# 一类排队系统模型的计算机模拟

吴 庆 标
(杭 州 大 学)

# COMPUTER SIMULATIONS ON A TYPE OF QUEUING SYSTEM MODEL

WU QINGBIAO
(*Hangzhou University*)

**Abstract** Queuing system simulation is one of the most important problem on discrete-event system simulation. In this paper, the type of simulation on serving time relating with length of waiting line is discussed. Six simulation models are set up, and simulation results are also presented in this paper.

**Key words** Queuing system, computer simulation, service desk factor, stochastic variable.

**摘要** 排队系统是离散事件系统最典型的问题之一，本文讨论了服务时间与队长有关的排队系统模拟，在单服务台及串联、并联多服务台情形下，建立了六个模拟模型，并给出模拟模型的计算实例。

**关键词** 排队系统，计算机模拟，服务台因子，随机变量。

## 一、引　言

排队系统模拟是离散事件系统模拟中最典型的问题之一，如电话局的占线问题，车站、码头等交通枢纽的车船堵塞和疏导，故障机器的停机待修，水库的存贮调节，计算机系统的性能分析和设计等都是有形或无形的排队系统。文献[2～5]对排队系统的计算机模拟都做了较详细的讨论，但以往所讨论的问题都针对所有顾客的服务时间是服从同一分布的独立随机变量，而概率分布由同一类需求服务的顾客所决定，并没有考虑在接受服务时的服务台因素，即排队人数越多，服务台可能工作得越快，从而有效地减少服务时间。许多服务设施、生产系统、修理和维护设备、交通运输和材料管理等排队系统中都存在服务时间还跟服务台

本文1992年9月25日收到。

有关的例子。本文讨论了服务时间为服从一概率分布的独立随机变量与服务台因子 K(x) 乘积的问题，引入的服务台因子为当前排队人数的函数，记为 K(x)，共建立六个模拟模型，并给出模拟实例，与传统的模拟模型比较，提高了实用性，具有一定的应用前景。但新的模型若用解析方法求解却十分困难，必须用模拟技术来获得问题的近似解。此类模拟模型的讨论还只是一个开端，有待更深入地研究。

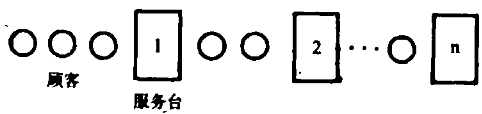
## 二、模拟模型的建立

服务台因子记为 K(x)，x 为当前排队人数。满足：当 x 为 1 时，K(x)=1(即常规服务)，它的形式据具体问题而确定，实际上 K(x) 只须在离散点上定义就可以了，为讨论方便设排队规则为先进先出，现先考虑单服务台情形。

**模型 1** 系统有 N 个顾客到达的过程，顾客到达时间间隔是服从某概率分布的独立随机变量，服务时间为服从某概率分布的独立随机变量与 K(x) 的乘积，求顾客平均排队时间、平均排队顾客数和服务台利用率。

**模型 2** 系统为一时间从 $t_0$ 至 $t_0+T$ 之间的过程，其它条件和所求结论与模型 1 相同。

下面考虑串联 n 个服务台情形，顾客进入系统后，在第 i 个服务台接受服务后进入第 i+1 个服务台再次接受服务，直至离开系统. 其中 i=1，…，n−1。结构图如下：

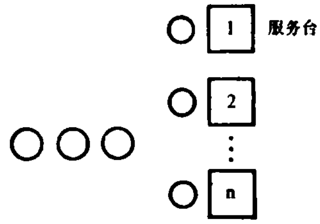



相应的服务台因子分别为 $K_1(x_1)$，$K_2(x_2)$，…，$K_n(x_n)$，其中 $x_1$，…，$x_n$ 分别为各服务台当前排队顾客数。

**模型 3** 设有串联 n 个服务台且有 N 个顾客到达的排队系统，顾客到达时间间隔是服从某一概率分布的独立随机变量，顾客在第 i 个服务台的服务时间为服从第 i 个概率分布的独立随机变量与 $K_i(x_i)$ 的乘积，i=1，…，n。求顾客的平均排队时间、平均排队顾客数和各服务台利用率。

**模型 4** 设有串联 n 个服务台且时间在 $t_0$ 至 $t_0+T$ 之间的排队系统，其它条件及所求结论与模型 3 相同。

最后考虑 n 个并联服务台情形，设所有顾客进入系统后，在并联服务台前排成一列，结构图如下：




相应的服务台因子分别为 $K_1(x)$，$K_2(x)$，…，$K_n(x)$，其中 x 为当前排队顾客数。

**模型 5** 设有 n 个并联服务台且有 N 个顾客到达过程的排队系统，顾客到达时间间隔为服从某一概率分布的独立随机变量，服务时间为服从某一概率分布的独立随机变量与相

应的服务台因子 $K_i(x)$ 的乘积，$i=1,\cdots,n$，即若顾客在第 i 个服务台接受服务时，服务时间与该服务台因子 $K_i(x)$ 有关。求顾客平均排队时间、平均排队顾客数和各服务台利用率。

**模型 6** 设有 n 个并联服务台且时间在 $t_0$ 至 $t_0+T$ 之间的排队系统，其它条件及所求结论与模型 5 相同。

## 三、模 拟 实 例

为讨论方便，作如下一些假设。首先设服务台因子为线性函数，则单服务台情形的因子为：

$$K(x)=1+\frac{b-1}{m-1}(x-1)$$

其中 m 为排队人数临界值，即系统允许最多的排队人数。b 为一参数，模拟时输入，它决定直线的斜率，若 b 大于 1，则排队人数越多，服务台工作效率越低；若 b 小于 1，则排队人数越多，服务台工作效率越高；若 b 等于 1，则按常规服务。其次假设串联、并联都针对双服务台情形，则服务台因子分别为下列形式：

串联双服务台情形

$$K_1(x_1)=1+\frac{b_1-1}{m_1-1}(x_1-1);\ K_2(x_2)=1+\frac{b_2-1}{m_2-1}(x_2-1)$$

并联双服务台情形

$$K_1(x)=1+\frac{b_1-1}{m-1}(x-1);\ K_2(x)=1+\frac{b_2-1}{m-1}(x-1)$$

最后假设顾客到达时间间隔都为服从均值为 $\lambda$ 的指数分布独立随机变量，服务时间是在单服务台情形为服从均值为 $\mu$ 的指数分布独立随机变量与 $K(x)$ 的乘积，串联情形为服从均值为 $\mu_1$、$\mu_2$ 的指数分布独立随机变量分别和 $K_1(x_1)$、$K_2(x_2)$ 的乘积，并联情形与串联类同，只是因子为 $K_1(x)$、$K_2(x)$，实际上并联情形下 $\mu_1$ 与 $\mu_2$ 大部分情况是相等的。

串联情形模拟主程序框图如图 1，其它情形从略。输入参数和输出模拟结果如表 1 和

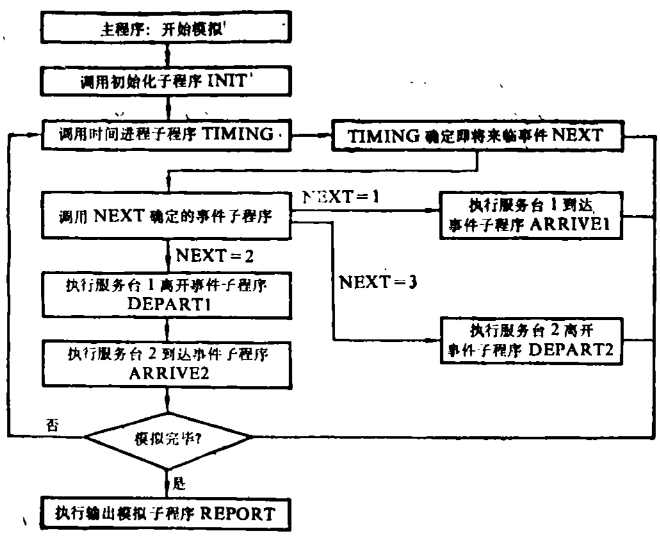



图 1　串联双服务台模拟主程序框图

表2所示，其中d、q、ρ为平均排队时间、平均排队顾客数及服务台利用率。TIME为模拟时间长，Numcus为服务台服务总人数，各自的下标代表服务台标号。并联情形下，若服务台都为空，则顾客首先到标号小的服务台接受服务。

表1 输入参数表

| 模型号 | 模拟输入参数 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | λ | $\mu_1(\mu)$ | $\mu_2$ | N | T | $b_1(b)$ | $b_2$ |
| 1 | 1.0 | 0.8 | | 2000 | | 0.1 | |
| 2 | 1.0 | 0.8 | | | 2000 | 0.1 | |
| 3 | 1.0 | 0.6 | 0.4 | 2000 | | 0.11 | 0.05 |
| 4 | 1.0 | 0.6 | 0.4 | | 2000 | 0.11 | 0.05 |
| 5 | 1.5 | 1.8 | 1.8 | 2000 | | 0.05 | 0.04 |
| 6 | 1.5 | 1.8 | 1.8 | | 3000 | 0.05 | 0.04 |

表2 模拟输出结果

| 模型号 | 模型输出结果 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $d(d_1)$ | $q(q_1)$ | $\rho(\rho_1)$ | $d_2$ | $q_2$ | $\rho_2$ | TIME | NUMCUS1 | NUMCUS2 |
| 1 | 1.958 | 1.947 | 0.767 | | | | 2010.585 | 2000 | |
| 2 | 1.960 | 1.948 | 0.768 | | | | 2000 | 1998 | |
| 3 | 0.992 | 1.006 | 0.587 | 0.266 | 0.261 | 0.407 | 1971.358 | 2000 | 1999 |
| 4 | 0.993 | 1.008 | 0.588 | 0.264 | 0.262 | 0.408 | 2000 | 2030 | 2029 |
| 5 | 1.231 | 0.848 | 0.690 | | | 0.524 | 2902.675 | 1082 | 918 |
| 6 | 1.227 | 0.846 | 0.692 | | | 0.531 | 3000 | 1119 | 950 |

## 参考文献


[1] Thomas Kampke, Multiple use of random numbers in discrete-event simulation, Mathematics and Computers in Simulation, 31 (1989), 171～176.

[2] Jerry Banks & John Carson, Discrete-event System Simulation, New Jersey, 1984.

[3] V. I. Kisin, The Monte Carlo Method, Moscow, 1975, pp. 38～43.

[4] 方再根，计算机模拟和蒙特卡洛方法，北京工业学院出版社，1988.

[5] 吴新瞻等，随机模型与计算机模拟，电子工业出版社，1990.