

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校	上海电力学院	
参赛队号	10256023	
队员姓名	1.	钱儒韬
	2.	刘剑清
	3.	黄恒孜

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



## 第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目                    **功率放大器非线性特性及预失真建模**

### 摘                    要：

本文研究了本赛题的全部内容，包括：无记忆与有记忆功放非线性特性建模求解；对应两种预失真器原理、约束条件及建模求解；功率谱密度函数的意义及求取方法；NMSE/EVM/ACPR 三种功放线性程度评价方法，并延伸学习了数字信号处理及 LTE 等相关方面内容。

在第一问中，分析了数据的特点，确定通过最小二乘法拟合无记忆功放非线性特性，根据 NMSE 评价结果综合考虑各方面因素确定多项式模型。按照约束条件通过 LMS 算法成功建立预失真模型，并改进了 LMS 算法，通过本题数据和 NMSE/EVM 评价证明其优越性，作为本文的创新点。

在第二问中，同样利用最小二乘法求解有记忆功放非线性特性的记忆多项式模型，采用间接学习构建预失真模型，通过 LMS 算法求解预失真模型参数，并通过 NMSE/EVM 评价有记忆功放非线性特性模型的准确度与预失真补偿的有效性。

在第三问中，通过周期图法求得功率谱密度函数，画出功率谱密度图，确定传输信道为 0~20MHz，邻信道为 20~40MHz。进一步求取 ACPR 定量证明第二问中建立的预失真模型具有很好的线性化补偿能力，并通过对比输入信号、无预失真功放输出信号、有预失真功放输出信号的功率谱密度图使结果形象化。

**关键词：**非线性特性    预失真    改进 LMS    记忆多项式    功率谱密度

# 目录

1.问题重述.....	- 1 -
2.基本假设与符号约定.....	- 2 -
2.1 基本假设 .....	- 2 -
2.2 符号约定 .....	- 2 -
3.问题 1 无记忆功放.....	- 3 -
3.1 问题分析 .....	- 3 -
3.2 模型建立及求解 .....	- 3 -
3.2.1 数据分析及处理.....	- 3 -
3.2.2 建立功放非线性数学模型.....	- 4 -
3.2.3 预失真约束条件综合分析.....	- 4 -
3.2.4 基于 LMS 自适应算法的预失真模型 .....	- 5 -
3.2.5 仿真结果.....	- 6 -
3.2.6 LMS 算法的改进 .....	- 7 -
4.问题 2 有记忆功放.....	- 10 -
4.1 问题分析 .....	- 10 -
4.2 模型建立与求解 .....	- 10 -
4.2.1 记忆功放非线性特性模型求解与评价.....	- 10 -
4.2.2 预失真模型求解与评价.....	- 12 -
5.问题 3 拓展研究.....	- 17 -
5.1 相邻信道功率比 ACPR.....	- 17 -
模型总结与展望.....	- 18 -
参考文献.....	- 19 -

## 1.问题重述

信号的功率放大是电子通信系统的关键功能之一，其实现模块称为功率放大器（PA，Power Amplifier），简称功放。功放的输出信号相对于输入信号可能产生非线性变形，即产生非线性失真。现阶段，预失真技术是被研究和应用于减轻非线性失真效应较多的一项新技术，其最新的研究成果已经被用于实际的产品。

预失真技术的基本原理是在功放前设置一个预失真处理模块，这两个模块的合成总体效果使整体输入—输出特性线性化，输出功率得到充分利用，即加入预失真处理后使得输出线性化。

功放具体可分为无记忆功放和记忆功放，无记忆功放是指某一时刻的输出仅与此时刻的输入相关，而记忆功放某一时刻的输出不仅与此时刻输入相关，而且还与此前某一时间段的输入有关。根据函数逼近的 Weierstrass 定理，对解析函数  $G(x)$  总可以用一个次数足够大的多项式逼近到任意程度，故通常可以采用构造多项式来分别建立无记忆功放和有记忆功放的特性函数模型。

在功放的特性已知条件下，求解预失真处理器的特性，总体原则是使预失真和功放的联合模型呈线性后误差最小。与此同时，预失真处理建模还需考虑两个约束条件：预失真处理的输出幅度不大于所给出的功放输入幅度最大值；预失真处理模型的建立必需考虑尽可能使功放的信号平均输出功率最大。

针对模型的数值模型结果业界常用归一化均方误差(NMSE)、误差矢量幅度(EVM)等参数评价其准确度。其中，NMSE 用来表征模型的计算精度；EVM 用来衡量整体模型对信号的幅度失真程度。

综合以上信息，需解决如下问题：

1、对于给出的无记忆功放的输入-输出数据，建立此功放的非线性特性的数学模型，用 NMSE 评价其准确度；再根据约束条件，建立此功放的预失真模型，计算遵循两个约束条件后线性化最大可能的幅度放大倍数，运用评价指标参数 NMSE/EVM 评价预失真补偿的结果。

2、对于给出的有记忆功放的输入-输出数据，建立他的非线性特性的数学模型，用 NMSE 评价其准确度；再根据两个约束条件，以框图的方式建立此功放的预失真模型实现示意图，计算相关参数，运用评价指标参数 NMSE/EVM 评价预失真补偿的结果。

3、针对题 2，在已知数据采样频率、传输信道、邻信道的条件下，计算输入信号、功放预失真补偿前后输出信号的功率谱密度，并用图形的方式，最后用 ACPR 对结果进行分析评价。

## 2.基本假设与符号约定

### 2.1 基本假设

1. 假定本题不涉及带通滤波器。
2. 假定本题涉及的信号为时间平稳信号。
3. 假定有记忆功放的复输入-输出数据按采样时间排序。

### 2.2 符号约定

符号	含义
$x(n)$	整体输入信号
$y(n)$	预失真器输出信号
$z(n)$	整体输出信号
$\alpha$	无记忆功放理想线性放大倍数
$G$	有记忆功放理想线性放大倍数
$M$	记忆多项式记忆深度
$K$	多项式最高阶数

### 3.问题 1 无记忆功放

#### 3.1 问题分析

问题 1 主要有四个方面问题需要解决。一是根据无记忆功放的输入输出测试数据，拟合其非线性特性的数学模型；二是根据“输出幅度限制”和“功率最大化”两个矛盾的约束条件，得出具体的定量的约束；三是基于功放的非线性特性数学模型，写出目标误差函数，计算幅度放大倍数，建立受定量约束的预失真模型，使得预失真与功放的联合模型输入输出线性化；四是对两个模型运用 NMSE 和 EVM 评估结果的精确性。

#### 3.2 模型建立及求解

##### 3.2.1 数据分析及处理

功放的无记忆性是指当前时刻的输出量只和当前的输入量有关，与历史输入无关。理想的线性功放是不存在的，其非线性通常用 AM/AM 和 AM/PM 来描述。AM/AM 是指放大器输出信号幅度随输入信号幅度的变化，而 AM/PM 是指输出信号的相位差随输入信号幅度的变化<sup>[1]</sup>。目前广泛使用的无记忆功放模型主要有 Saleh 模型、Rapp 模型、无记忆多项式模型、正交坐标模型等。为了更形象本题无记忆功放的失真情况，运用 Saleh 模型归一化 pa\_in\_out\_memoryless.mat 中的数据后（程序文件夹 AMPM.m 文件），得出的 AM/AM 及 AM/PM 特性仿真曲线如下图 3.1 所示。

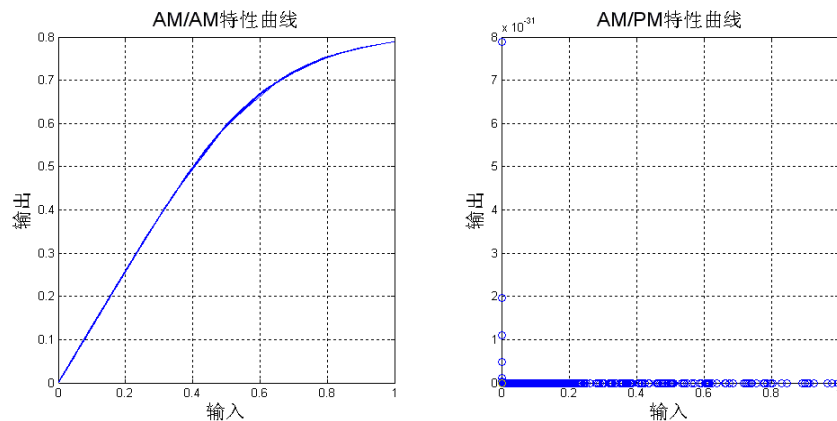


图 3.1 AM/AM 和 AM/PM 特性曲线

从上图 1 中可以得出以下结论：

1. 本问功放存在明显的 AM/AM 失真特性，在输入输出幅度上呈明显非线性。
2. 本问功放的 AM/PM 失真特性很小，归一化后的数量级在  $10^{-31}$  次，几乎可以忽略。

为了进一步证明上面得出的结论，对功放 1000 个对应点的输入/输出相位情况进行统计（程序文件夹 tongji.m 文件）得到的结论如下表 3.1 所示，可进一步证明在下面的研究中可以忽略相位失真的影响。

表 3.1 输入输出情况统计

输入输出相位统计情况	
相位差不等于 0 的比例	17.1%
相位差绝对值和	$2.7145 \times 10^{-14}$

### 3.2.2 建立功放非线性数学模型

通过上一节对数据的分析，得出在模型建立过程中相位失真可以忽略的结论，故在多种模型中选择 Taylor 级数模型，也就是多项式模型进行建模。基于 AM/AM 失真特性，利用 Matlab，运用最小二乘法（程序文件夹 WJYNH.m 文件）对功放的输入输出特性进行拟合，并计算其 NMSE，得出的拟合结果如下图 3.2 所示。

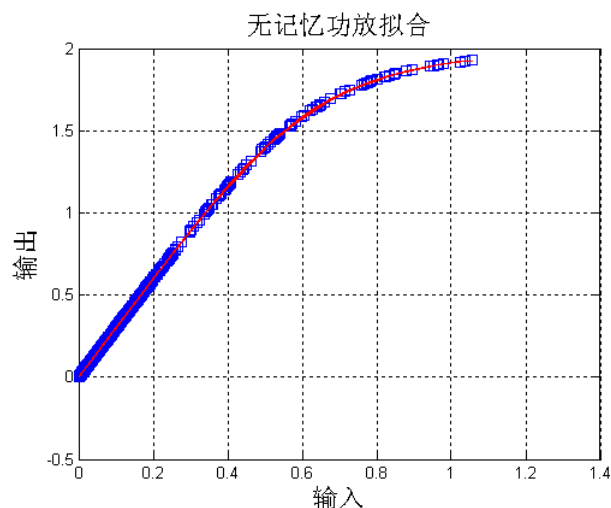


图 3.2 无记忆功放非线性特性拟合

在 Taylor 级数模型中，多项式可以选择不同的阶数，运用 NMSE 评价各模型的准确度，结果如下表 3.2 所示。

表 3.2 不同模型 NMSE

不同阶模型 NMSE							
阶数	3	4	5	6	7	8	9
NMSE	-37.8987	-47.1251	-53.5563	-64.3668	-68.7513	-81.1763	-83.7582

综合考虑模型准确度，计算复杂程度，不使用常数项，以及在下面计算中可能会使用奇次项等因素，最后选择 7 阶模型如下：

$$z(n) = -3.6889x^7 + 8.4357x^6 - 2.6117x^5 - 5.0323x^4 + 2.1047x^3 - 0.3086x^2 + 3.0141x \quad (3-1)$$

### 3.2.3 预失真约束条件综合分析

目前，国内外对无记忆预失真技术的研究上已经取得了很大进步，并提出了多种行之有效的方案，其中主要包括两类：基于查找表的数字预失真技术和基于多项式的数字预失真技术。预失真技术是补偿功放非线性失真的最好方法之一。预失真技术是指在功率放大器的前端构造一个与其特性相反的预失真器，从而抵消功率放大器的非线性失真特性，实现整个系统的线性化处理<sup>[2]</sup>。类似于牺牲放大倍率，以满足线性化，其基本原理如下图 3.3 所示。

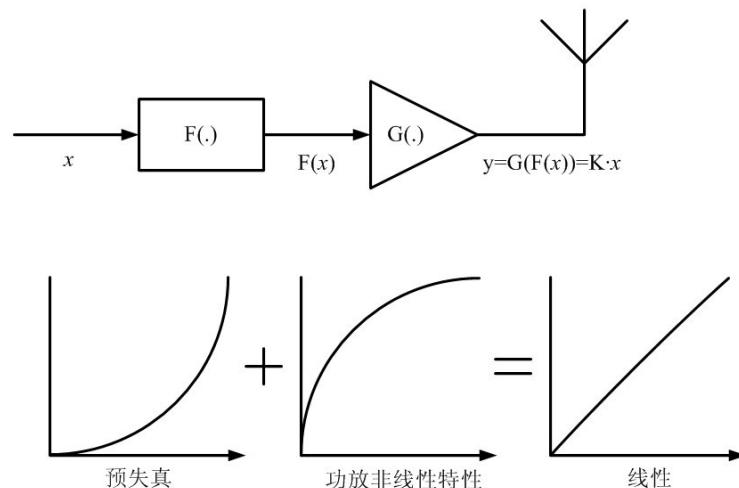


图 3.3 预失真原理

在尽可能线性化的基础上，本题对预失真有两个约束条件，“输出幅度限制”要求预失真器的处理输出幅度不大于题中所给的功放输入幅度最大值。从所给数据得到功放输入 $|x(n)|$ 最大值为 1.0553，所以预失真器的输出值 $|y(n)| \leq 1.0553$ ；另一个约束条件输出“功率最大化”，意味着要尽可能的使信号的平均输出功率最大，因此预失真处理后的输出幅度尽可能提高。这就意味着在小于 1.0553 的情况下尽可能提高。在功放输入最大时，其输出 $|z(n)|$ 为 1.9274，所以综合两个约束条件，等效于预失真后通过功放的输出理想幅度增益即为直线斜率 $k=1.9274/1.0553=1.8264$ 。

### 3.2.4 基于 LMS 自适应算法的预失真模型

由于对本题功放的非线性特性拟合结果为一个 7 阶的多项式，而预失真器具有放大器非线性特性的逆特性，所以同样也可以采用无记忆的多项式来表示。由于本题没有带通滤波器，故不能消除偶数项所造成的互调失真，所以，预失真器的非线性特性依然是一个 7 阶的多项式。无记忆多项式预失真器的原理图如下图 3.4 所示：

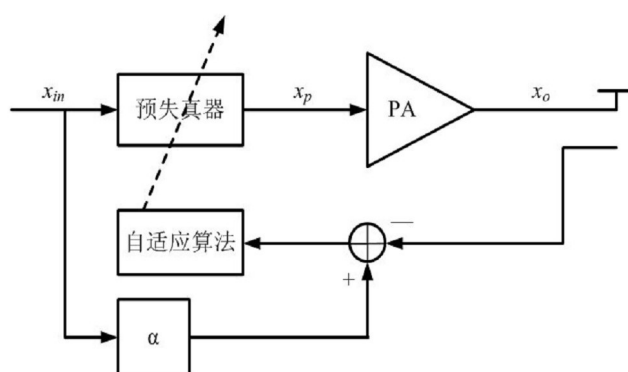


图 3.4 无记忆多项式预失真器原理

假设输入信号为 $x_{in} = x_l + jx_q$ ，通过坐标变换后为 $x_{in} = r_{in} e^{j\theta_{in}}$ ，那么与之对应的失真器输出信号为：

$$x_p = r_p e^{j\theta_p} = A(r_{in})^{j(\theta_{in} + \psi(r_{in}))} \quad (3-2)$$



上式中  $A(r_{in})$  和  $\psi(r_{in})$  分别是预失真器的 AM/AM 和 AM/PM 转换特性函数，用无记忆多项式模型表示如下：

$$A(r_{in}) = a_1 r_{in} + a_2 r_{in}^2 + \dots + a_N r_{in}^N = P^T R_A \quad (3-3)$$

$$\Psi(r_{in}) = \Psi_0 + \Psi_1 r_{in} + \Psi_2 r_{in}^2 + \dots + \Psi_K r_{in}^K = Q^T R_\Psi \quad (3-4)$$

在公式中， $P = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$ ， $R_A = [r_{in}, r_{in}^2, \dots, r_{in}^N]^T$ ， $Q = [\Psi_0, \Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_K]^T$ ， $R_\Psi = [1, r_{in}, r_{in}^2, \dots, r_{in}^K]^T$ 。由于本题得出只需要考虑 AM/AM 失真的结论，故使得放大器线性输出，则只需要  $A(r_{in})$  满足：

$$G(A(r_{in})) = \alpha r_{in} \quad (3-5)$$

其中， $\alpha$  为期望的幅度增益，是一个常数，在本题中取 1.8264。

基于 LMS 自适应算法的原理就是使上式两边的均方误差最小，从而得到最优系数，即：

$$J_1(P) = E((\alpha r_{in} - G(A(r_{in})))^2) = E((\alpha r_{in} - G(P^T R_A))^2) \quad (3-6)$$

依据 LMS 迭代算法，系数向量  $P$  的迭代公式为：

$$P_{k+1} = P_k - \mu \Delta_P J_1(P_k) = P_k + \mu R_A G'(P_k^T R_A) (\alpha r_{in} - G(P_k^T R_A)) \quad (3-7)$$

上式中， $\mu$  是迭代步长，它的值越小，算法的稳定性与收敛性越好。 $G'$  是  $G$  的导数，由前面分析可知， $G(r_{in})$  是一条接近月牙形的递增曲线，到一定程度后不再变化，所以  $G'(P_k^T R_A)$  可以近似看作 1，所以得到简化式为：

$$P_{k+1} = P_k + \mu R_A (\alpha r_{in} - G(P_k^T R_A)) \quad (3-8)$$

### 3.2.5 仿真结果

利用 Matlab 编程仿真上一节建立的基于 LMS 算法的自适应无记忆预失真模型（程序文件夹中 diedai.m 文件），得到预失真的非线性特性数学模型为：

$$y = 0.97902x^7 + 0.068031x^6 + 0.033969x^5 - 0.0018415x^4 - 0.025084x^3 + 0.036787x^2 + 0.59689x$$

在迭代过程中，取步长  $\mu$  为 0.001，目标误差函数如下式所示，收敛条件为其均方误差小于 0.0001。

$$J_1(P) = E((\alpha r_{in} - G(A(r_{in})))^2) = E((\alpha r_{in} - G(P^T R_A))^2) \quad (3-9)$$

经预失真补偿后功放的输出（程序文件夹中 afterysz.m 文件）如下图 3.5 所示，其最大可能放大倍数约为 1.8264。

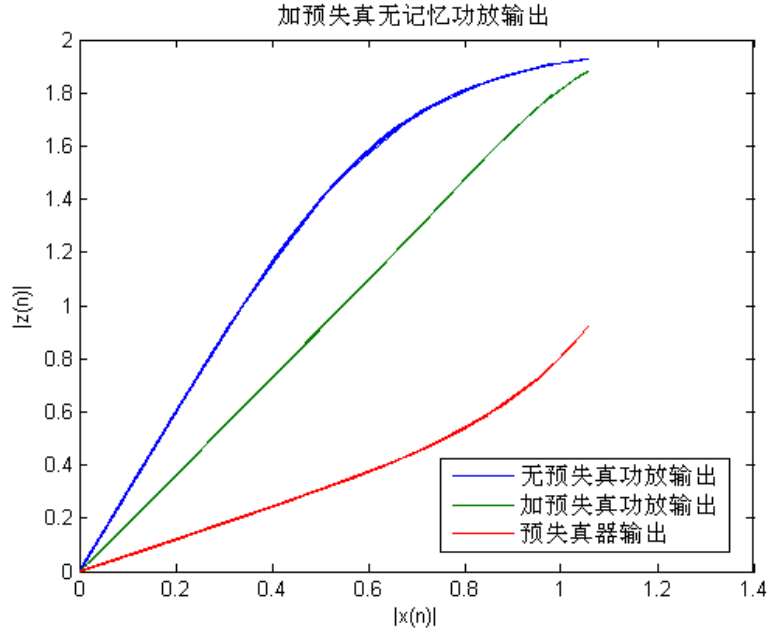


图 3.5 经预失真功放输出

运用评价指标 NMSE/EVM 评价预失真补偿的结果，如下表 3.3 所示，可见无记忆功放非线性特性模型计算精度较高，且预失真补偿后功放的信号幅度失真影响很小。

表 3.3 评价指标参数

评价指标参数	结果
NMSE (dB)	-41.4757
EVM (%)	0.8437

### 3.2.6 LMS 算法的改进

作为本文创新点之一，本文对传统 LMS 算法做出改进。根据文献[3]对 LMS 算法的改进，在此基础上进一步改进修正，形成改进 LMS 算法，并取得了很好的效果。

基于传统 LMS 算法的多项式自适应预失真模型复杂度低，便于实现，但是迭代收敛速度慢，故提高其收敛速度成为首要问题。

文献[3]中对均方误差梯度  $g(k)$  中引入先验形象，用记忆因子  $\lambda$  体现。推导如下：

$$\begin{aligned}
 g(k) &= y(k)e(k) \Rightarrow g(k) = \sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} e(i)y(k) = \lambda \sum_{i=0}^{k-1} \lambda^{k-1-i} e(i)y(k) + e(k)y(k) \\
 &\Rightarrow g(k) = \lambda \sum_{i=0}^{k-1} \lambda^{k-i} e(i)y(k-1) + e(k)y(k) \\
 &= \lambda g(k-1) + e(k)y(k)
 \end{aligned} \tag{3-10}$$

其中  $y(k)$  为功放幅度输出， $e(k)$  为误差信号估计。故在迭代过程中，

$$\text{误差梯度更新为: } g(k) = \lambda g(k-1) + e(k)y(k) \tag{3-11}$$

$$\text{预失真器参数更新为: } w(k) = w(k-1) + ug(k) \tag{3-12}$$

本文通过程序测试其可行性，发现其对  $g(k)$  的初始值要求很高，且容易过校正造成不收敛，故在此基础上再次改进，将误差梯度更新改进为：

$$g(k) = \lambda g(k-1) + (\alpha x(k) - y(k)) \quad (3-13)$$

式中  $\alpha$  为功放理想放大倍数， $x(k)$  为功放输入信号， $y(k)$  为功放实际输出信号，故  $\alpha x(k) - y(k)$  即为实际输出与理想输出的误差值。

通过 Matlab 编程验证其有效性（程序文件夹 `diedaig.m` 文件），取相同迭代步长  $\mu$  为 0.001，记忆因子  $\lambda$  为 0.5，经过 431 次迭代即可收敛。而没有改进的 LMS 算法需要 913 次才可收敛，故收敛速度提高了一倍多。其迭代对比如下图 3.6 所示。

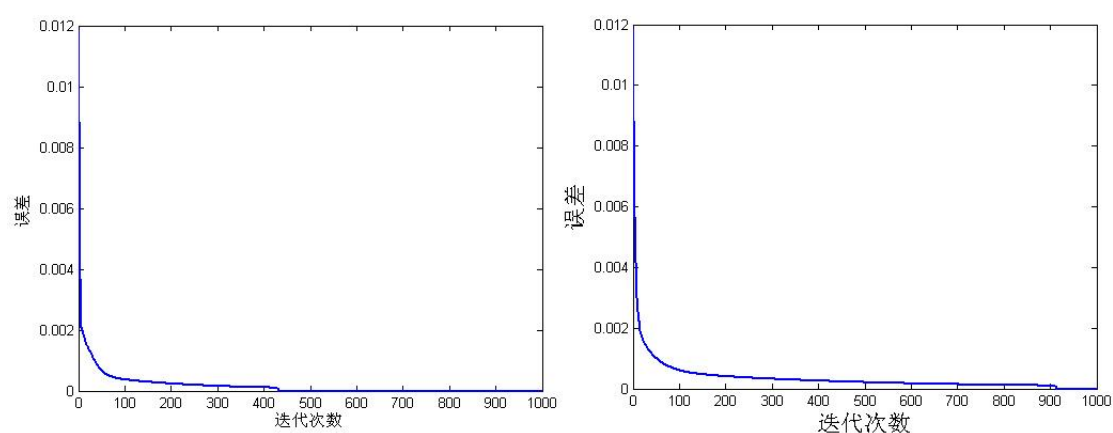


图 3.6 改进 LMS 算法迭代对比

改进后可得预失真的非线性特性数学模型如下式，其输出（程序文件夹中 `afterysz.m` 文件，并将迭代出的系数在 `YSZ17.m` 文件中做修改）如下图 3.7 所示，其最大可能放大倍数约为 1.8264。

$$y = 0.99577x^7 + 0.068243x^6 + 0.032815x^5 - 0.0029904x^4 - 0.025959x^3 + 0.038518x^2 + 0.59653x$$

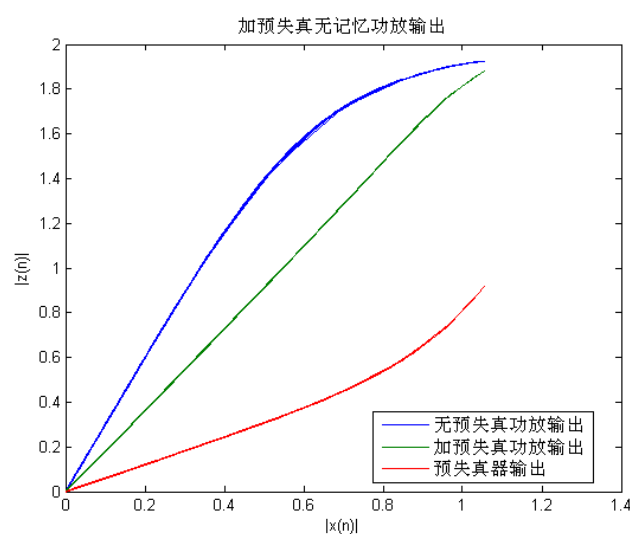


图 3.7 基于改进 LMS 加预失真功放输出

改进之后运用评价指标 NMSE/EVM 评价预失真补偿结果，可得对比结果如下表 3.4 所示，可见无论在收敛速度及精度上都有明显提高。

表 3.4 改进前后评价指标参数对比

改进前后对比	传统 LMS	改进 LMS
NMSE (dB)	-41.4757	-41.4814
EVM (%)	0.8437	0.8432

## 4.问题 2 有记忆功放

### 4.1 问题分析

功放的有记忆模型可以视为在无记忆模型的基础上,输入信号增加了时延,即功放输出不仅与此时刻输入有关,而且与此前某一时时间段的输入有关。通常具有记忆效应的功放模型有 Volterra 级数模型、Wiener 模型、Hammerstein 模型和记忆多项式模型,而 Wiener 模型和 Hammerstein 模型其实是 Volterra 级数模型的特殊形式。

一般 Volterra 级数太复杂,而记忆多项式模型(如式 4-1)仅需要考虑 Volterra 级数的对角项,这样一来,不仅捕捉了功率放大器的不平衡性和动态的 AM-AM/AM-PM 特性,同时将系数数量级从 $(Q+1)^k$ 降低为 $(Q+1)$ ,大大减少了系统实现的复杂度和难度<sup>[4]</sup>。

$$\begin{aligned}
 z(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M h_{km} x^k(n-m) &= h_{10}x(n) + h_{11}x(n-1) + \dots + h_{1M}x(n-M) \\
 &\quad + h_{20}x^2(n) + h_{21}x^2(n-1) + \dots + h_{2M}x^2(n-M) \\
 &\quad + \dots \dots + \dots \\
 &\quad + h_{K0}x^K(n) + h_{K1}x^K(n-1) + \dots + h_{KM}x^K(n-M)
 \end{aligned}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (4-1)$$

若已知输入输出信号、记忆多项式最高阶数  $K$  和记忆深度  $M$  后便可求解出参数集  $h_{km}$  的最小二乘解,从而建立功放模型。

同样,预失真器模型与前一问类似,可以视为功放模型的逆模型。基于记忆多项式模型的预失真器,若直接对放大器模型求逆,计算过程十分复杂而难以实现。因此,可以考虑采用较易实现的间接训练结构,避免了复杂的求逆计算,通过 LMS 自适应迭代算法求解预失真器参数。

本问的求解步骤为:

1. 根据记忆功放的输入输出测试数据,选用记忆多项式模型建立有记忆效应的功放的非线性数学模型,通过最小二乘法求解参数集  $h_{km}$ ,并运用评价指标 NMSE 评价所建模型的准确度。

2. 采用间接训练结构构建预失真器模型,画出对应实现示意框图,通过 LMS 法自适应迭代计算求解相关单元模块参数,运用评价指标参数 NMSE/EVM 评价预失真补偿的计算结果。

### 4.2 模型建立与求解

#### 4.2.1 记忆功放非线性特性模型求解与评价

记忆多项式模型事实上是无记忆多项式模型的当前值和历史值的加权和。因此,其函数关系为便于计算的可以表示为式 4-2:

$$z(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M h_{km} x(n-m) |x(n-m)|^{k-1} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (4-2)$$

式中,  $h_{kq}$  为待辨识的模型参数;  $K$  为最高非线性的阶数,表征模型的非线性特性;  $M$  为记忆深度,表征模型的记忆效应。令

$$\text{功放输出为} \quad Z = [z(M), z(M+1), \dots, z(M+N)]^T \quad (4-3)$$

$$\text{待辨识参数集} \quad h = [h_{1,0}, \dots, h_{K,0}, \dots, h_{1,M}, \dots, h_{K,M}]^T \quad (4-4)$$

定义新输入参数序列  $X=[X_M, X_{M-1}, \dots, X_0]$  (4-5)

$$\text{其中 } X_j = \begin{bmatrix} x(j) & x(j)|x(j)|^1 & \dots & x(j)|x(j)|^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(j+N) & x(j+N)|x(j+N)|^1 & \dots & x(j+N)|x(j+N)|^k \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

则将式 4-2 改写成矩阵形式

$$Y = Xh \quad (4-7)$$

则待辨识参数集  $H$  的最小二乘解为

$$h = (X^H X)^{-1} X^H Y \quad (4-8)$$

式 (4-8) 中，上标 H 表示矩阵的复共轭转置。

本问求解时，参考相关文献研究<sup>[4][5][6]</sup>，为了便于计算的同时达到较高的模拟准确度，记忆多项式最高次阶数取  $k=5$ ，记忆深度取  $M=3$ 。在 Matlab 中导入相应数据文件，编程求解(程序文件夹 2\_1.m 文件)得到记忆功放实际与模拟的 AM/AM 和 AM/PM 非线性特性曲线图，如图 4.1 所示。

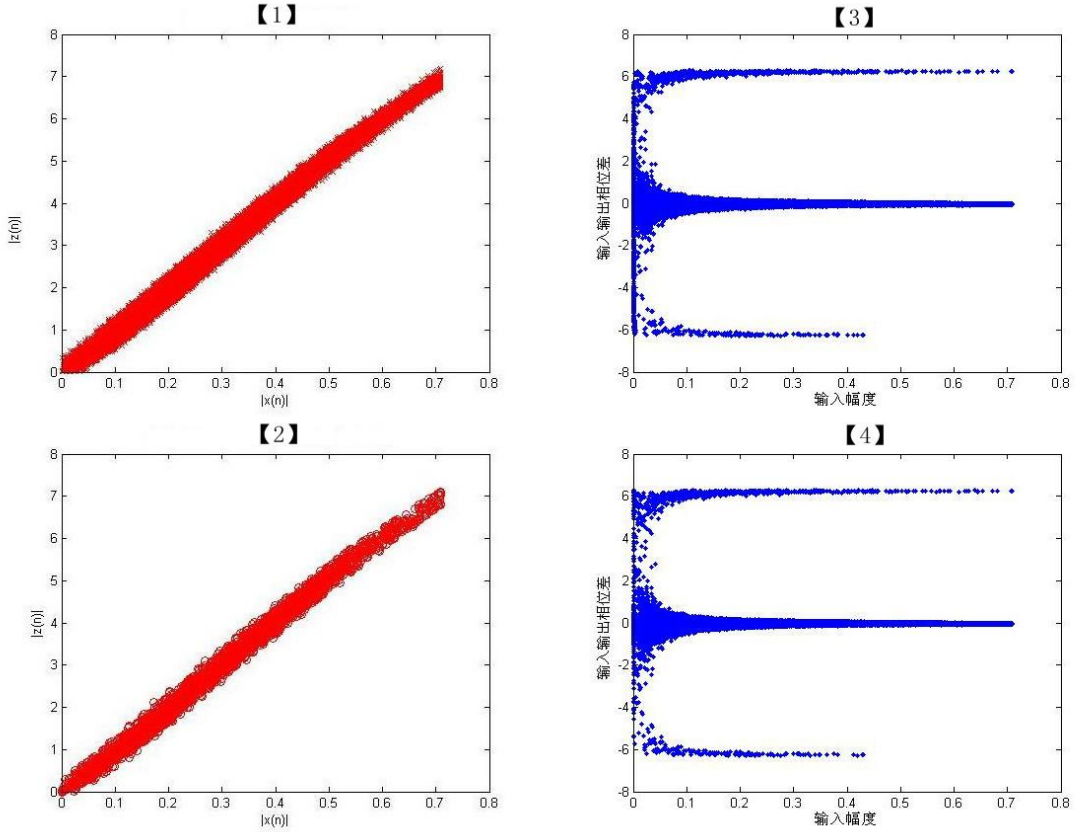


图 4.1 记忆功放实际与模拟的非线性特性曲线图

(1 为功放实际的 AM/AM 特性曲线图, 2 为记忆多项式模型的 AM/AM 特性曲线图, 3 为功放实际的 AM/PM 特性曲线图, 4 为记忆多项式模型的 AM/PM 特性曲线图)

仿真计算得到记忆功放的记忆多项式模型参数集  $h_{km}$ ，如表 4.1 所示

$$z(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M h_{km} x(n-m) |x(n-m)|^{k-1}$$

表 4.1 记忆功放的记忆多项式模型参数集  $h_{km}$

$h_{km}$	参数值
$h_{10}$	14.461-3.3133i
$h_{20}$	7.4119+6.8854i
$h_{30}$	-4.3146-18.698i
$h_{40}$	-19.116+18.534i
$h_{50}$	18.339-6.0562i
$h_{11}$	-22.912+6.1373i
$h_{21}$	2.4023+1.0762i
$h_{31}$	-18.392-5.1083i
$h_{41}$	46.154+13.289i
$h_{51}$	-33.99-11.008i
$h_{12}$	28.395-8.2316i
$h_{22}$	2.3699+1.8782i
$h_{32}$	6.7854-5.4537i
$h_{42}$	-30.901+2.5875i
$h_{52}$	26.724+2.5303i
$h_{13}$	-12.076+4.2646i
$h_{23}$	-1.7673-0.75208i
$h_{33}$	-0.60305+3.5126i
$h_{43}$	10.484-3.891i
$h_{53}$	-10.356+0.59563i

其模型评价函数 NMSE 值为-44.5408dB，并通过图 4.1 可知，记忆功放的记忆多项式模型的模拟准确度较高。

#### 4.2.2 预失真模型求解与评价

为了克服有记忆非线性模型对信号的影响，所建立的预失真器模型也要带有记忆性，记忆多项式预失真器可以满足要求。图 4.2 为预失真器模型实现示意框图，预失真器的输入信号为  $x(n)$ ，输出信号为  $y(n)$ ，放大器的输出信号为  $z(n)$ 。反馈路径的预失真训练器的输入信号是  $z(n)/G$ ，同时得到输出信号为  $\hat{y}(n)$ ，其中  $G$  是放大器期望的线性增益。将反馈回路中预失真训练器的输出信号  $\hat{y}(n)$  和预失真器的输出信号  $y(n)$  进行比较，误差  $e(n) = y(n) - \hat{y}(n)$  用于预失真训练器的自适应，在理想情况下，当  $z(n) = G \cdot x(n)$ ，则误差  $e(n) = 0$ 。为了降低  $z(n)$  和  $G \cdot x(n)$  之间的误差，我们选择使  $e(n)$  最小的预失真器参数<sup>[2][7]</sup>。

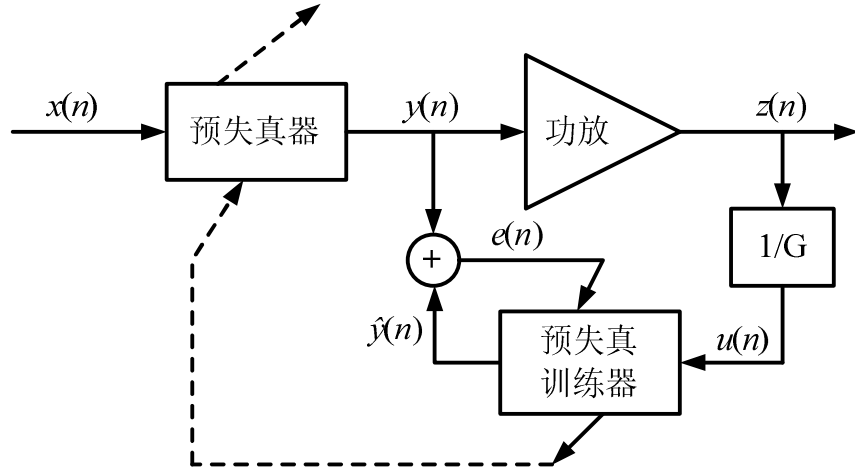


图 4.2 预失真器模型实现示意框图

预失真器模型中记忆深度和非线性阶数与记忆功放的非线性特性模型中的  $M$  和  $K$  相等，预失真器的数学表达式为：

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^{M-1} b_{km} x(n-m) |x(n-m)|^{k-1} \quad (4-8)$$

预失真训练器的模型与预失真器的模型相同

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^{M-1} \hat{b}_{km} u(n-m) |u(n-m)|^{k-1} \quad (4-9)$$

$$u(n) = z(n) / G \quad (4-10)$$

功放期望的线性放大倍数  $G$  的取值对放大器自适应过程的收敛影响很大，所以要对其进行适当的调试。当预失真训练器收敛时，预失真器是预失真训练器的复制模块，即有

$$\hat{y} = U \hat{b} \quad (4-11)$$

其中

$$\text{预失真器训练器输出} \quad \hat{y} = [\hat{y}(0), \hat{y}(1), \dots, \hat{y}(N-1)]^T \quad (4-12)$$

$$\text{定义新输入参数序列} \quad U = [u_{10}, \dots, u_{k0}, \dots, u_{1M}, \dots, u_{KM}] \quad (4-13)$$

$$u_{km} = [u_{km}(0), u_{km}(1), \dots, u_{km}(N-1)]^T \quad (4-14)$$

$$u_{km}(n) = \frac{z(n-m)}{G} \left| \frac{z(n-m)}{G} \right|^{k-1} \quad (4-15)$$

$$\text{待辨识参数集} \quad \hat{b} = [\hat{b}_{10}, \dots, \hat{b}_{k0}, \dots, \hat{b}_{1M}, \dots, \hat{b}_{KM}]^T \quad (4-16)$$

运用 LMS 自适应算法<sup>[2]</sup>迭代计算预失真训练器参数  $\hat{b}$ ，其迭代更新公式为：



$$\hat{b}(n+1) = \hat{b}(n) + \mu(U^H U)^{-1} U^H e(n) \quad (4-17)$$

$$e(n) = y(n) - \hat{y}(n) \quad (4-18)$$

其中  $\mu$  是迭代步长，决定 LMS 算法的收敛速度。

在 Matlab 中导入相应数据文件，预失真的记忆多项式结构参照功放的记忆模型，最高次阶数取  $K = 5$ ，记忆深度取  $M = 3$ （程序文件夹 2\_2.m 文件）。在“输出幅度限制”和“功率最大化”两个条件的约束下，通过反复测试，比较表 4.2 的结果，确定最佳的  $G = 9$  与  $\mu = 0.005$ ，经过 500 次迭代求解得到预失真训练器参数，即预失真器的参数  $b_{km}$ 。图 4.4 为有记忆功放预失真前后的输入输出幅度与相位差图。

表 4.2 预失真训练器不同训练条件比较

功放期望放大倍数 $G$	迭代步长 $\mu$	迭代（500 次） 是否收敛	训练器输出 是否超限	预失真补偿 评价指标 NMSE (dB)
8	0.001	不收敛	不超限 (<0.3)	——
	0.003	不收敛	不超限 (<0.6)	——
	0.005	不收敛	不超限（接近 0.7）	-16.6259
	0.008	收敛	超限 (>0.7)	——
	0.01	收敛	超限 (>0.7)	——
9	0.001	不收敛	不超限 (<0.3)	——
	0.003	不收敛	不超限 (<0.6)	——
	0.005	收敛	不超限（接近 0.7）	-32.8117
	0.008	收敛	超限 (>0.7)	——
	0.01	收敛	超限 (>0.7)	——
10	0.001	不收敛	不超限 (<0.3)	——
	0.003	不收敛	不超限 (<0.6)	——
	0.005	收敛	不超限（接近 0.7）	-23.7507
	0.008	收敛	超限 (>0.7)	——
	0.01	收敛	超限 (>0.7)	——
11	0.001	不收敛	不超限 (<0.3)	——
	0.003	不收敛	不超限 (<0.6)	——
	0.005	收敛	不超限（接近 0.7）	-15.5858
	0.008	收敛	超限 (>0.7)	——
	0.01	收敛	超限 (>0.7)	——

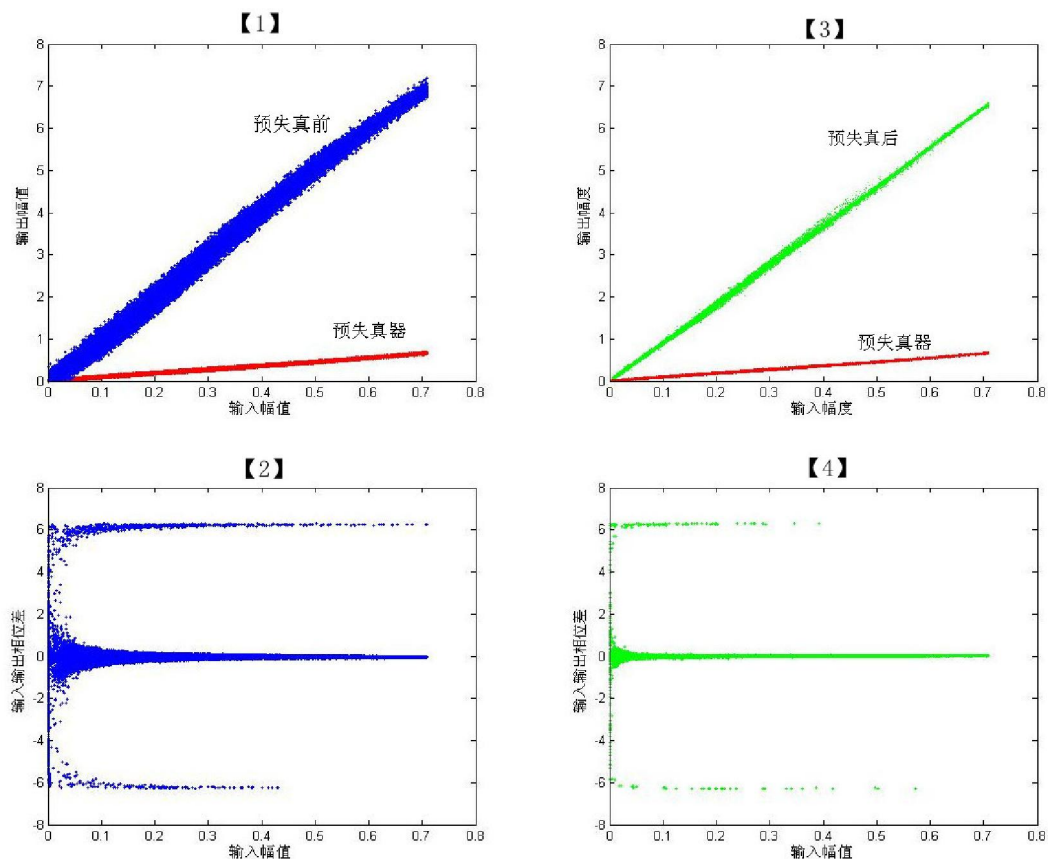


图 4.4 有记忆功放预失真前后的输入输出幅度与相位差图  
(1、2 为预失真前后的功放 AM/AM 特性曲线图，  
3、4 为预失真前后的功放 AM/PM 特性曲线图)

仿真计算得到预失真器的记忆多项式模型参数集  $b_{km}$ ，如表 4.3 所示

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^{M-1} b_{km} x(n-m) |x(n-m)|^{k-1}$$

表 4.3 预失真器的记忆多项式模型参数集  $b_{km}$

$b_{km}$	参数值
$b_{10}$	1.0966+0.16968i
$b_{20}$	-0.5989-0.75178i
$b_{30}$	0.45737+1.8977i
$b_{40}$	1.3128-1.8213i
$b_{50}$	-1.2378+0.67301i
$b_{11}$	0.34521-0.098991i
$b_{21}$	-0.73194-0.4019i
$b_{31}$	2.78+2.0022i
$b_{41}$	-5.69-3.8655i
$b_{51}$	3.8961+2.4851i
$b_{12}$	-0.8656+0.28973i
$b_{22}$	0.64295+0.19362i

$b_{32}$	-2.3513-1.3456i
$b_{42}$	4.927+2.8473i
$b_{52}$	-3.6663-1.9737i
$b_{13}$	0.53035-0.23457i
$b_{23}$	-0.23554-0.06284i
$b_{33}$	0.68062+0.47366i
$b_{43}$	-1.4852-1.0011i
$b_{53}$	1.256+0.70743i

其 NMSE 值为-32.8117dB，EVM 值为 2.2878%，并通过图 4.4 可知，有记忆功放非线性特性模型计算精度较高，预失真补偿后功放输入输出线性化效果较好，且预失真补偿后功放的信号幅度失真影响较小。

## 5.问题 3 拓展研究

### 5.1 相邻信道功率比 ACPR

相邻信道功率比(Adjacent Channel Power Ratio, ACPR)是表示信道的带外失真的参数,衡量由于非线性效应所产生的新频率分量对邻道信号的影响程度。其定义为:

$$ACPR = 10 \log_{10} \frac{\int_{f_2}^{f_3} s(f) df}{\int_{f_1}^{f_2} s(f) df}$$

上式中  $s(f)$  表示信号的功率谱密度函数, 本文通过圆周期法直接计算求得。问题 2 中所附数据的采样频率  $F_s=30.72 \times 12\text{MHz}$ , 传输信道按照 20MHz 计算, 是 LTE 的采样数据。

本文所采用的周期图法又称直接法, 它是把随机序列  $x(n)$  的  $N$  个观测数据视为一能量有限的序列, 直接计算  $x(n)$  的离散傅立叶变换, 得到  $x(k)$ , 然后再取其幅值的平方, 并除以  $N$ , 作为序列  $x(n)$  真实功率谱的估计。通过 Matlab 计算并画出输入信号、无预失真补偿的功率放大器输出信号及采用预失真补偿的功率放大器输出信号的功率谱密度图(程序文件夹中 ZJF.m 文件), 如下图 5.1。并得出传输信道为 0~20MHz, 相邻信道为 20~40MHz。

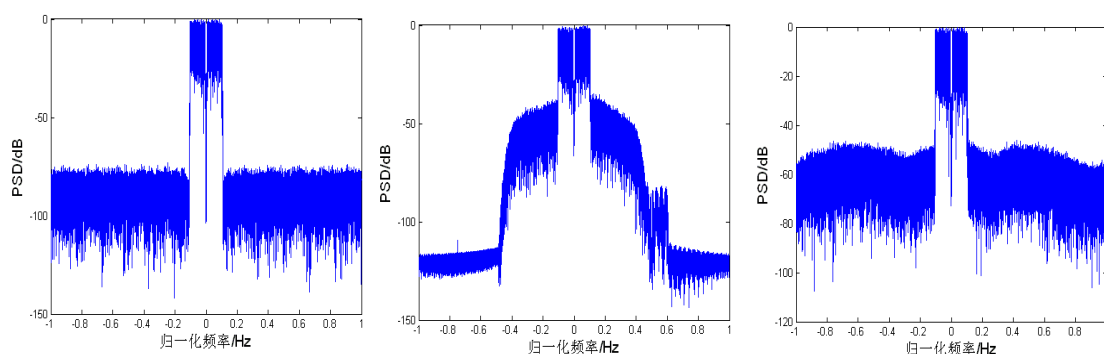


图 5.1 功率谱密度图

计算得到三个信号各自的 ACPR, 结果如下表 5.1:

表 5.1 ACPR 结果

评价指标	输入信号	无预失真功放 输出信号	有预失真功放 输出信号
ACPR(dB)	-70.9070	-44.8026	-55.4217

由上表结果可得, 经过预失真补偿的功率放大器输出信号的线性程度明显提高, ACPR 降低了 10dB 左右, 故本文提出的预失真模型行之有效。

## 模型总结与展望

本文研究了功率放大器非线性特性模型和其预失真补偿器模型，分析、确定并求解了无记忆和有记忆两种功率放大器非线性特性模型与其对应的预失真器补偿模型，并对预失真器补偿效果进行了结果分析。

第一问中，无记忆功放非线性特性与预失真补偿器均基于多项式拟合计算表示，多项式的最高阶数决定着模型准确度，但同时过高的阶数也带来了计算上的复杂性。由于当隐层节点自由设置时，两层前向神经网络可以逼近任意连续非线性函数，因此在以后的工作中，可以考虑对模型从神经网络角度建立模型并优化。

第二问中，预失真器的记忆多项式模型求解的通常采用间接学习结构求解，可以避免直接对其做逆运算带来的复杂运算，但在迭代求解时，迭代速度与迭代精度受制于功放的输入幅值限制与功率最大化，两者暂时难以同时兼顾，本文主要在满足功放的输入幅值限制基础上来实现功率尽可能的最大化。因此在以后的工作中，需要对迭代过程进行优化改进。

第三问中，通过绘制输入信号、无预失真补偿的功率放大器输出信号、采用预失真补偿的功率放大器输出信号的功率谱密度图，直观验证了本文第二问所建立模型的可行性与有效性。

## 参考文献

- [1] 张小梅. 基于数字预失真技术的功放线性化研究[D]. 西安电子科技大学, 2012.
- [2] 陈胜康. 射频功放中基带数字预失真算法研究与实现[D]. 杭州电子科技大学, 2010.
- [3] 庞兴豪, 张剑锋, 任国春, 徐以涛, 徐金昔. 一种基于改进 LMS 算法的多项式预失真技术[J]. 军事通信技术, 2009, 30(4): 77-80.
- [4] 张晶. 宽带通信中微波功率放大器建模及多项式预失真技术[D]. 电子科技大学. 2010.
- [5] 姚应磊. 功率放大器的基带预失真方法研究[D]. 西安电子科技大学. 2010.
- [6] 南敬昌. 宽带功率放大器非线性、行为模型与数字预失真系统研究[D]. 北京邮电大学. 2007.
- [7] Dennis R.Morgan et al. A Generalized Memory Polynomial Model for Digital Predistortion of RF Power Amplifiers. IEEE Trans. Signal Processing , 2006,54(10):3852-3860.
- [8] 张志涌. 精通 MATLABR2011a[M]. 北京航空航天大学出版社. 2011.