

# 高速公路收费站汽车排队问题的数学模型分析

孙红伟 (河南交通职业技术学院 郑州 450005)

**摘要:** 建立了高速公路收费站汽车排队问题的两个数学模型, 比较单队多服务台系统和多队多服务台系统评价指标的优劣。

**关键词:** 汽车排队 单队多服务台系统 多队多服务台系统 评价指标 公路收费站 数学模型

高速公路上, 汽车在收费站前等待交费(服务)的排队现象可有两种形式, 如图 1、图 2 所示。

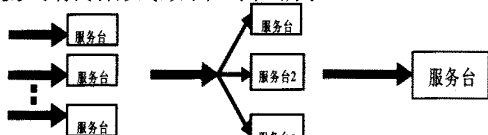


图 1

图 2

图 3

图 1 称为多队多服务台系统, 图 2 称为单队多服务台系统。本文给出了两种系统的数学模型, 并分析了哪种服务系统能更好地提供服务。图 3 为单队单服务台系统。

文中的系统要求符合的条件为: ①汽车流是无限的, 汽车是单个到达、相互独立的; ②一定的时间到达数服从泊松分布; ③各汽车的服务时间是独立的, 服从相同的负指数分布。

系统的评价指标为:

队长: 系统中的汽车数, 它的期望值记为  $L_s$ 。

排队长: 指排列等候服务的汽车数, 它的期望值记为  $L_q$ 。

逗留时间: 一台汽车在系统中的停留时间, 它的期望值记为  $W_s$ 。

等候时间: 一台汽车排队等候的时间, 它的期望值记为  $W_q$ 。

## 1 单队单服务台系统的数学模型

设这个系统的汽车平均到达率为  $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ), 平均服务率为  $\mu$  ( $\mu > 0$ )。

$P_0$ : 服务台处于空闲状态的概率。

$P_n$ : 服务台只有  $n$  台汽车的概率。

当  $\lambda < \mu$ :  $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$   $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)$   $n = 1, 2, 3, \dots$

若  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ , 上式记为  $\begin{cases} P_0 = 1 - \rho \\ P_n = \rho^n (1 - \rho) \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$

(模型 1)

当  $\lambda < \mu$ ,  $\rho < 1$  时系统才具有稳定性, 否则队伍会越来越长。根据模型 1, 得出系统的评价指标为:

队长  $L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$  或  $L_s = \frac{\rho}{1 - \rho}$

排队长  $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$  或  $L_q = \frac{\rho^2}{\mu(1 - \rho)}$

逗留时间  $W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$  等候时间  $W_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$

图 1 所示的多队多服务台系统可看作到达率  $c$  等分后的  $c$  个单队单服务台情况,  $c$  为服务台个数。

## 2 单队多服务台系统的数学模型

该系数的排队原则为汽车到达时, 如果有空闲的服务

台, 那么汽车可以立即接受服务, 如几个服务台都忙着, 汽车进入系统后排成一列公共队伍, 当出现空闲服务台时, 依次接受服务。

设汽车到达服从参数为  $\lambda$  的泊松分布, 每个服务台的服务时间是相互独立的, 都服从参数为  $\mu$  的负指数分布。

$$\begin{aligned} \text{令 } \rho &= \frac{\lambda}{u} \quad \rho_c = \frac{\lambda}{cu} = \frac{\rho}{c} \text{ 有} \\ P_0 &= \left[ \sum_{n=0}^{C-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C \cdot \frac{C\mu}{C\mu - \lambda} \right]^{-1} \\ P_n &= \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0 & n = 1, 2, 3, \dots, C-1 \\ \frac{1}{C^{n-C} \cdot C!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0 & n = C, C+1, \dots \end{cases} \quad (\text{模型 } 2) \end{aligned}$$

根据模型 2 得出系统的评价指标为:

$$\begin{aligned} L_q &= \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C \lambda \mu}{(C-1)! (C\mu - \lambda)^2} P_0 & W_q &= \frac{L_q}{\lambda} \\ L_s &= L_q + \rho & W_s &= \frac{L_s}{\lambda} \end{aligned}$$

## 3 通过实例比较两种排队系统的服务优劣

例: 某高速公路今有 1500 (辆/小时) 的车流量通过三个收费台的收费站, 每个收费台的服务率为 600 辆/小时, 设输入是泊松过程, 服务时间均为负指数分布, 试分别按单队和 3 队两种排队方式分析相应的评价指标。

解: (1) 单队 3 服务台服务, 其中  $\lambda = 1500$  辆/小时,  $\mu = 600$  辆/小时,  $C = 3$ ,  $\rho = 1500/600 = 2.5$ ,  $\rho_c = 2.5/3 < 1$

$$P_0 = \left[ \sum_{n=0}^{C-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C \cdot \frac{C\mu}{C\mu - \lambda} \right]^{-1} = 0.45$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C \lambda \mu}{(C-1)! (C\mu - \lambda)^2} P_0 = 3.516 (\text{辆})$$

$$L_s = L_q + \rho = 6.016 (\text{辆})$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \approx 14.44 (\text{秒}) \quad W_s = \frac{L_s}{\lambda} \approx 8.44 (\text{秒})$$

表 1

排队方式	3 队	单队
评价指标		
$L_s$	3×5.00(辆)	6.016(辆)
$L_q$	3×4.160(辆)	3.516(辆)
$W_q$	30.00(秒)	8.44(秒)
$W_s$	36.00(秒)	14.44(秒)

(2) 3 队 3 服务机构服务, 此时原来的一队改为三队, 即每个收费台各有它自己对应的排队车道和车队, 如将到达率三等分, 于是  $\lambda = 1500/3 = 500$  (辆/小时),  $\mu = 600$  (辆/小时),  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{5}{6} < 1$ , 相当于将原来的服务系统分为三个, 故对每个子系统有:

# 森林旅游资源的开发与保护

林 盛 林致煌 (武夷山国家级自然保护区管理局 武夷山 354300)

**摘 要:** 充分认识和发挥我国森林旅游资源的优势和潜力, 并对其进行合理的开发与保护, 不仅能改善人们的生活环境, 有效保护中国多样化的森林景观资源和自然文化遗产, 促进国家生态建设和自然保护事业发展, 而且直接推动了林区产业结构的合理调整, 成为促进区域经济发展的强劲动力。

**关键词:** 森林旅游产品 森林旅游资源 森林旅游资源开发

## 1 关于森林旅游资源

### 1.1 森林旅游产品及其构成

森林旅游产品的概念不同于一般意义上的产品, 它是一种无形的产品, 但并不排除有形的内容。它是一个整体的概念。就森林旅游供给一方而言, 森林旅游产品是指森林旅游经营者为了满足森林旅游者在森林旅游活动中的各种需要, 凭借各种旅游设施和环境条件向森林旅游市场提供的全部服务要素之和。从森林旅游需求一方来看, 森林旅游产品是森林旅游者为了得到物质和精神上的满足, 通过花费一定的货币、时间和精力实现一次森林旅游经历。森林旅游产品比一般产品包含了更为广泛的内容, 仅从森林旅游供给一方来看, 森林旅游产品便可分为森林旅游资源、森林旅游设施和森林旅游服务三部分。

森林旅游产品是一种以各种形式的服务表现出来的“特殊的产品”, 它具有如下特点: ①综合性, 绝大多数森林旅游者在前往某一目的地进行购买时, 都不单纯考虑一项服务或产品, 而是将有关的各项服务或产品结合起来进行考虑; ②无形性, 森林旅游产品并非属于非物质的无形产品, 森林旅游者所购买的也是无形的使用价值; ③不可转移性, 森林旅游产品进入流通领域后, 其商品仍固定在原来的方位上, 森林旅游者只能到旅游产品生产所在地进行消费; ④时间性, 森林旅游者购买旅游产品后, 森林旅游企业只是在规定的时间内交付有关产品的使用权。一旦买方未能按时使用, 便需要重新购买并承担因未能按时使用而给自己带来的损失; ⑤生产与消费的同步性, 森林旅游服务活动的完成需要由生产者和消费者双方共同参与, 森林旅游者消费旅游产品的过程, 也就是森林旅游企业生产和交付旅游产品的过程。

### 1.2 森林旅游产品组合

森林旅游产品组合就是一个森林旅游企业经营的全部森林旅游产品的有机结合方式, 它包括森林旅游产品的广度、深度和关联度三个因素。森林旅游产品的广度是指一个森林旅游企业经营的产品系列(也叫产品线)的数目,

是具有相同使用功能而规格型号不同的一组类似产品项目。如森林观光旅游产品、森林度假旅游产品、森林疗养旅游产品等就是不同产品线。

森林旅游产品的深度是指每种产品系列中不同等级、规格产品的多少。如提供住宿服务的产品中, 既有为观光游客提供的客房与服务, 又有为度假、疗养和修学等游客提供的客房与服务。加深产品线可适应更多层次森林旅游者的特殊需求。森林旅游产品组合的关联度是指各个产品系列之间, 在最终用途、生产条件、分配渠道或其他方面存在的相关程度。如森林旅游产品中的森林旅游观光产品和森林旅游度假产品就是关联度强的产品。加强森林旅游产品线的关联程度, 可以增强森林旅游企业资源的有效利用, 有利于企业的经营, 降低经营成本。

森林旅游企业产品组合广度、深度及其关联性既要受企业所拥有的资源条件的限制, 同时也受到市场需求情况和竞争条件的限制。森林旅游企业对其产品的广度、深度和关联性决策有多种选择, 但都应以旅游者获得最大满足, 企业获得最佳经济、社会和生态效益为原则, 企业在制订其产品组合策略时, 需要不断地对产品组合进行调整, 重视新产品的开发和过时产品的淘汰, 确保森林旅游企业产品的组合达到最优化。

## 2 森林旅游资源类型

### 2.1 自然保护区

自然保护区是保护、利用、监测与研究自然资源和自然环境的特定区域。保护区具有独特的地理环境和典型的森林生态系统, 自然景观丰富集中、景色宜人, 体现出较高的旅游(游憩)价值。我国每年有 400 万人次在自然保护区旅游。

### 2.2 森林公园

森林公园是人为对以森林自然环境为依托的各类景观资源进行加工调理, 设计出具有审美价值并能满足人们观赏游憩需要的公园。

### 2.3 风景名胜区

## 4 结束语

通过比较分析, 单队多服务台系统比多队多服务台系统有显著优势, 体现了单队等候的灵活性, 所以尽量单队等候。

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = 5(\text{辆}) \quad L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = 4.16(\text{辆})$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = 36(\text{秒}) \quad W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = 30(\text{秒})$$

现将两种服务方式相应的评价指标对比如表 1。

## 参考文献:

1. 编写组. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999, 1(1)  
万方数据

# 高速公路收费站汽车排队问题的数学模型分析

作者: [孙红伟](#)  
作者单位: [河南交通职业技术学院, 郑州, 450005](#)  
刊名: [中国西部科技](#)  
英文刊名: [SCIENCE AND TECHNOLOGY OF WEST CHINA](#)  
年, 卷(期): 2006, "" (16)  
被引用次数: 0次

## 参考文献(1条)

1. [编写组](#) [运筹学](#) (1)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_zgxbkj200616023.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_zgxbkj200616023.aspx)

授权使用: 四川理工学院(sclgxy), 授权号: 14c4559c-c3b9-419c-a270-9dd5014087c8

下载时间: 2010年8月17日