复数三维坐标系与黎曼猜想

邹山中
广州市天河路 228 号 2106 室 510280 E-mail: 75473066@qq.com

摘 要 建立复数三维坐标，在坐标中设一非平凡零点，以欧拉乘积公式为依据,对黎曼 Zeta 函数在三维虚空坐标中的非平凡零点进行分析计算，得出了要使黎曼 Zeta 函数=0 必须有 a=1/2 的结论
关键词 复数三维坐标; 实数平面; 欧拉乘积公式; 黎曼 Zeta 函数
MR（2010） 主题分类 11R04 中图分类号 O156.4

1. 预备工作

复数三维坐标的建立,如图：

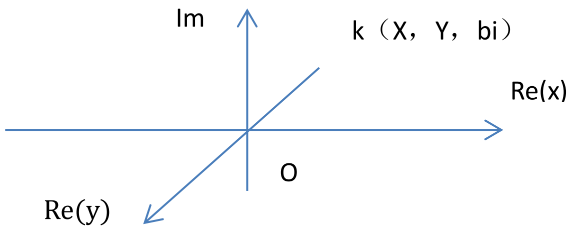

图 1

在图中，两条实数轴 Re(x), Re(y)构成实数平面{Re(x) O Re(y)}，垂直于实数平面作虚数轴 Im，这就构成了三维虚空坐标。那么在实数平面上的点可记为（X，y）。如果在空间中任给一点 K，则此点可记为 K（X，y，bi）。在 Im 轴上任给一点，我们都可以在此点上作一垂直于 Im 轴的实数平面，{Re(x) O_i Re(y)}，如下图：

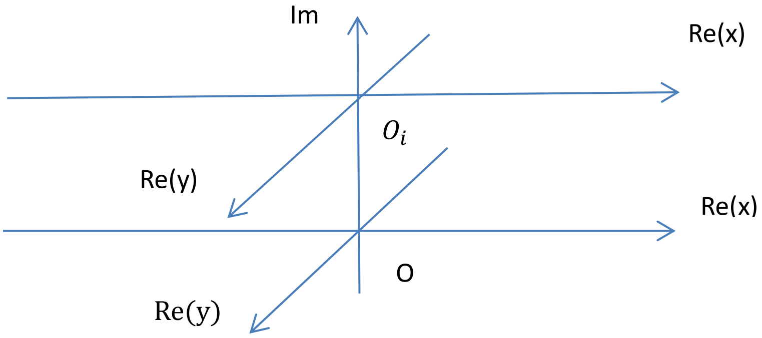

图 2

显然，在 Im 轴上可作无穷多个实数平面。

2.引言

欧拉乘积公式

$$\sum_n \frac{1}{n^z} = \prod_p \frac{1}{1-p^{-z}}$$

黎曼 Zeta 函数

$$\zeta(z) = \sum_n \frac{1}{n^z} = 0$$

在$\zeta(z)=\sum_n \frac{1}{n^z}=\prod_p \frac{1}{1-p^{-z}}$中，有：$\prod_p \frac{1}{1-p^{-z}}=\prod_p \frac{p^z}{p^z-1}$ 设：$\prod_p \frac{p^z}{p^z-1}=0$，那么有$\zeta(z)=\prod_p \frac{p^z}{p^z-1}=0$，式中$p$是全体素数的集合，显然当 $p^z=0$ 时，$\zeta(z)=0$ 所以 z 必须是复数，设：$z=a+bi$ ，设：$\zeta(z)=0$为黎曼函数的非平凡零点，黎曼猜想这些非平凡零点都分布在$a=\frac{1}{2}$ 的直线上。

3.命题证明

证： 设$p_j=\prod_{u=1}^{k} p_{ju}$，$p_{ju}=\{p_{j1},p_{j2},\ldots p_{jk}\}\in p$，（$p_{ju}$中的 u 可取1~k）

p_j^z，$z=a+bi$，$p_j^z=p_j^{a+bi}=p_j^a p_j^{bi}$， $\because e^{(bi)\ln p_j}=p_j^{bi}$ $\therefore p_j^{a+bi}=p_j^a e^{(b\ \ln p_j)i}$,

当 $p_j^z=0$ 时，$\prod_p \frac{p^z}{p^z-1}=0$， $\because p_j^a\neq 0$, $\therefore \exists!\, e^{(b\ln p_j)i}=0$ ，使得 $p_j^z=0$.

因为$e^{\theta i}=\cos\theta+i\sin\theta$, 令 $\cos\theta+i\sin\theta=0$，有$i\sin\theta=-\cos\theta$，

而当$\theta=\pi/4$时，如图 3 $i\sin\theta=i\times\frac{\sqrt{2}i}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\cos\theta$

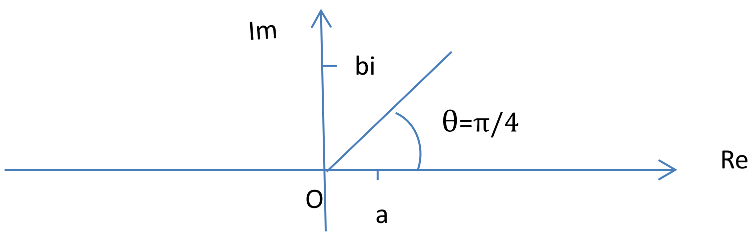

图 3

$\because \theta=\pi/4$, $\therefore$当 $\theta i=\pi i/4$ 时，有：

引理 1 要使 $p_j^z=0$, 必须满足 $e^{(b\ln p_j)i}=e^{\theta i}=0$, $z=a+bi$ 与 Re 之间的夹角 $\theta=\pi/4$.

如果 $p_j^z=0$，必须 $a=1/2$.

证： 图 4 在复数三维坐标中 ∀K, K（X, Y, bi）, k ∋ $\zeta(z)=0$ ，

1) $\overline{KO}$ 连接 K 与 Im, 根据 **引理 1** $\overline{KO}$ 与Im 的夹角是$\pi/4$.

$\because \cos\pi/4=b/\overline{KO}$,$\therefore \overline{KO}=\sqrt{2}b$,

2) 过 O 点 垂直于 Im 作平面 {Re(x) O Re(y)},

3) 使 $\overline{Kbi}$ ⊥Im.
4) 使 $\overline{KR}$ ⊥{Re(x) O Re(Y)},
5) 因为 K 在 Re 上的投影是 a.

$\therefore \overline{Ra} \perp \mathrm{Re}(x)$, $\overline{Ra'} \perp \mathrm{Re}(y)$, $\therefore \overline{RO}$ 平分∠ aOa', $\therefore \angle\ \mathrm{Roa} = \angle\ \mathrm{Ro}a' = {}^{\pi}/_{4}$.

$\because \overrightarrow{ko}$是矢量, 所以从1)到 5)是唯一的步骤. 即：如果在{Re(x) O Re(Y)}平面上存在 K,那么 K 是唯一的。

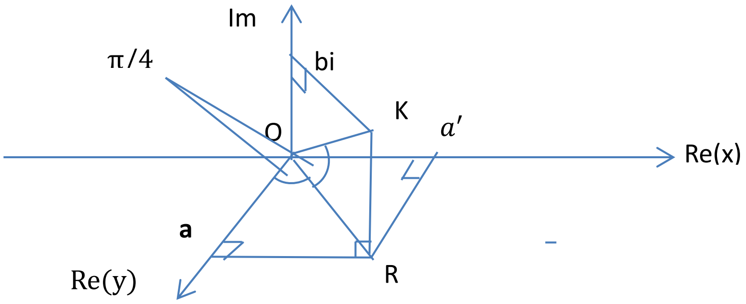

图 4

那么 $\forall K', K' \neq K, K' \ni \zeta(\mathrm{z}) = 0, \therefore K'(\mathrm{X}, \mathrm{y}, bi')$, $bi \neq bi'$, 所以, b'是变化的。

证: 在 $e^{(bi)\ln p_j}$中, $\because\ p_j = \prod_{u=1}^{k} p_{ju}$, $p_{ju} = \{p_{j1}, p_{j2}, \ldots p_{jk}\} \in p$是因变量,

设: ($b \ln p_j$)= $\delta + \mathrm{b} = b'$ 那么 $e^{(bi)\ln p_j} = e^{(\delta+\mathrm{b})\mathrm{i}} = e^{\delta i} e^{bi}$, 令 $e^{\delta i} = 1$, 有 $bi \neq bi'$ #

因此, 所有的非平凡零点都分布在$\overline{KR}$以及它的延长线上, 而$\overline{KR}$ 在 Re上的投影是 a. 所以, 所有的非平凡零点都分布在 Re=a. 的直线上。

$\because \cos\theta = {}^{a}/_{b} = {}^{\sqrt{2}}/_{2}$, $\therefore \mathrm{b} = {}^{2a}/_{\sqrt{2}}$, $\because \overline{Ra} = a$, $\therefore b^2 = a^2 + a^2$, $\therefore \mathrm{b} = \sqrt{2}a$, 所以有

$$\begin{cases} \mathrm{b} = \sqrt{2}a \\ b = {}^{2a}/_{\sqrt{2}} \end{cases} \rightarrow \sqrt{2}a = {}^{2a}/_{\sqrt{2}} \quad \exists!\ \mathrm{a} = {}^{1}/_{2}, \text{ 有 } {}^{\sqrt{2}}/_{2} = {}^{\sqrt{2}}/_{2}$$

$\therefore \exists!\ \mathrm{a} = {}^{1}/_{2}$满足等式.所以黎曼猜想是正确的。

REFERENCES

[1] Sihe Min, Method of Number Theory, *Science Press*, (1981)