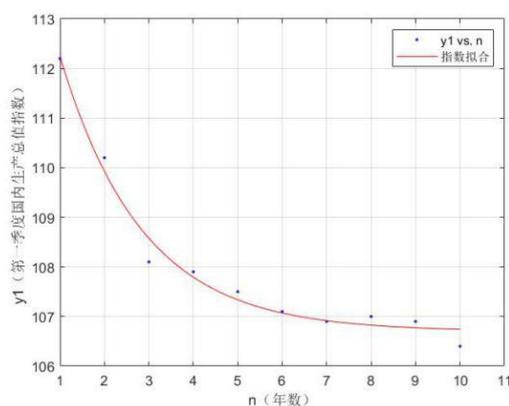


图 4.3 指数函数拟合

由图可知，S 形曲线和指数函数的拟合结果较好，线性拟合方式最简单，但效果也最差。通过我国 2010-2019 年的 GDP 数据分析可以得出，我国的经济增

速有所放缓，但总体平稳，稳中向好。通过初步的拟合分析，问题二的求解上采用灰度预测模型来进行预测分析。

4.2 模型建立

灰色预测是一种对含有不确定因素的系统进行预测的方法。灰色系统：我们称信息完全未确定的系统为黑色系统，称信息完全确定的系统为白色系统，灰色系统就是这介于这之间，一部分信息是已知的，另一部分信息是未知的，系统内各因素间有不确定的关系。

灰度预测^[7]是基于一种小样本下的预测模型，适用于描述经济系统，符合我们对经济的预测场景，而且灰度预测所需的建模工具较为简单，运算方便、精度高，这极大的方便了我们对疫情对国家经济的影响进行分析。

1) 模型原理

灰色系统理论认为，尽管客观表象复杂，但总是有整体功能的，因此必然蕴含某种内在规律。关键在于如何选择适当的方式去挖掘和利用它。灰色系统时通过对原始数据的整理来寻求其变化规律的，这是一种就数据寻求数据的现实规律的途径，也就是灰色序列的生产。一切灰色序列都能通过某种生成弱化其随机性，显现其规律性。数据生成的常用方式有累加生成、累减生成和加权累加生成。常用的是累加生成。

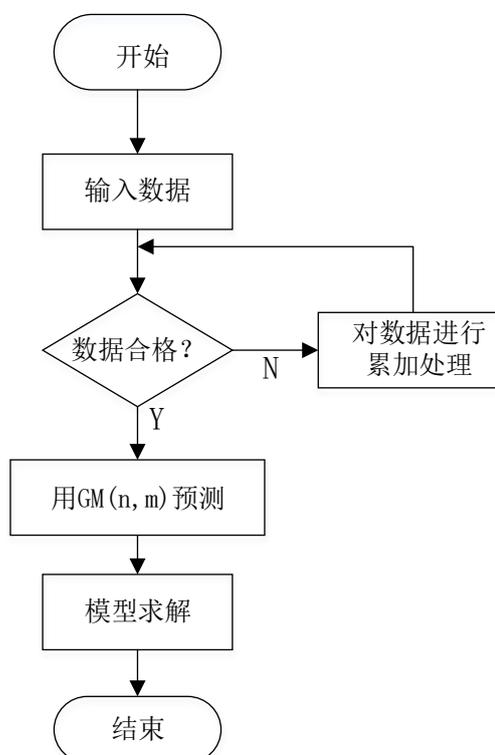


图 4.4 程序流程图

设原始数据为 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))$ ；我们首先需要计算极

比, 然后进行判断其是否落在 $(e^{(-\frac{2}{n+1})}, e^{\frac{2}{n+1}})$ 内,

$$\lambda(t) = \frac{x^{(0)}(t-1)}{x^{(0)}(t)}, t = 2, 3, 4, \dots, n \quad (4.4)$$

2) 构建灰色模型

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (4.5)$$

$$z^{(0)}(t) = 0.5x^{(1)}(t-1) + 0.5x^{(1)}(t), t = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.6)$$

即

$$\begin{aligned} x^{(0)}(2) + az^{(0)}(2) &= b \\ x^{(0)}(3) + az^{(0)}(3) &= b \\ x^{(0)}(4) + az^{(0)}(4) &= b \\ &\dots \\ x^{(0)}(n) + az^{(0)}(n) &= b \end{aligned} \quad (4.7)$$

相应的微分方程:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (4.8)$$

该模型称之为 GM(1,1)模型^[8]。

3) 求解方法

由

$$X = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} -z^{(0)}(2) & 1 \\ -z^{(0)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(0)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

则可得:

$$X = Z\eta \quad (4.10)$$

利用最小二乘法, 求得当 $Q(\hat{\eta}) = (X - Z\hat{\eta})^T(X - Z\hat{\eta})$ 时, $\hat{\eta}$ 达到最小, 即为:

$$\hat{\eta} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = (Z^T Z)^{-1} Z^T X \quad (4.11)$$

则可得预测值:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-at} + \frac{b}{a}, (t = 1, 2, \dots, n-1) \quad (4.12)$$

得到:

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (4.13)$$

4.3 模型求解

建立灰度预测模型，先对几组数据分别进行灰度预测、求解。

1) 导入数据

表 4.1 GDP 指数初始数据表

$x_1^{(0)}$	$x_2^{(0)}$	$x_3^{(0)}$
112.2	103.9	115.4
110.2	103.1	111.3
108.1	103.7	109.5
107.9	103.0	107.8
107.5	103.2	107.3
107.1	103.1	106.2
106.9	102.9	105.8
107	103.0	106.1
106.9	103.2	106.2
106.4	102.7	106.1

2) 数据检验

将表 4.1 中的原始数据代入公式 (4.4) 得：

表 4.2 GDP 指数极比数据表

λ_1	λ_2	λ_3
1.01814882	1.007759457	1.036837376
1.019426457	0.994214079	1.016438356
1.001853568	1.006796117	1.015769944
1.003720930	0.998062016	1.004659832
1.003734827	1.000969932	1.010357815
1.001870907	1.001943635	1.003780718
0.999065421	0.999029126	0.997172479
1.000935454	0.998062016	0.999058380
1.004699248	1.004868549	1.000942507

可判断 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 均在区间 $(e^{(-\frac{2}{n+1})}, e^{\frac{2}{n+1}})^{[9]}$ ，所以该初始数据可以用于此模型进行预测。

3) 对 GDP 指数初始数据进行规律分析

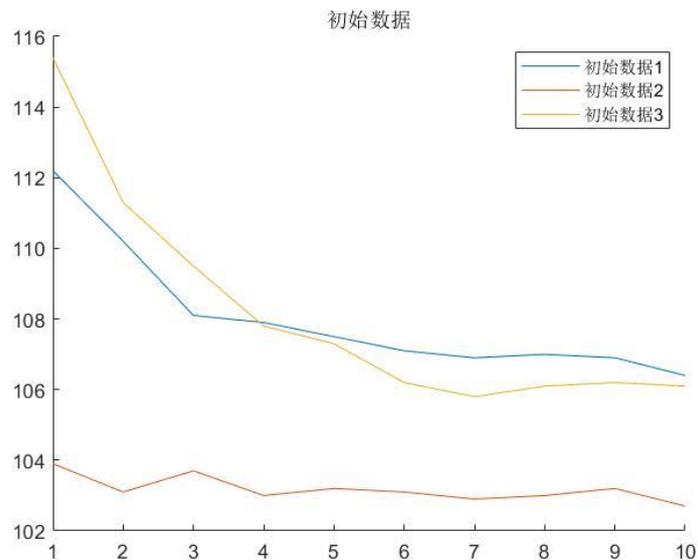


图 4.5 GDP 指数初始数据分析

由图可得，2010-2020 年 GDP 指数明显的下降趋势，但是无法确定其具体的规律，因此对其进行数据累加处理。

表 4.2 GDP 指数一次累加表

$x_1^{(1)}$	$x_2^{(1)}$	$x_3^{(1)}$
112.2	103.9	115.4
222.4	207.0	226.7
330.5	310.7	336.2
438.4	413.7	444.0
545.9	516.9	551.3
653.0	620.0	657.5
759.9	722.9	763.3
866.9	825.9	869.4
973.8	929.1	975.6
1080.2	1031.8	1081.7

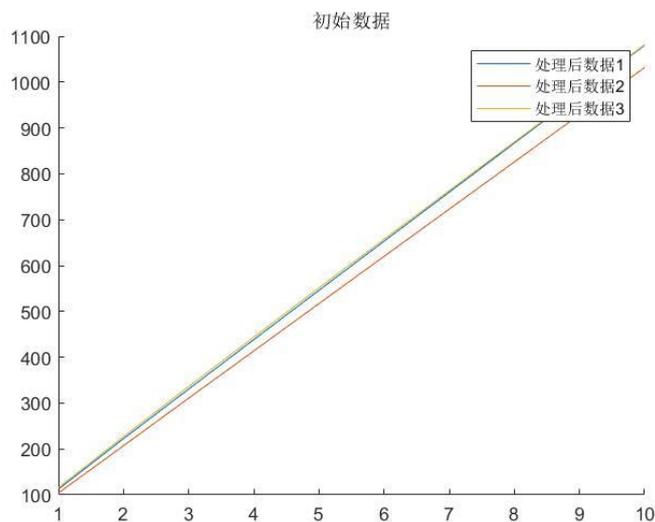


图 4.6 GDP 指数一次累加分析图

图 4.6 有完美的直线特性，因此我们可根据一次累加处理后的数据进行更加准确的预测。

3) 均值生成

表 4.3 GDP 指数均值表

$Z_1^{(0)}(t)$	$Z_2^{(0)}(t)$	$Z_3^{(0)}(t)$
167.3	155.4	171.1
276.4	258.8	281.4
384.4	362.2	390.1
492.1	465.3	497.6
599.4	568.4	604.4
706.4	671.4	710.4
813.4	774.4	816.3
920.3	877.5	922.5
1027.0	980.4	1028.6

4) 模型参数求解

表 4.4 模型参数表

	$x_1^{(1)}$	$x_2^{(1)}$	$x_3^{(1)}$
\hat{a}	0.0033	0.0034	0.0033
\hat{b}	109.5284	109.5034	109.5522

5) 求解预测方程

$$x^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-at} + \frac{b}{a}, (t = 1, 2, \dots, n-1) \quad (4.14)$$

$$x^{(0)}(t+1) = x^{(1)}(t+1) - x^{(1)}(t) \quad (4.15)$$

6) 结果分析

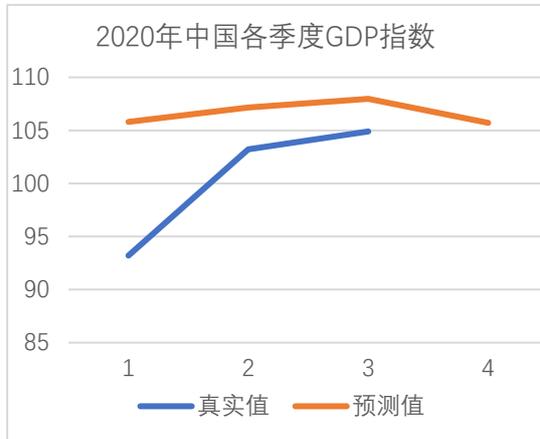


图 4.7 2020 年中国各季度 GDP 指数图

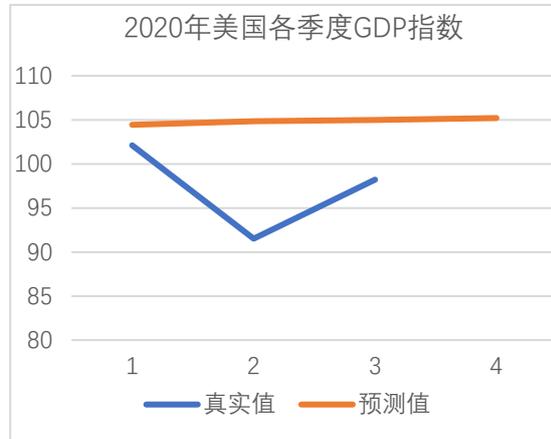


图 4.8 2020 年美国各季度 GDP 指数图

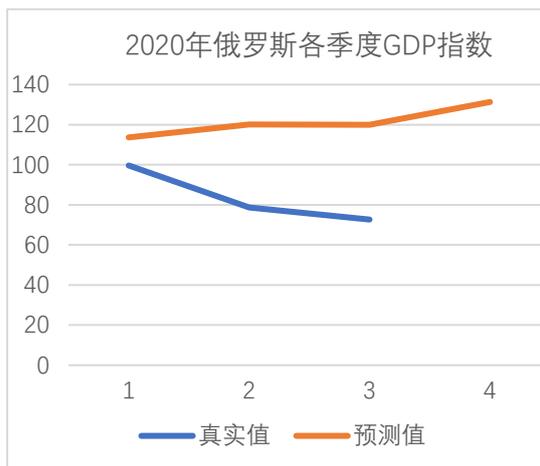


图 4.9 2020 年俄罗斯各季度 GDP 指数图

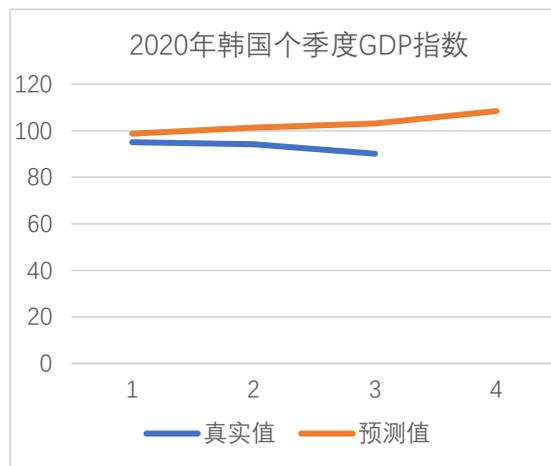


图 4.10 2020 年韩国各季度 GDP 指数图

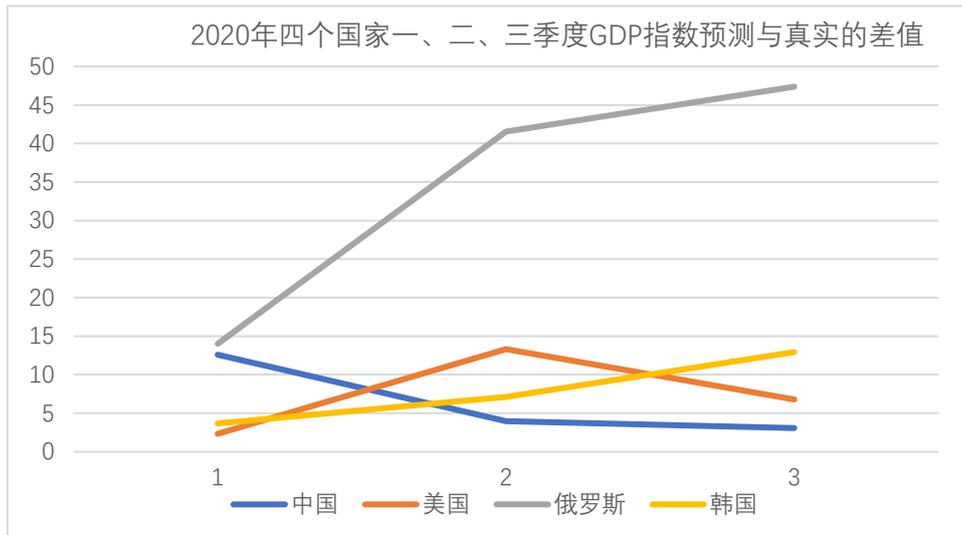


图 4.11 2020 年四个国家各季度 GDP 指数差值图

如图 4.7-图 4.10 所示，在疫情的影响下，各国的国内生产总值指数均低于期望预测值，充分证明了疫情对经济发展产生了普遍性的负面影响。从图 4.11 中四个国家在 2020 年的一、二、三季度的国内生产总值指数预测值与真实值的差值可以看出俄罗斯的经济受到的影响最为严重，俄罗斯经济经过 2015 年的震荡之后，本身发展并不稳定，疫情的到来抑制俄经济增长潜力，冲击了服务业和消费支出，因为俄罗斯许多产品进口的绝大部分来源是中国，但停产和物流中断，导致许多供货合同无法履行。更重要的是国际油价持续走低的话可能影响俄预算收入，这无疑是对俄罗斯经济的双重打击^[10]。中国的经济发展在疫情初期所受影响较大，在第二、三季度情况有所好转，所以短期看，疫情对我国经济冲击较大，但从中长期看，我国经济增长的趋势不会改变，经济潜在的增速不会出现系统性偏离。而美国经济在第二季度受到疫情的影响最为严重，此时也正是美国疫情的爆发期，供应链的中断导致供给受到冲击和它派生出需求严重萎缩对美国金融市场来说是双重打击，全球石油市场的跌宕也连累美国页岩油气产业，这些都成为了美股大跌的推手。韩国的经济发展受疫情影响一路下跌，这也与其疫情二次爆发密不可分。

5. 问题三模型建立与求解

5.1 问题分析

对问题一的解答中分析了各国当前防疫措施对疫情传播的影响。对问题二的解答中，将 2020 年各国实际 GDP 指数和无疫情影响下的预测结果进行比较，并分析了采取不同防疫措施导致不同的疫情发展趋势，并对国家经济造成不同的影响。

问题三要求建立综合评价体系，提出针对不同国家的防控策略优化方案，并

预测在此防控方案下的各国 2021 年疫情及经济变化趋势。首先要基于问题一的分析结果通过建立不同防疫措施下的综合评价体系来确定最优的防疫策略,进而预测在此防疫策略下各国 GDP 指数在 2021 年的变化趋势。

5.2 模型建立

采用非线性加权综合法建立综合评价体系,即用非线性函数作为综合评价模型,对多个系统进行综合评价。基于不同措施导致的疫情发展趋势不同,计算出各种防疫措施对疫情发展影响的权重。采用在某一固定时刻内,各个国家确诊人数的变化率作为该国家的措施指标,从而计算出不同国家措施的权重 p_1, p_2, p_3, p_4 ,然后利用 SIQR 模型,对各个国家的疫情变化进行求解。

5.2 模型求解

各个国家基本国情不同,经济发展水平、当前疫情防控情况、人口密度等各不相同,因此在防疫策略优化问题中应该分别讨论。

1. 中国的防疫策略优化

在不考虑地域分布、人员密集程度的情况下,我们利用问题一中 SIQR 模型对疫情变化进行分析,同时考虑中国的实际情况,假如出现疫情二次爆发,采取以下防控方案:

- (1) 加强防疫安全教育,保证防疫意识常态化;
- (2) 加强对疫情防控的监测工作,做好对疑似患者的跟踪、检查;
- (3) 减少人员集中场所的开放,对疫情高发地区实施严密监控,做好居民自行隔离工作。

在假定的疫情二次反扑中,预计二次疫情的爆发大约持续两周,如果做好防疫工作,疫情可在 50 天内完全控制。

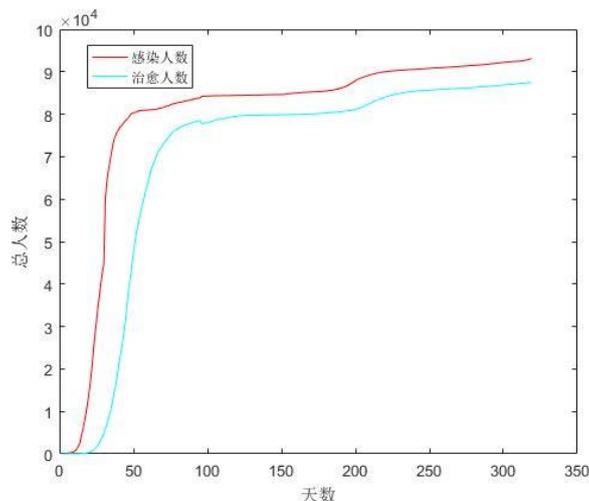
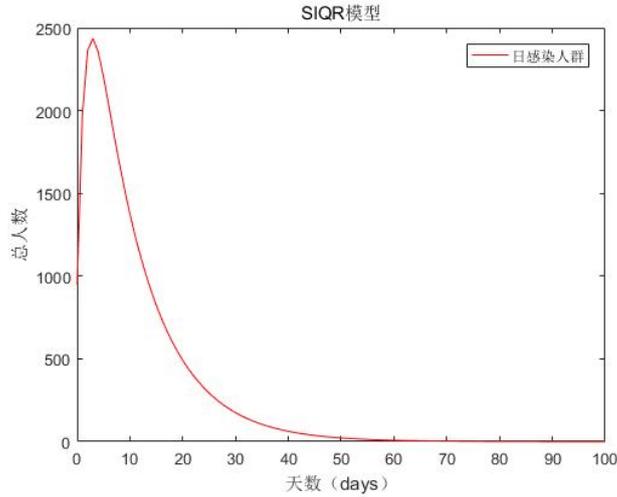


图 5.1 当前中国疫情发展趋势图



5.2 最优措施下中国疫情发展趋势图

2. 韩国的防疫策略优化

韩国在疫情一次爆发后的 200 天左右疫情有了再度爆发的趋势，基于 SIQR 模型，假设韩国采取其在疫情初期的防控措施，做好跟踪、测试、治疗，并坚持不放松防疫警惕心，可在较短时间内有效控制疫情发展。考虑到疫情对韩国经济的影响较为严重，假设韩国在疫情二次爆发后实施的防疫措施强度相当于原防疫措施强度的一半，则日感染人数在短时间内会继续，但不会持续很长时间，大概一周左右便开始下降。

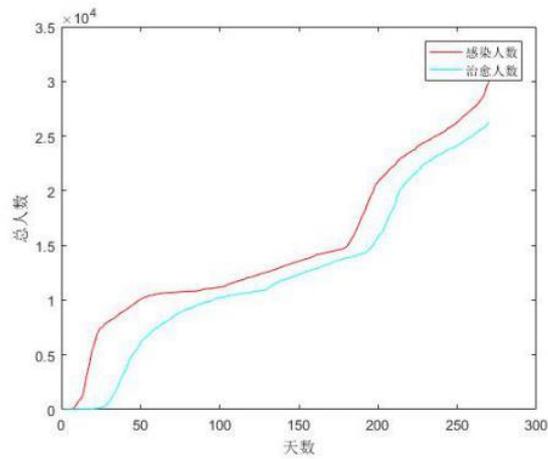
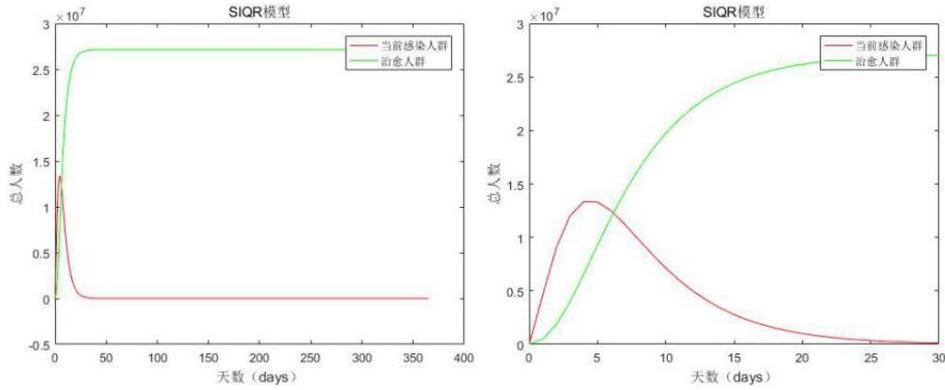


图 5.3 当前韩国疫情发展趋势图



(a) 采取当前措施 (b) 防疫措施强度降低 1/2

图 5.4 最优措施下韩国疫情发展趋势图

3. 俄罗斯的防疫策略优化

疫情初期，俄罗斯的防疫措施效果良好，但后期对疫情放松警惕，导致了疫情爆发。根据当前疫情发展和国家经济发展状况，设计疫情防控策略：

- 1) 加强防疫安全教育，提高自我防护意识，减少不必要的外出和接触；
- 2) 设立新冠疫情治疗点，跟踪隔离新冠疫情疑似者，并对确诊患者进行隔离；
- 3) 增加防疫人力、财力投入，增设疫情监控点，提高测试效率。

基于 SIQR 模型对疫情发展进行分析，采取最优策略之后，疫情会在一个月内得到有效的控制。

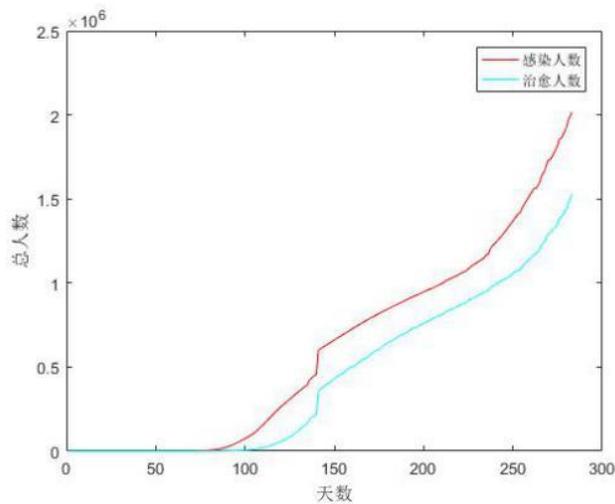


图 5.5 当前俄罗斯疫情发展趋势图

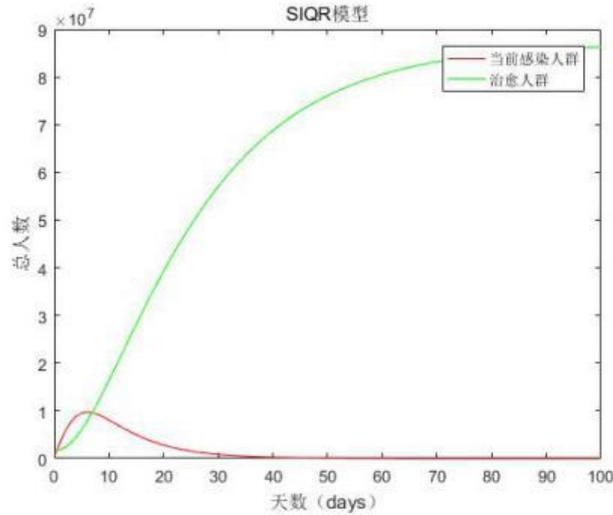


图 5.6 采用最优措施后俄罗斯疫情发展趋势图

4、美国的防疫策略优化

美国采取的防疫措施过于温和，因而导致疫情一直没有得到有效控制。从开始出现疫情以来，美国的新冠肺炎感染人数几乎一直呈指数增长。针对美国现状，建议美国学习中国的防疫措施，其中最重要的便是提高全民对疫情的重视程度。

利用 SIQR 模型对疫情变化进行分析，如果美国采取强有力的防疫措施，加上美国先进的医疗技术和医疗条件，疫情会在两周左右得到有效的控制，日感染人数将迅速减少。但同时强硬的防疫措施在美国的实施难度会比中国大得多，所以疫情被有效控制的时间也会延长。

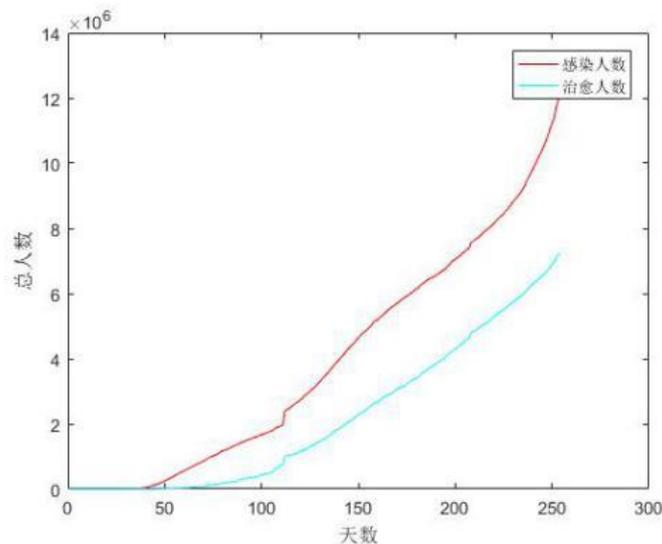


图 5.7 当前美国疫情发展趋势图

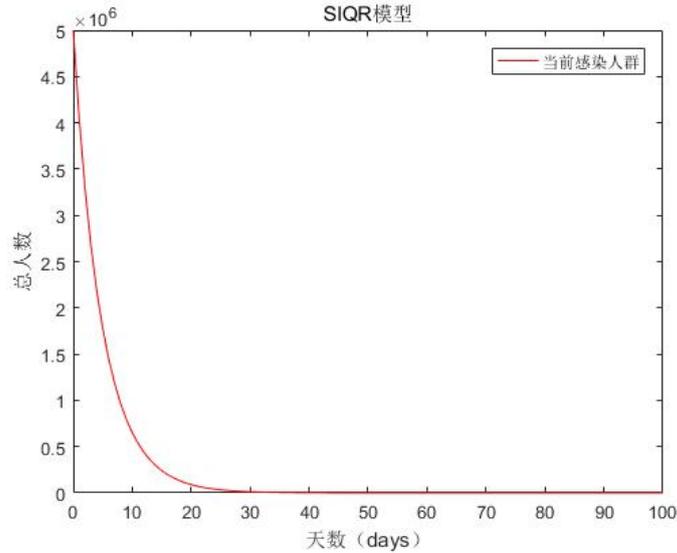


图 5.8 采取最优措施后美国疫情发展趋势图

通过分析多个国家的防疫措施与防疫数据，可以把防疫措施划按控制治疗患者、阻断传播途径、保护易感人群分成三个方面。其中中国、韩国的防疫措施对以上三个方面均有涉及，下面以中国为例，对以上三个方面进行分析：

1) 假设中国在防控措施中不保护隔离易感人群的措施，其他措施不变，则日感染人数起初变化不大，但会在大约 6 天之后成直线增长，增长系数为 2673，并且在至少 100 天内不会出现下降趋势。类似的，韩国采取同样方式的话，其直线增长系数为 6.84。

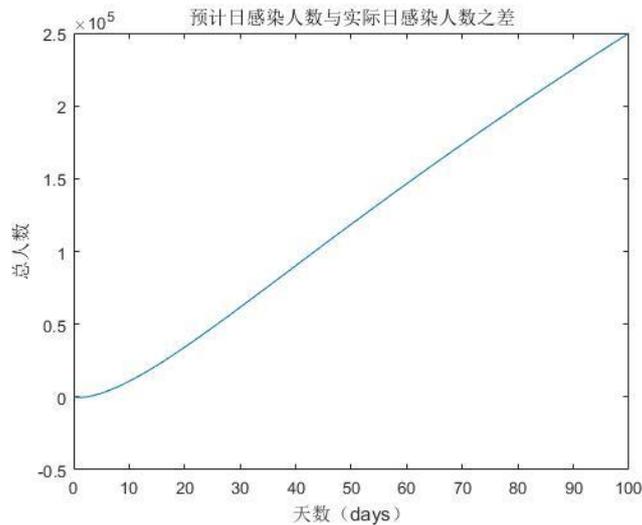


图 5.9 中国日感染人数变化曲线

2) 假设中国在防控措施中不采取隔离感染人群的措施，其他措施不变，则日感染人群相较实际而言会显著增长，通过数据拟合，预计会多出至少 20000 名患者。

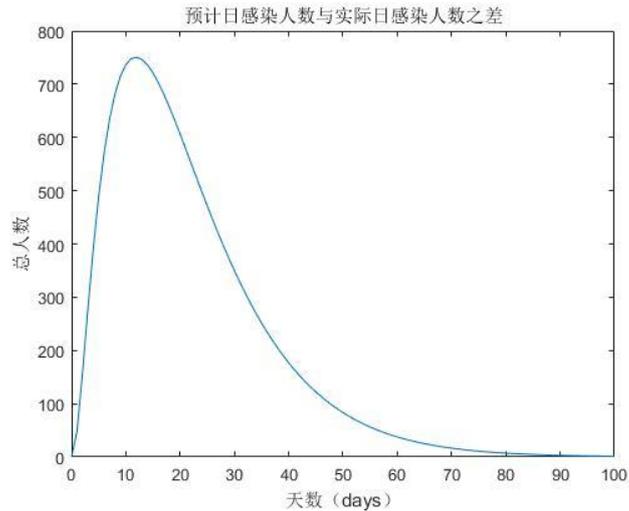


图 5.10 中国日感染人数变化曲线

接下来对采取以上优化防疫措施后各个国家 2021 年的经济进行预测。首先，基于问题二中对每个国家 2020 年的经济的预测，再对其 2021 年无疫情影响下的经济发展进行预测。由图 5.11 可以看出如果没有疫情影响的话，2021 年各国经济将稳步上升，呈现良好发展态势。给出优化防疫策略之后，假定各国均予以采纳，并且由于中国对疫情的反应和防控措施效果显著，受到国际社会的认可和好评，优化的防疫策略与中国现行防疫策略差别不大，在这种情况下基于中国从 2015 年到 2020 年的实际 GDP 指数对各国进行 GDP 指数变化的二次预测。根据收集到的中国的各季度 GDP 指数数，对比每个季度和前一个季度的差值，最终可以得到一个在防控措施下的疫情因子，然后预测得出 2021 年各国经济的变化趋势。如图 5.12 所示，在疫情得到有效的控制的情况下，各国的经济将呈缓慢恢复的状态，最终各国的经济都将回到正常的发展轨迹上，国民生活也会逐步恢复正常。

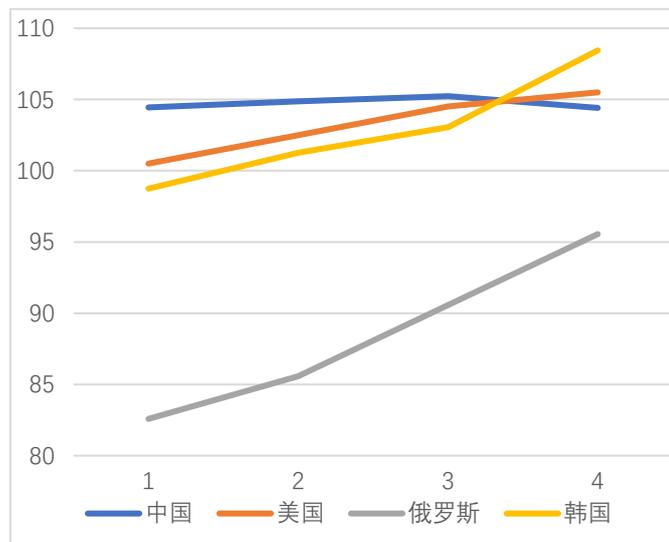


图 5.11 无疫情影响下 2021 年 GDP 指数预测

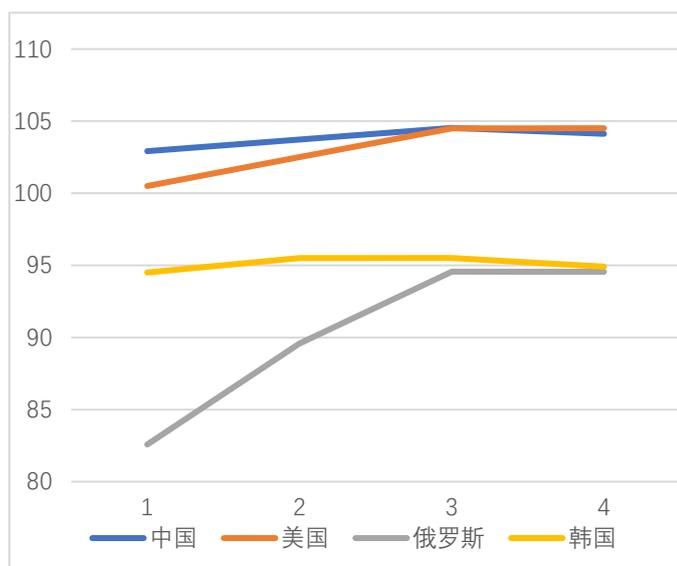


图 5.12 考虑疫情影响下 2021 年 GDP 指数预测图

6. 模型评价

问题一所采用的模型是基于 SIR 传播模型并进行改善得到的。我们在 SIQR 模型中增加了一个隔离因素，考虑易感人数 (S) 和感染人数 (I) 隔离的概率，我们通过大量实际数据分析来求解隔离概率，但由于很难分离出不同措施所占比例，因而数据的更新程度和数据准确性都可能造成误差。在考虑其他措施的影响时，通过改变转化为隔离人群 (Q) 的概率来进行模拟，因此模拟结果的可靠性很大程度依赖于转化概率的可靠性。针对该问题，我们可以通过对已知数据进行模拟来检验该模型的可靠性，从而对模型进行修正，不同的措施对应不同的修正值，这样得到的分析结果将更为可靠。

问题二中采用的是灰度预测模型，该模型的优点在于不需要大量样本，而且对样本的要求不高，计算量较少，在定量分析和定性分析中保持高度一致性，且预测准确度高，较适用于经济领域。因此根据以往经济数据对未来经济进行预测是可靠的，存在一定的参考性。但在问题二中并没有事前预测 2019 年的 GDP 指数与实际结果进行比较来实现对模型的修正，所以对 2020 年的经济预测存在一定的误差。而且 GM (n,m) 模型要求建立在光滑离散数据上的，在问题二中虽然对数据进行了预处理，但对原始数据的评估并不够全面。同时该方法的拟合只适用于近期预测。针对以上问题，可以在原始数据预处理和求解模型参数时进行修正，比如我们可以改变该预测方程

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-at} + \frac{b}{a}, (t = 1, 2, \dots, n-1)$$

的指数参数来尽可能减小预测误差。

问题三中采用非线性加权综合法建立综合评估体系，一个国家的不同措施对

疫情传播的影响也各不相同，但因无法获取一个国家不同措施的分离数据，所以我们以国家为单位进行研究，所以并不能准确反映某一措施的影响，进一步对防控方案的选择也带来影响。并且在防疫策略优化时并没有考虑经济的影响，因而防疫措施仍然有继续优化的空间。在经济预测中，数据较少导致预测误差偏大。不过，在建立综合评估体系时，改变代表不同措施的指标并建立多个评估体系进行比较，从而得到最具代表性的评估体系，这大大提高了论文中优化防控措施的可信度。

参考文献

- [1] The effect of human mobility and control measures on the COVID-19 epidemic in China[J].
- [2] 付强,姚羽. 基于多隔离策略的新冠肺炎疫情建模及分析[J]. 东北大学学报(自然科学版). 2020, 41(09): 1239-1243.
- [3] 凡友荣, 杨涛, 孔华锋. 基于阶段式 SIR-F 模型的新冠肺炎疫情评估及预测[J]. 计算机应用与软件. 2020, 37(11): 51-56.
- [4] 张靖佳, 刘澜飏, 袁芳, 等. 全球应对新冠肺炎疫情措施及我国对策研究[J]. 华北金融. 2020(10): 1-12.
- [5] 李欣桐, 方毅. 新冠肺炎疫情对我国经济的影响及对策研究[J]. 长春金融高等专科学校学报. 2020(4): 78-87.
- [6] 刘学良, 张晓晶. 疫情冲击与经济增长——SARS 的实证分析及新冠肺炎的潜在影响[J]. 产业经济评论. 2020(04): 5-25.
- [7] 杨国华, 颜艳, 杨慧中. GM(1,1)灰色预测模型的改进与应用[J]. 南京理工大学学报, 2020, 44(05): 575-582.
- [8] 陈鹏, 李丰, 叶清红, 朱三梅. 残差修正 GM (1,1) 模型预测株洲市短期 HIV 感染率趋势[J]. 河南预防医学杂志, 2020, 31(09): 658-661+676.
- [9] 陈婉铃, 张坤. 基于 GM(1,1)模型的株洲市经济发展水平预测[J]. 上海国土资源, 2017, 38(04): 42-45.
- [10] 吴凤珍. 基于 GM(1,1)宏观经济预测及相关对比分析[J]. 中国商贸, 2013(13): 174-175.

附录

附录一（问题一代码）：

```
china=xlsread('us.xlsx');
confirmed=china(:,1);
dead=china(:,3);
heal=china(:,4);
for i=1:b-1
    if i<round(b/3)
        a=(confirmed(i+1)-confirmed(i))/confirmed(i);
        a=a*3/b/5;
        h=h+a;
        i=i+1;
    else
        a=(confirmed(i+1)-confirmed(i))/confirmed(i);
        h=h+a*6/b/5;
        i=i+1;
    end
end
end
h . . . . . r的值
```

```
function y = siqr( t,m )
% UNTITLED2
n=14e8;
r1=0.3387;
r2=0.0062;
u=0.041;
u2=0.17;
l1=0.7;
l2=0.9;
w=0.0533;
y=[ -r1*m(1)*m(2)/n-l1*m(1);
    r1*m(1)*m(2)/n+r2*m(1)*m(4)/n-(u+w)*m(2);
    u*m(2)+u2*m(5);
    r1*m(1)-r2*m(2)*m(4)/n;
    l2*m(2)-u2*m(5)-w*m(5)];

end

[t,x]=ode45('siqr',[0:1:100],[ 14e6 26343 564 14e4 23709]);
[t,x]
plot(t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'b',t,x(:,3),'g',t,x(:,4),'k',t,x(:,5),'m');
```

```

legend('易感人群','感染人群','治愈人群','隔离人群','隔离患者')
title(' SIQR模型')
xlabel('天数 (days) ')
ylabel('总人数')

```

附录二（问题二代码）:

```

%求解模型
yuanshi=xlsread('D:\2010-2020 第一季度.xlsx','季度数据')
chuli=yuanshi;
%数据进行累加处理
for j=1:8
    for i=2:10
        chuli(i,j)=chuli(i,j)+chuli(i-1,j);
    end
end
%求解均值
for j=1:8;
    for i=2:10
        z(i,j)=0.5*chuli(i,j)+0.5*chuli(i-1,j);
    end
end
mjuzheng=zeros(9,2);
%求解模型参数 a,b 及预测下一年的值
for j=1:8
mjuzheng(:,1)=-z(2:10,j)
mjuzheng(:,2)=[1 1 1 1 1 1 1 1 1];
hcanshujie(:,j)=inv(mjuzheng'*mjuzheng)*mjuzheng'*yuanshi(2:10,1);
y2020yuce(j)=(yuanshi(1,1)-hcanshujie(2,j)/hcanshujie(1,j))*exp(-
hcanshujie(1,j)*10)+hcanshujie(2,j)/hcanshujie(1,j)-chuli(10,j);
y2021yuce(j)=(yuanshi(1,1)-hcanshujie(2,j)/hcanshujie(1,j))*exp(-
hcanshujie(1,j)*11)+hcanshujie(2,j)/hcanshujie(1,j)-chuli(10,j)-y2020yuce(j)
end
%求解极比，判断是否在检验区间
for j=1:8
    for i=1:9
        p(i,j)=yuanshi(i,j)/yuanshi(i+1,j);
    end
end
%S 曲线拟合
function [fitresult, gof] = createFit(n, y1)
[xData, yData] = prepareCurveData( n, y1 );

% Set up fitype and options.
ft = fitype( '1/(a+b*exp(-x))', 'independent', 'x', 'dependent', 'y' );

```

```

opts = fitoptions( 'Method', 'NonlinearLeastSquares' );
opts.Display = 'Off';
opts.StartPoint = [0.99374946330417 0.351142542980529];

% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );

% Plot fit with data.
figure( 'Name', 'S 形曲线' );
h = plot( fitresult, xData, yData );
legend( h, 'y1 vs. n', 'S 形曲线', 'Location', 'NorthEast' );
% Label axes
xlabel n(年数)
ylabel y1 (第一季度国内生产总值指数)
grid on
%指数拟合
function [fitresult, gof] = createFit(n, y1)
[xData, yData] = prepareCurveData( n, y1 );
% Set up fitype and options.
ft = fitype( 'a*exp(-b*x)+c', 'independent', 'x', 'dependent', 'y' );
opts = fitoptions( 'Method', 'NonlinearLeastSquares' );
opts.Display = 'Off';
opts.StartPoint = [0.512193480232052 0.244165718590801 0.85768897171342];

% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );

% Plot fit with data.
figure( 'Name', '指数拟合' );
h = plot( fitresult, xData, yData );
legend( h, 'y1 vs. n', '指数拟合', 'Location', 'NorthEast' );
% Label axes
xlabel n (年数)
ylabel y1 (第一季度国内生产总值指数)
grid on
%直线拟合
function [fitresult, gof] = createFit(n, y1)
[xData, yData] = prepareCurveData( n, y1 );
% Set up fitype and options.
ft = fitype( 'poly1' );
% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft );
% Plot fit with data.
figure( 'Name', '直线拟合' );

```

```
h = plot( fitresult, xData, yData );  
legend( h, 'y1 vs. n', '直线拟合', 'Location', 'NorthEast' );  
% Label axes  
xlabel n(年数)  
ylabel y1 (第一季度国内生产总值指数)  
grid on
```