

# 第十届湖南省研究生数学建模竞赛赛题

(请先阅读“竞赛通知和竞赛材料格式规范”)

## 大型装置测试任务规划

某大型装置可分为 A、B、C 三个子系统，由于该装置使用时对可靠性要求较高，所以，需要进行多次测试，以保障其使用可靠性。

测试在具备测试条件的测试大厅中进行。测试大厅有两个测试台，可同时放置并测试 2 个大型装置。一个测试分队分为 A、B、C 子系统测试及综合测试 4 个专业测试小组，分别记为小组 A、B、C、E。4 个小组各有一个专用工位，可分别独立进行测试。先对 A、B、C 子系统分别单独测试，都通过后再进行综合测试。若一个装置的所有 4 项测试都通过，则该装置通过测试；若某道工序测出有问题，需进行重测，连续两次未通过测试，则该装置将退出测试。测试通过或退出后，该装置将被运出测试大厅，并运入另一个待测试装置，此运输过程不会影响大厅内另一个装置的测试，并且两个装置也可以同时运出或运入测试大厅。一个装置的运出和运入各需要 0.5 小时。

测试设备在首次启用时需要进行调试校对，对应 A、B、C、E 4 个测试小组，所需时间分别为：30 分钟、20 分钟、20 分钟、40 分钟。测试设备的安装拆卸用时较短，已计入各设备调试所需时间中。测试时，若一切正常，A、B、C、E 等 4 项测试所需时间分别为：2.5 小时、2 小时、2.5 小时、3.0 小时。但是，测试时可能出现以下几种异常情形。

Y1. 测试设备发生故障。已知测试设备在任一时刻发生故障是等可能的，且发生故障的概率根据被使用时间长短可分为两段。若使用时间在 120 小时以内，A、B、C、E 测试设备发生故障的累积概率分别为：3%、4%、2%、3%。若使用时间在 120 小时~240 小时区间内，A、B、C、E 测试设备发生故障的累积概率分别上升为：5%、7%、6%、5%。当测试设备使用达到 240 小时或发生故障时，必须更换测试设备。也可以根据情况在未发生故障时提前更换设备，但该设备需至少工作 120 小时。

Y2. 各子系统被测出有问题。根据历史数据统计，A、B、C 等 3 个子系统有问题的概率分别为：2.5%、3%、2%。测出问题后需进行重测。重测通过后可进入下一环节。

Y3. 测手发生差错。根据历史数据统计，A、B、C、E 等 4 个测试小组的测

手发生差错的概率分别为：3%、4%、2%、2%，这其中又分为两种情形。（Y31）被测系统没有问题，测手操作失误，认为有问题，称之为误判，这种情形大约占50%。这时需要进行重测。（Y32）被测系统有问题，但测手没有测出来，称之为漏判，这种情形大约也占50%，这时该道工序测试将被判为正常。

Y4. 综合测试测出有问题。虽然前面子系统已通过测试，但可能有漏判，并且整体联接后也可能产生新问题，我们将联接系统也视为一个子系统，记作子系统D，子系统D有问题的概率设为0.1%。综合测试测出各子系统存在问题的能力是相同的，并且综合测试测出的问题具有指向性，指向各系统的比例见表1，其中 $\lambda_i, i=1,2,3,4$ ，近似满足 $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4=1$ 。综合测试测出有问题时需要进行重测。

表 1 综合测试测出有问题时各部分所占比例

子系统 A	子系统 B	子系统 C	子系统 D
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$

测试任务起始时刻从待测试装置已到位，且各测试设备已调试校对完毕起算。任务结束时刻为最后一个装置完成测试时刻。

测试任务安排主要考虑的目标是：任务尽快完成，总的漏判概率尽量低。

请建立模型，解决以下问题。

问题 1 请写出计算各比例参数 $\lambda_i, i=1,2,3,4$ 的数学表达式，以及综合测试测出系统有问题的概率表达式，并代入具体数值计算这些概率值与比例参数值。

问题 2 一个测试分队受领一项测试任务，测试 100 个大型装置。每日一个班次，每个班次工作时间不超过 12 小时。规定若某个工序测试因故发生中断时，该工序测试不得接续进行，需重新开始测试。请根据测试任务的主要目标制定测试工作计划。计算在该工作计划下，任务完成平均天数（T）、通过测试的装置的平均数目（S）、总漏判概率（ $P_L$ ）、总误判概率（ $P_W$ ）、各个专业测试组的有效工作时间比（即：小组每班次平均测试时间/12，记作 YXB）等各项统计指标，结果填入表 2。

表 2 问题 2 结果统计指标

T	S	$P_L$	$P_W$	YXB1	YXB2	YXB3	YXB4

问题 3 由于任务紧急,为了加快测试进度,在第二批 100 个装置开始测试时,安排两个分队接续倒班,每个班次工作  $K$  ( $9 \leq K \leq 12$ ) 小时,同工序两个班次使用同一套测试装备。请确定最优的  $K$  值(以半小时为最小单位),并制定测试工作计划,计算在该工作计划下,任务完成平均天数、通过测试的装置的平均数目、总漏判概率、总误判概率以及各个专业测试组的有效工作时间比(即:小组每班次平均测试时间/ $k$ ,记作 YXB)等各项统计指标,结果按表 2 格式填入表中。

问题 4. 分析讨论问题 3 中各个因素对测试任务平均完成时间的影响,并据此向主管部门提出对测试工作的改进建议。

2025年湖南省研究生数学建模竞赛