

## 2023 年湖南省研究生数学建模竞赛

### B题 化学发光免疫分析仪运行的调度优化

全自动化学发光免疫分析仪作为医学上对人体体液样本进行检验的一种仪器，已被国内外的各大医院和医疗机构广泛应用于临床，它通过人体体液样本，例如血清、唾液等，实现对诸如蛋白、核酸等指标的精准检测，从而根据检测指标判断被检者是否患有某种疾病。该仪器使医学上免疫诊断的整个流程通过机器实现自动化操作，从而克服传统人工检测存在的效率低、结果精确度差、耗时费力等缺点。

在化学发光免疫分析仪里，人体的体液样本事先被放到一个称为生物芯片的载体中，芯片依次经过进仓读码、激光超声、过滤、定量、R1R2加样、第一次温育、磁珠加样、第二次温育、清洗以及检测等步骤。这里我们把芯片的读码、激光超声、过滤、定量和R1R2加样归为前处理阶段，则芯片检测的核心流程主要包括前处理、第一次温育、磁珠加样、第二次温育、清洗和检测等六道工序。每道工序都有其固定的处理工位，也需要一定的时间，并且由于检测需要，每片芯片的检测流程一旦开始便不能停止，直到检测完成。

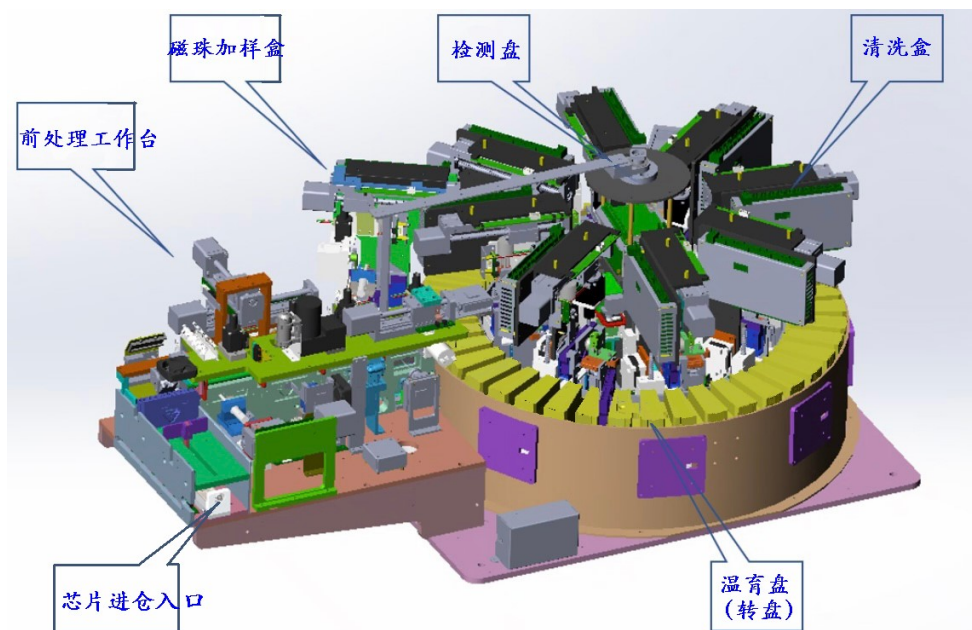


图1 化学发光免疫分析仪

化学发光免疫分析仪的结构如图1，它包括前处理工作台、大转盘（转盘本身具有温育功能，亦称温育盘）和转盘上方固定的8个清洗盒、1个磁珠加样盒，以及1个可以转动的检测盘等。转盘上均匀分布着用来置放芯片的40个卡槽。

载有人体体液的一片芯片，首先在前处理工位上进行一系列前期处理，然后转盘转动对位，前处理完毕后的芯片被推入转盘上一个空着的卡槽，进行第一次温育过程；第一次温育完成后转盘转动对位到磁珠工位，芯片进入磁珠加样盒进行加样；加样完毕，转盘又转动对位，芯片回到转盘上的某一空置卡槽内进行第二次温育过程；第二次温育完成后，转盘再转动对位到某个空闲的清洗盒，芯片进入清洗盒进行清洗；清洗过程完毕，仪器上的检测盘转动对位到该清洗盒，芯片再进入检测工位进行检测；检测完毕芯片被弹出，这片芯片的整个检测流程结束（见图2）。

芯片前期处理的5个步骤是在一个工作台（见图1）上顺序进行的，每个步骤一次只能处理一片芯片，时长30秒，于是150秒后芯片完成前处理工序便可被推送进入转盘。

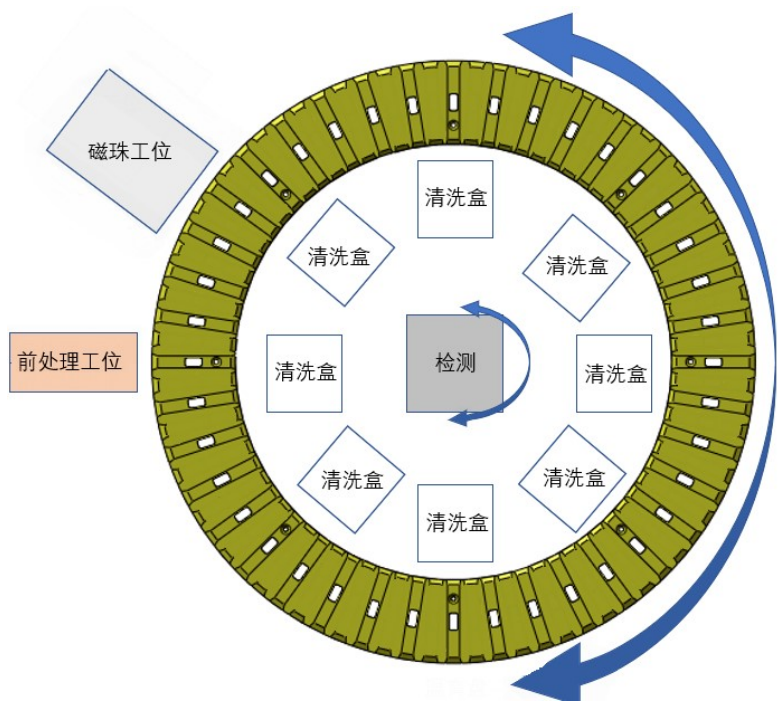


图2 化学发光免疫分析仪工作流程示意

化学发光免疫分析仪运行的调度优化问题，是指对于一组待检测的芯片，沿上述检测路径完成全部六道工序的处理，在保证各检测工序不发生冲突的前提下，使得这组芯片的检测总的完成时间尽可能小。

为使问题简化，假定转盘或检测盘在每次的转动对位过程中，无论如何转动、移动多少距离，所需时长是一样的。具体的时长数据见表一。

表一 化学发光免疫分析仪各工序所需时长

工 序	前 处 理	转 盘 转 动 对 位	第 一 次 温 育	转 盘 对 位 磁 珠 盒	磁 珠 工 位	转 盘 转 动 对 位	第 二 次 温 育	转 盘 对 位 清 洗 盒	清 洗 工 位	检 测 盘 对 位	检 测 工 位
所需时间	150s	6s	0~60min, 不同类型芯片时长不同	8s	[21s, 25s]	8s	0~30min, 不同类型芯片时长不同	16s	$\geq 325s$	12s	25s

请你们建立数学模型和相应算法，就下列问题给出免疫分析仪运行的最优调度方案：求解每片芯片在每道工序的开始时间和结束时间（单位：s，取整）、芯片进仓时的顺序，并填写对应的调度结果表（见附录），将全部结果列为论文的附录。

**问题1：**现有一组A类型芯片，其第一次温育时间10分钟，第二次温育时间5分钟，则单位时间（1小时）内最多可以完成多少芯片的检测？如果换成一组B类型芯片，其第一次温育时间40分钟，第二次温育时间20分钟的呢？

**问题2：**若有A，B两种类型的芯片各80片，则它们全部检测完至少需要多少时间？

**问题3：**若还有C型芯片，其第一次温育时间25分钟，第二次温育时间10分钟，而A型芯片60片、B型芯片50片、C型芯片50片，则全部检测完至少需要多少时间？

**问题4：**针对问题2和问题3，将你的模型和算法，分别推广到芯片数量为 $m_i$ ，其第一次温育时间为 $a_i$ 分钟、第二次温育时间为 $b_i$ 分钟（ $i=1,2,3$ ）的一般情形。进一步，可以推广到  $N$  种类型的芯片吗？并自行举例验证。

**问题5：**若开始有A型芯片60片、B型芯片70片，运行30分钟后，新到C型芯片20片，问全部检测完至少需要多少时间？

## 附录

附表1: 问题1. A型芯片的调度结果 (单位: s)

[illegible]

附表2: 问题1. B型芯片的调度结果 (单位: s)

[illegible]





