

2020 年湖南省研究生数学建模竞赛

竞赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）： A

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）： 202018001011

所属学校（请填写完整的全名）： 国防科技大学

参赛队员（打印并签名）： 1. 侯帅
2. 赵彬
3. 曹子铭

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）：

日期： 2020 年 11 月 30 日

评阅编号：
(由组委会填写)

2020 年湖南省高校第五届研究生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

评阅记录：

评 阅 人						
备 注						

(请勿改动此页内容和格式。此编号专用页仅供评阅使用。)

新冠肺炎疫情防控策略分析与优化

摘要

自武汉首次发现新型冠状病毒肺炎(COVID-19)以来, COVID-19 引起了全世界的关注。作为受灾最严重的地区之一, 截至 2020 年 6 月 29 日, 意大利登记了 1,479,910 例检测病例, 211,938 例感染病例, 82,879 例痊愈, 29,079 例死亡。本文通过建立扩展的 SEIR 模型分析了主要防疫措施对其疫情的影响, 通过股市主要指数的数据分析了疫情对经济发展的影响, 为防疫和经济恢复提供了参考。

关键词: 新冠疫情, SEIR 模型

1 问题重述

2019 至 2020 年,新型冠状病毒肺炎(以下简称为新冠)疫情在全球暴发,给全世界人民的健康带来了巨大的威胁,也严重影响了各国的经济活动和日常生活。新冠肺炎疫情在全球蔓延以来,各个国家采取了不同的防疫策略和措施,取得的效果也不同。科学客观地评估新冠肺炎的传播,防疫管控措施的影响以及疫情对经济发展的影响,对于各国实施必要的防控措施、优化疫情应对方案具有重要的现实意义。对疫情做出正确预测,对防疫措施进行正确评估与优化,可以为下一阶段的抗疫和经济发展提供更有效的策略和措施。因此,需要进一步总结前期抗击疫情的经验,总结经验,弥补不足,为今后的疫情防控 and 经济发展打下基础。在上述考量的基础上,建模坚决以下问题:

1.1 防疫措施对疫情传播的影响

疫情不仅与其本身传播特性有关,还受防疫管控措施的影响,合理的防疫措施能够减少人们的接触,降低传染的风险,对疫情传播具有明显控制作用。建立符合实际的数学模型对疫情进行预测,以及评估防控措施的有效性具有重要价值。采用数学的知识帮助验证防疫策略在减缓疫情中发挥的作用,能够为国家实施防控策略提供重要的理论决策支持。同时,模型预测疫情的时间和病人数,可以对未来一段时间需要多少病房、多少医务人员以及医疗物资如何分配等问题的解决提供重要的参考价值。根据各国新冠疫情及防疫管控措施的相关数据,建立数学模型,描述不同防疫管控措施对疫情传播的影响。

1.2 疫情对经济发展的影响

新冠疫情对各国经济也会造成不同的冲击。疫情造成的恐慌情绪会引发金融和资本市场的动荡,同时控制疫情的措施也会对经济按下暂停键,从而对消费端和生产端同时造成压力。因此,需要结合各国经济方面数据,建立数学模型,分析比较疫情对国家经济发展的影响。

1.1 新冠疫情防控策略优化

建立综合评价体系,并收集必要的数,提出对不同国家更合理有效的防控策略优化方案,并预测在此防控方案下的各国 2021 年疫情及经济变化趋势。

2 问题分析

2.1 防疫措施对疫情传播的影响

许多数学预测模型已被用于研究疫情传播的动力学、预测过程和可能的最优控制。研究疫情传播的一个常用模型是 SIR 模型,其中定义了三种相互排斥的群体类型:易感者、受感染者和恢复者。已经提出了从 SIR 模型扩展而来的各种新倡议,以更准确地描述特定流行病的动态传播。考虑到死亡病例,Anastassopoulou 等人提出了一个离散时间 SIRD(易感、感染、恢复和死亡)模型。Liu 等人开发了 QSEIR 模型(检疫、易感、暴露、感染和耐药),通过统计方法和随机模拟估计了参数。Casella 将延迟影响纳入 SIR 模型,并揭示了不同检疫措施的结果差异。Lin 等人对考虑风险感知的 SEIR(易感、暴露、感染、移除)模型进行了修改。Wu 等人利用过渡动力学估计 COVID-19 的临床严重程度。Contreras 等人设计了一般多组 SEIRA(易感、暴露、感染、恢复和无症状)模型,以捕捉 COVID-19 传播过程中人群间的异质性特征。

除了对 COVID-19 疫情进行预测和评估外,最近还有学者从不同角度探索了疫情的最优控制策略。最优控制的目的是找到最有效的政策,通过最优的治疗费用和隔离来实现尽可能低的感染率。Tuite 等人提出了一个年龄结构的分区模型来研究 COVID-19 的

传播和缓解策略。Zandvoort 等人对非洲国家减少 COVID-19 疫情负担的应对策略进行了评估。Prem 等人研究了控制策略通过减少社会混合对 COVID-19 疫情进展的影响。Hellewell 等人建立了一个随机传播模型，研究了在控制新冠肺炎疫情中对感染病例和接触者进行隔离的有效性。

在本问题中，可一在 SEIR 模型的基础上，进一步结合新冠疫情的相关特征进行建模，分析考虑不同抗议措施对疫情的影响。

2.2 疫情对经济发展的影响

新冠疫情对各国的经济发展影响是巨大的，然而疫情对经济的影响往往具有滞后性，当下采取的措施对经济的影响往往需要很长一段时间才能体现出来。另一方面，如何量化对经济的影响是一个值得考虑的问题。可以考虑从每一季度的 GDP、进出口贸易额、失业率、国内生产总值等多个角度建立经济评价指标体系，衡量疫情对经济的影响。

另一方面，最快反映国家经济走势的数据为股市的数据，2020 年 3 月，美股在经历“黑色星期一”后，两周时间内 4 次触及熔断，而在美股多次熔断的同时，韩国、尼泊尔、墨西哥等十余个国家股市也相继发生熔断。可以考虑通过主要国家的指数数据来分析疫情对经济的影响。

2.3 新冠疫情防控策略优化

根据各国情况，设置多目标优化函数，使得防疫措施对各国疫情传播和经济发展综合效用最高。

3 符号说明

符号	含义
S	易感人群，从未被感染的人和可能因接触感染者而感染的人
E	接触者，已感染但尚未出现症状的人
I	受感染者，出现症状的病毒携带者
R	治愈者，被治愈或死亡的感染者
c	接触率(每百万人人均接触数)，可能因社交距离(如城市封锁等)而产生差异
β	易感病例与被感染者在一次接触中发生疫情传播的概率
q	接触接触者和感染者的易感病例的检疫概率
λ	未感染者从检疫隔离中解脱的速度
σ	未经隔离的人士成为感染者的比率
δ_q	已隔离的接触者感染的比率
δ_l	未隔离的接触者感染的比率

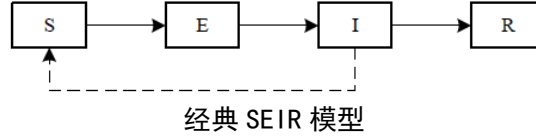
4 模型的建立与求解

4.1 防疫措施对疫情传播的影响

在经典的 SEIR 模型中，考虑了四类人群：

- 1) 易感人群 (S)：从未被感染的人和可能因接触感染者而感染的人；
- 2) 接触者 (E)：已感染但尚未出现症状的人。注意，在这个模型中，易感个体不具有传染性；
- 3) 受感染者 (I)：出现症状的病毒携带者；
- 4) 治愈者 (R)：被治愈或死亡的感染者。

这些类之间的关系如图 2 所示。易感人群可因与感染者接触而携带疫情，通过不同人的潜伏期感染，并最终被移除治疗或死亡。



COVID-19 SEIR 扩展模型：扩展经典的 SEIR 模型，将人群划分为 8 种类型：S，易感病例（未隔离）；S_q，易感病例（隔离）；E，暴露病例（感染，未发现）；E_q，暴露病例（感染，隔离）；I，感染病例（已确认，未发现）；H，住院病例；R，康复病例；D，死亡病例。图 3 总结了这些情况之间的相互作用。易感病例可能因与感染病例或未隔离的接触病例而成为接触病例。这些接触者中的一部分将被政府隔离，而那些没有表现出症状的人将在隔离后再次成为易感病例，而那些确诊的人将被收治治疗。此外，一些接触者没有被隔离，最终成为感染病例。在这个模型中，从感染中恢复的人再次成为易感病例的概率被忽略了，因为根据现有数据，它似乎可以忽略不计。根据现有研究，暴露病例与感染病例的感染概率无显著差异，暴露病例与感染病例均有自愈的可能。此外，该模型还区分了未隔离病例和隔离病例之间的感染情况，隔离病例由于采取了适当的隔离和严格的预防措施，如保持适当的社会距离、清理被污染的废物、避免直接接触等，导致传播严重受限。因此，本文忽略了被隔离个体的感染情况。此外，这些相互作用也被数学描述为以下常微分方程。

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -[c\beta + (1-\beta)cq]S(I+E) + \lambda S_q \\ \frac{dE}{dt} &= \beta c(1-q)S(I+E) - \sigma E \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E - (\delta_I + \gamma_I + \alpha_I)I \\ \frac{dS_q}{dt} &= (1-\beta)cqS(I+E) - \lambda S_q \\ \frac{dE_q}{dt} &= \beta cqS(I+E) - \delta_q E_q \\ \frac{dH}{dt} &= \delta_q E_q + \delta_I I - (\gamma_H + \alpha_H)H \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma_I I + \gamma_H H \\ \frac{dD}{dt} &= \alpha_I I + \alpha_H H\end{aligned}$$

公式中使用的参数详细定义如下。

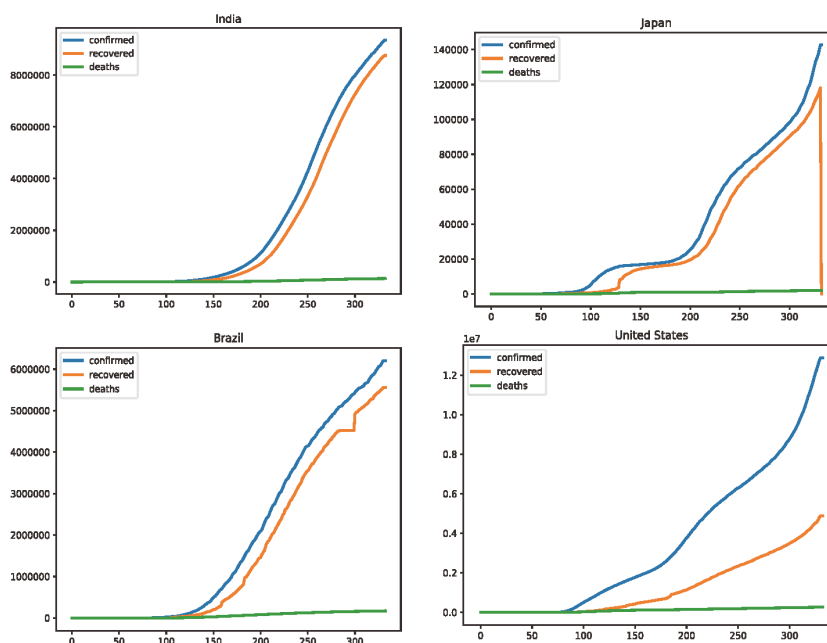
- 1) c 为接触率(每百万人人均接触数)，可能因社交距离(如关闭娱乐场所、城市封锁等)而产生差异；
- 2) β 表示易感病例与被感染者或被感染者在一次接触中发生疫情传播的概率；
- 3) q 为接触接触者和感染者的易感病例的检疫概率。由于实施了大规模接触追踪和测试，这个参数可以增加；
- 4) λ 表示未感染者从检疫隔离中解脱的速度；
- 5) σ 表示未经隔离的人士成为感染者的比率；
- 6) δ_q 和 δ_I 分别表示已隔离和未隔离的接触者感染的比率；
- 7) γ_I 和 γ_H 分别为未隔离感染者和住院患者的康复率；
- 8) α_I 和 α_H 分别代表未隔离的感染者和住院病例的死亡率，由于医疗资源的紧张， α_H 可能会增加。

4.2 数据来源与分析

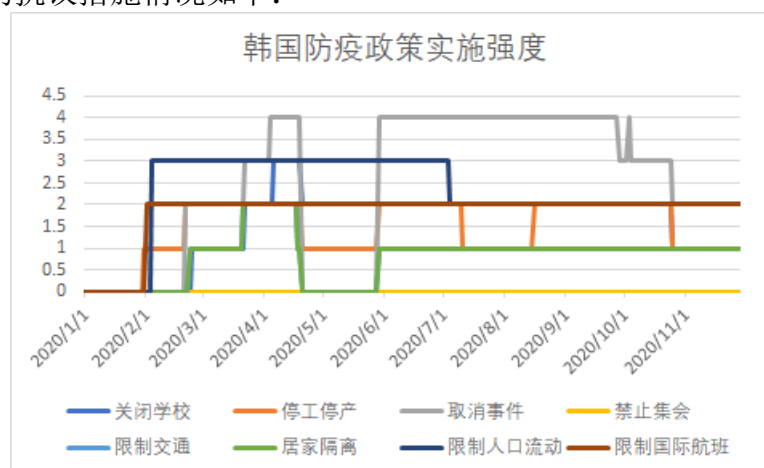
对于新冠疫情已经有众多的学术组对疫情相关的数据进行了整理从而方便大家进

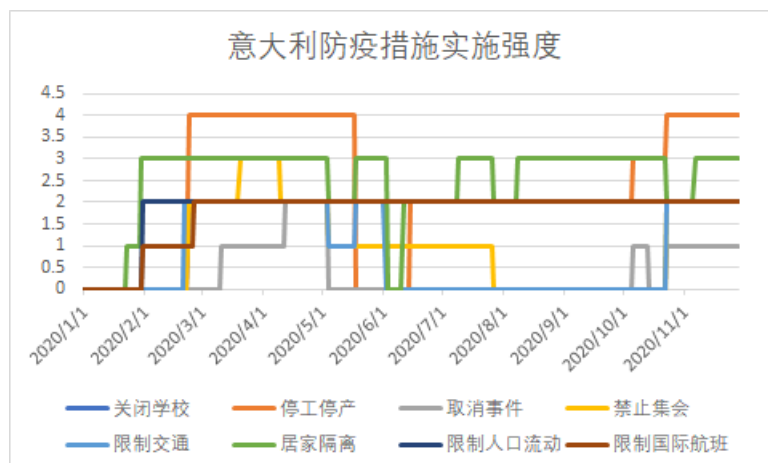
行研究，为共同抵制新冠疫情做出贡献。包括美国医学学会，牛津大学流行病预测研究组织项目（<http://epidemicforecasting.org/country-rt-estimates>），约翰霍普金斯大学数据（<https://gisanddata.maps.arcgis.com/apps/opsdashboard/index.html#/bda7594740fd40299423467b48e9ecf6>），华盛顿大学数据（<http://www.healthdata.org/covid/data-downloads>）等等以及由多个国家共同维护的数据中心（<https://covid19datahub.io/articles/data.html>）。

单个数据来源的数据可能存在偏差，因此我们综合了以上多个数据源的数据进行分析。几个典型的国家的疫情发展情况如下，分别表示累计确诊人数、累计恢复人数和累计死亡人数。



几个国家的抗议措施情况如下：





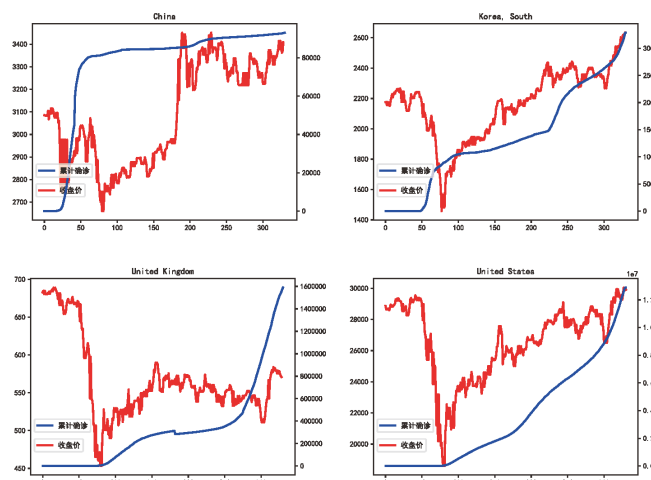
4.3 以意大利为例的数据分析

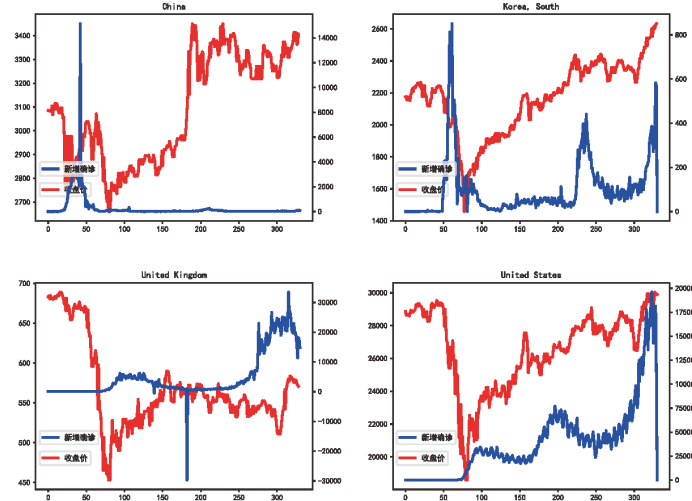
根据收集的疫情数据，可以很容易地确定隔离病例、住院病例、康复病例和死亡病例的每日和累计数据。但是，确定准确的其他状态变量数和许多不确定参数是一个充满挑战的问题。值得注意的是，该模型已经被证明在长期中对初始变量是弱敏感的。采用一种最佳拟合方法来识别局部参数，使误差最小化，其中参数在模拟过程中通过使用可用的测试数据进行更新。另外，一些模型参数会随着时间的推移而更新，以反映渐进控制策略，即 c 、 q 、 δ_I 、 γ_H 和 α_H 。

从可用的报告数据中获得和估计状态变量的初始值。根据流行病学和临床信息，有些参数随时间的推移是固定的，如 β 、 λ 、 σ 。回想一下政府推出的控制政策，有两个关键时间点：2020年3月10日和2020年5月4日。自2020年3月10日起，意大利在全国范围内实施了封锁，非必要活动被禁止。2020年5月4日以后，这些严格的措施被弱化了。建议意大利公众注意自觉与疫情发生保持必要的社会距离，并采取经常洗手、戴口罩、避免握手等预防措施。因此，有效接触的速度并没有增加后封锁被削弱。 γ_H 和 α_H 具有时间依赖性，这是由于有限的医疗资源和快速增长的患者之间的冲突造成的。

4.2 疫情对经济发展的影响

我们选取了几个典型国家的主要主要指数数据来衡量疫情对经济的影响，主要包括韩国 KOSPI 指数历史数据，道琼斯工业平均指数，上证指数历史数据等，以下为累计确诊和新增确诊与指数数据的关系。





分析各国经济原有趋势，分析各国经济政策对经济的影响

分析纯疫情下经济的损失

分析管控疫情的成本（各项管控措施均为 0 时为纯疫情下经济损失）

统计防疫情况下经济的实际情况，即可得到管控疫情挽回的损失

综上，计算疫情及各防疫措施对各国经济的影响

4.3 新冠疫情防控策略优化

设置措施实施约束（有的国家可能无法实施某项措施），调整各项措施，设置疫情与经济权重（如 0.7、0.3），使得各项措施实施时 $f = (f_1, f_2)$ 最优。其中 $f_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ， $f_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，调整 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 使得 $f = \min\{0.7f_1 + 0.3f_2\}$ 。

5 结论分析与模型评价

6.1 结论分析

防疫政策对控制疫情有积极影响，但政策既会影响经济活动，也可以通过控制疫情减少损失，同时还会因实施政策增加支出。要结合各国政治、经济、社会情况，以及对疫情和经济的综合期望制定防疫措施。

6.2 模型评价

模型能够反映各项防疫政策对疫情传播和经济发展的影响，并且能够为各国综合考虑疫情和经济，优化防疫措施。

参考文献

- [1] Thomas Hale, Sam Webster, Anna Petherick, Toby Phillips, and Beatriz Kira. (2020). Oxford COVID-19 Government Response Tracker. Blavatnik School of Government.
- [2] 丁莹,张健钦,杨木,宫鹏,贾礼朋,邓少存.新冠疫情城市仿真模型及防控措施评价-以武汉市为例[J/OL].清华大学学报(自然科学版):1-10[2020-11-30].
- [3] H. Hethcote and P. Driessche, "Some epidemiological model with nonlinear incidence," J. Math. Biol., vol. 29, pp. 271–87, 02 1991.
- [4] H. Hethcote, "The mathematics of infectious diseases," SIAM Rev., vol. 42, pp. 599–653, 12 2000.
- [5] O. Diekmann and J. Heesterbeek, "Mathematical epidemiology of infectious diseases: Model building, analysis and interpretation," Wiley Series in Mathematical and Computational Biology, Chichester, Wiley, 01 2000.
- [6] C. Anastassopoulou, L. Russo, A. Tsakris, and C. Siettos, "Data-based analysis, modelling and forecasting of the COVID-19 outbreak," PLoS One, vol. 15, no. 3, 2020.
- [7] X. Liu, G. Hewings, S. Wang, M. Qin, X. Xiang, S. Zheng, and X. Li, "Modeling the situation of

COVID-19 and effects of different containment strategies in China with dynamic differential equations and parameters estimation,” 2020.

[8] Q. Lin, S. Zhao, D. Gao, Y. Lou, S. Yang, S. S. Musa, M. H. Wang, Y. Cai, W. Wang, L. Yang et al., “A conceptual model for the coronavirus disease 2019 (covid-19) outbreak in wuhan, china with individual reaction and governmental action,” *Int. J. Infect. Dis.*, vol. 93, pp. 211–216, 2020.

[9] J. T. Wu, K. Leung, M. Bushman, N. Kishore, R. Niehus, P. M. d. Salazar, B. J. Cowling, M. Lipsitch, and G. M. Leung, “Estimating clinical severity of COVID-19 from the transmission dynamics in Wuhan, China,” *Nat. Med.*, vol. 26, no. 4, pp. 506–510, 2020.

[10] S. Contreras, H. A. Villavicencio, D. Medina-Ortiz, J. P. Biron-Lattes, and A. Olivera-Nappa, “A multi-group SEIRA model for the spread of COVID-19 among heterogeneous populations,” *Chaos Solitons Fractals*, vol. 126, no. C, 2020.

[11] B. Tang, N. L. Bragazzi, Q. Li, S. Tang, Y. Xiao, and J. Wu, “An updated estimation of the risk of transmission of the novel coronavirus (2019-nCov),” *Infect. Dis. Model.*, vol. 5, pp. 248–255, 2020.

[12] N. H. Sweilam, S. M. Almekhlafi, and D. Baleanu, “Optimal control for a fractional tuberculosis infection model including the impact of diabetes and resistant strains,” *J. Adv. Res.*, vol. 17, pp. 125–137, 2019.

[13] A. R. Tuite, D. N. Fisman, and A. L. Greer, “Mathematical modelling of COVID-19 transmission and mitigation strategies in the population of Ontario, Canada,” *CMAJ*, vol. 192, no. 19, pp. 497–505, 2020.

[14] K. Zandvoort, C. Jarvis, C. Pearson, N. Davies, T. Russell, A. Kucharski, M. Jit, S. Flasche, R. Eggo, and F. Checchi, “Response strategies for COVID-19 epidemics in African settings: a mathematical modelling study,” *MedRxiv*, 2020.

[15] K. Prem, Y. Liu, T. Russell, A. Kucharski, R. Eggo, N. Davies, M. Jit, P. Klepac, S. Flasche, S. Clifford, C. Pearson, J. Munday, S. Abbott, H. Gibbs, A. Rosello, B. Quilty, T. Jombart, F. Sun, C. Diamond, and J. Hellewell, “The effect of control strategies to reduce social mixing on outcomes of the COVID-19 epidemic in Wuhan, China: a modelling study,” *The Lancet Public Health*, vol. 5, 03 2020.

[16] J. Hellewell, S. Abbott, A. Gimma, N. I. Bosse, C. I. Jarvis, T. W. Russell, J. D. Munday, A. J. Kucharski, W. J. Edmunds, F. Sun et al., “Feasibility of controlling COVID-19 outbreaks by isolation of cases and contacts,” *The Lancet Global Health*, vol. 8, no. 4, 2020.

[17] 凡友荣, 杨涛, 孔华锋. 基于阶段式 SIR-F 模型的新冠肺炎疫情评估及预测[J]. 计算机应用与软件, 2020, 37(11): 51-56+62.

[18] 盛华雄, 吴琳, 肖长亮. 新冠肺炎疫情传播建模分析与预测[J]. 系统仿真学报, 2020, 32(05): 759-766.