

## 2015 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）：

所属学校（请填写完整的全名）：

参赛队员（打印并签名）：1.

2.

3.

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）：

日期： 年 月 日

---

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

# 2015 湖南省研究生数学建模竞赛

## 编号专用页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可供评阅时使用）：

评阅人										
评分										
备注										

# 湖南省首届研究生数学建模竞赛

## 题目 关于航班计划编排的建模与分析

---

### 摘要：

航班计划编排是航班生产计划的核心，是飞机排班和机组排班的基础，它规定了飞行的航线、航段、机型、航班号、班次和班期、（起降）时刻等，是优化问题。本文根据某航空公司的航线以及机型的收益情况，进行建模求解问题，达到公司收益的最大化。

问题一：采用主层次分析法，分析可得平均折扣率、座客率和航油费是影响收益的主要因素。针对亏损航线，提出提高飞机折扣率、提高乘务人员的服务质量、提高发动机的燃油使用率等措施进行整改。

问题二：运用运筹学遍历思想，寻找起点终点共点的航线回路进行编程实现。当飞机起始时间是 7:30 时，得到航班计划，需要 6 架 A320 飞机、5 架 E190 飞机，能保证航班的安全运行，提高飞机的利用率，有效地降低运营及维护成本，是实现公司收益最大化的航班计划。

问题三：在问题二的基础上，考虑飞机维修需要。首先计算飞机飞行总时间、累计飞行时间内的最大天数和剩余时间。比较同一机型的飞机在相同的维修基地维修的时间，如果存在第一次维修结束时间比另一架需要维修的时间迟，则必须租赁两架，否则只需租赁一架；同理如果存在三个时间点比较接近，则必须租赁三架。按此思想进行编程求解，最终的航班计划中，至少在天津维修基地租赁 2 架 E190，2 架 A320，在西安维修基地租赁 2 架 A320。

问题四：应用概率求解的思想，分析问题 2 提出的航班计划，具有较好的“鲁棒性”。为了提高航班计划“鲁棒性”，采用增加一架飞机的方法，使时间安排更加充裕，同时满足了提高航班计划“鲁棒性”的要求。

## 1.问题重述

航班计划是航空公司运输生产计划的具体实施计划，它规定了飞行的航线、航段、机型、航班号、班次和班期、(起降)时刻等。一个合理的航班计划应该既有助于航班的安全运行，又能提高飞机的利用率，还可以有效地降低运营及维护成本，提高公司的经济效益。

航班计划编排是航班生产计划的核心，是飞机排班和机组排班的基础。编制航班计划的依据，主要是根据航空公司在计划期内的航线市场预测的客货运量和市场发展战略等因素。航班计划的编排牵涉到中国民航和航空公司内部诸多规章制度，是一个十分复杂繁重的任务集合。航空公司正确合理地编排航班计划是航班正常运行的重要保障之一。

根据航空公司的市场情况以及拥有的资源编制航班计划，其基本内容是：

(1) 航线。直接影响航空公司的市场。设置航线时需考虑飞行成本、航段和航班利润。

(2) 航班的班期和班次。这将涉及到航空公司的市场份额和运输量。

(3) 机型。根据航程距离、航线运量以及市场结构等决定执行此条航线飞行的飞机型号。

在航班计划编制过程中，还必须考虑公司在航线上的竞争性，以及市场拓展战略与策略等因素。航班计划生成后，需要检查航班计划编排的正确性、合理性与完整性，以保证后续工作的正确进行。

某以客运为主的航空公司的航班计划编排流程图如下所示。

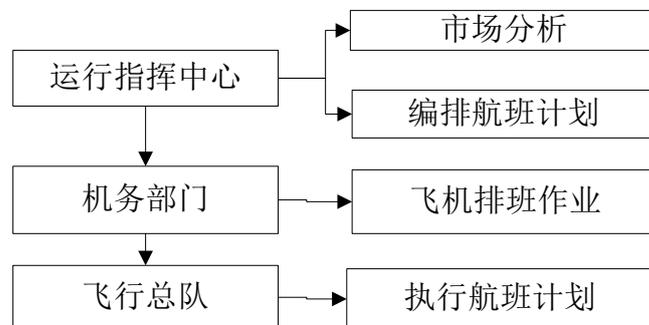


图 1-1 航班计划编排流程图

综合以上信息，需解决如下问题：

1. 针对航空公司某年某月某日航线成本(收入)明细表进行航线收益分析，找出影响收益的主要因素，并根据分析结果提出针对亏损航线的整改措施。
2. 假定各航线的航班时刻可以根据需要变动，现有飞行航线和航空公司的营销能力是稳定的(航线、平均客座率、平均折扣率不变)，为航空公司制定一份下个月的航班计划，使航空公司的收益最大化。
3. 考虑满足飞机维修需要，即每架飞机累计飞行 130 个小时就必须在维修基地停车场维修一次，每次停车场时间为 24 小时。在问题 2 的基础上，要使

航空公司正常营运，至少需要新增加两种类型的飞机各多少架？

- 航班计划的“鲁棒性”是生产运行过程中需要考虑的一个重要因素，即设定一定的时间裕度以便在出现某一航班延误时能够减少对后续航班的影响。根据航空公司航班延误统计表评价问题 2 中的航班计划的“鲁棒性”，并重新制定一个带有“鲁棒性”约束的最优航班计划。

## 2.基本假设

- 假定各航线的航班时刻可以根据需要变动
- 假定现有飞行航线和航空公司的航线、平均客座率、平均折扣率不变

## 3.符号约定

变量符号	变量名
V1	全价票价格
V2	平均折扣率
V3	客座率(%)
V4	机组人员工资(元)
V5	航油费(元)
V6	起降及非航空性业务费(元)
V7	餐食(元)
V8	机供品(元)
V9	保险费-旅客责任险(元)
V10	航材消耗(元)
V11	不正常航班费用(元)
V12	航材维修费(元)
V13	发动机维修费(元)
V14	飞机座位数

## 4.问题一

### 4.1 问题分析

航空公司某年某月某日航线成本（收入）明细表中包含了了航班号、航班全称、机型、耗油量、航班班次、飞机座位数、全价票价格等信息，如图所示。

航班号	航线全称	机型	耗油量(吨)	航班班次	飞机座位数	全价票价格	平均折扣率	起飞时间	降落时间	起飞时间	降落时间
XX1405	西安-长沙-汕头	E190	6,316	1	106	1,760.00	81.98%	9:30	11:15	12:10	13:30
XX1406	汕头-长沙-西安	E190	6,676	1	106	1,760.00	57.39%	14:20	15:55	16:40	18:30

飞行小时	客座率(%)	机组人员工资(元)	航油费(元)	起降及非航空性业务费(元)	餐食(元)	机供品(元)	保险费-旅客责任险(元)	航材消耗(元)	不正常航班费用(元)	航材维修费(元)	发动机维修费(元)
3.405	89.29%	3,353.36	38,160.05	11,026.56	1035.47	378.00	175.89	3,374.18	420.56	1,493.33	2407.59
3.7	91.07%	3,640.07	40,449.84	11,310.17	1447.01	378.00	191.18	3,667.45	457.12	1,623.13	2616.84

图 4-1 航空公司某年某月某日航线成本（收入）明细表

其中全价票价格、平均折扣率、飞机座位数、座客率、机组人员工资、航油费、起降及非航空性业务费、餐费、机供品、保险费-旅客责任险、航材消耗、

不正常航班费用焊材维修费、发动机维修费将影响每一条航线的收益。

对于每一条航线，它的收入主要取决于全价票价格、平均折扣率、飞机座位数、座客率。通过计算每条航线的收入扣除掉每条航线的花费将得到每一条航线的纯利润。

运用主成分分析法，分析每条航线的收入与花费的因素，从而找出影响收益的主要因素。最后根据分析出来影响收益的主要因素，提出相应的整改措施。

## 4.2 模型的建立

### 4.2.1 主成分分析方法

主成分分析 (Principal Component Analysis ,PCA)是研究如何将多指标问题转化为较少的综合指标的一种重要统计方法,它可将高维空间的问题转化到低维空间去处理,使问题变得比较简单、直观,而且这些较少的综合指标之间互不相关,又能提供原有指标的绝大部分信息。

主成分分析除了降低多变量数据系统的维度以外,同时还简化了变量系统的统计数字特征。主成分分析在对多变量数据系统进行最佳简化的同时,还可以提供许多重要的系统信息。

主成分分析的基本思路可概述如下:借助一个正交变换,将分量相关的原随机变量转换成分量不相关的新变量,从代数角度,即将原变量的协方差阵转换成对角阵,从几何角度,将原变量系统变换成新的正交系统,使之指向样本点散布最开的正交方向,进而对多维变量系统进行降维处理。按照特征提取的观点,主成分分析相当于一种基于最小均方误差的提取方法。

### 4.2.2 样本主成分

设数据  $x_1, x_2, \dots, x_p$  为均值向量为  $\mu$  协方差阵为  $\Sigma$  的某个  $p$  维总体中  $n$  个抽样, 这些数据得到的样本均值向量  $\bar{x}$ , 样本协方差阵  $S$ , 以及样本相关阵  $R$ 。

若  $S = \{s_{ij}\}$  是特征值-特征向量对为  $(\lambda_1, e_1), (\lambda_2, e_2), \dots, (\lambda_p, e_p)$  的  $p \times p$  样本协方差阵, 则第  $i$  个样本主成分由

$$y_i = \hat{e}_i' x = \hat{e}_{i1}x_1 + \hat{e}_{i2}x_2 + \dots + \hat{e}_{ip}x_p \quad (4-1)$$

给出, 其中  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ , 其中  $x$  是变量  $x_1, x_2, \dots, x_p$  的任一观测值, 且

样本方差:

$$\text{var}(y_k) = \lambda_k \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (4-2)$$

样本协方差:

$$\text{cov}(y_i, y_k) = 0 \quad i \neq k \quad (4-3)$$

样本总方差:

$$\sum_{i=1}^p \text{var}(y_i) = \sum_{i=1}^p s_{ii} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p \quad (4-4)$$

$x_i$  在  $y_k$  中的负荷量:

$$r(y_k, x_i) = \frac{\hat{e}_{k1}\sqrt{\lambda_k}}{\sqrt{s_{ii}}} \quad i, k = 1, 2, \dots, p \quad (4-5)$$

正如整体主成分, 样本主成分也可由标准化的数据得到:  
采用标准化形式:

$$z_j = D^{-1/2}(x_j - \bar{x}) = \left[ \frac{x_{j1} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \quad \frac{x_{j2} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \quad \dots \quad \frac{x_{jp} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right]^T \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (4-6)$$

则将观测值标准化后的  $n \times p$  数据矩阵:

$$Z = \begin{bmatrix} z_1' \\ z_2' \\ \vdots \\ z_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1p} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n1} & \dots & z_{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{11} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} & \frac{x_{12} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{11}}} & \dots & \frac{x_{1p} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \\ \frac{x_{21} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} & \frac{x_{22} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} & \dots & \frac{x_{2p} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{x_{p1} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} & \frac{x_{p1} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} & \dots & \frac{x_{pp} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

样本均值向量:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} (l'Z)' = \frac{1}{n} Z'l = \frac{1}{n} \left[ \sum_{j=1}^n \frac{x_{j1} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \quad \sum_{j=1}^n \frac{x_{j2} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \quad \dots \quad \sum_{j=1}^n \frac{x_{jp} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right] = 0 \quad (4-8)$$

样本协方差矩阵:

$$S_z = \frac{1}{n-1} (Z - \frac{1}{n} ll'Z)' (Z - \frac{1}{n} ll'Z) = \frac{1}{n-1} (Z - l\bar{z}')' (Z - l\bar{z}') = \frac{1}{n-1} Z'Z = R \quad (4-9)$$

因此, 如果  $z_1, z_2, \dots, z_n$  是协方差矩阵为  $R$  的标准观测值, 则第  $i$  个样本主成分是

$$y_i = \hat{e}_i' z = \hat{e}_{i1}z_1 + \hat{e}_{i2}z_2 + \dots + \hat{e}_{ip}z_p \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (4-10)$$

其中  $(\lambda_i, e_i)$  是  $R$  的第  $i$  个特征值-特征向量对, 且  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ 。另有

样本方差:

$$\text{var}(y_k) = \lambda_k \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (4-11)$$

样本协方差:

$$\text{cov}(y_i, y_k) = 0 \quad i \neq k \quad (4-12)$$

样本总方差:

$$\sum_{i=1}^p \text{var}(y_i) = \text{tr}(R) = p = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p \quad (4-13)$$

$x_i$  在  $y_k$  中的负荷量:

$$r(y_k, x_i) = \hat{e}_{k1} \sqrt{\lambda_k} \quad i, k = 1, 2, \dots, p \quad (4-14)$$

第  $k$  主成分的贡献率:

$$\frac{\lambda_i}{p} \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (4-15)$$

### 4.2.3 基本算法和步骤

主成分分析的基本算法和步骤如下:

- (1) 采集  $p$  维随机向量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)'$  的  $n$  个样品  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})'$  列出观察

资料矩阵  $X = (x_{ij})_{n \times p}$ ;

- (2) 对样本阵中原始数据进行预处理, 即将原始数据转换为正指标, 然后利用下式:

$$x_{ij}^* = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sqrt{\text{var}(x_j)}} \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p \quad (4-16)$$

其中,  $\bar{x}_j$  和  $\sqrt{\text{var}(x_j)}$  分别是第  $j$  个变量的平均值和标准差。

将所得数据标准化, 得标准化阵  $Z = \begin{bmatrix} z_1' \\ z_2' \\ \vdots \\ z_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1p} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n1} & \cdots & z_{np} \end{bmatrix};$

- (3) 计算上述矩阵的样本相关系数矩阵  $R = [r_{ij}]_{p \times p} = \frac{Z'Z}{n-1}$ ;

- (4) 解样本相关系数阵  $R$  的特征方程, 得  $p$  个特征值  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ ;

- (5) 从而得主成分  $Y_i = u_i' X \quad i = 1, 2, \dots, p$ , 或  $Y = UX$ ,

其中  $U = \begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \\ \vdots \\ u_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1m} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{m1} & u_{m1} & \cdots & u_{nm} \end{bmatrix} \quad u_{ij} = z_i' b_j^0 \quad b_j^0$  是特征单位特征向量。

相应 PCA 的分析步骤的流程如下图所示：

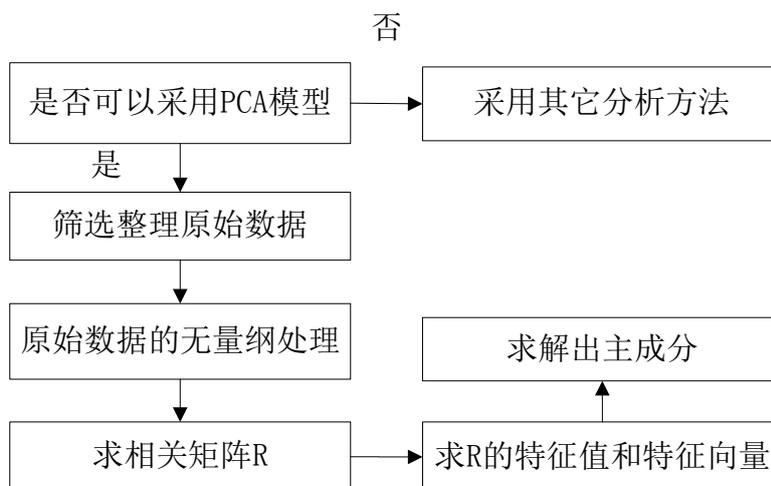


图 4- 2 PCA 分析步骤流程图

#### 4.3 模型的求解

飞机的收益为飞机的总收入扣除飞机的花费，从而得到飞机的净利润。

$$\text{净利润} = V1 * V12 * V14 * V3 - V4 - V5 - V6 - V7 - V8 - V9 - V10 - V11 - V12 - V13$$

对附件一的航线求净利润，结果如下所示。

序号	航班号	净利润	净利润排名	序号	航班号	净利润	净利润排名
1	XX1692	132689.8	2	27	XX1615	14950.18	32
2	XX1691	32419.54	22	28	XX1614	16047.24	31
3	XX1690	137216.4	1	29	XX1612	24801.45	27
4	XX1689	131030.2	3	30	XX1611	8015.327	41
5	XX1682	75360.43	9	31	XX1610	23165.12	29
6	XX1681	74749.57	11	32	XX1609	33093.3	21
7	XX1670	79179.72	8	33	XX1608	-22920	48
8	XX1669	79708.89	7	34	XX1607	-30110.3	50
9	XX1668	66759.94	13	35	XX1604	10043.16	38
10	XX1667	75211.93	10	36	XX1603	14816.74	33
11	XX1664	55393.73	17	37	XX1600	4341.129	43
12	XX1663	57073.33	16	38	XX1599	9482.823	39
13	XX1662	4174.159	44	39	XX1584	81087.98	6
14	XX1661	5693.259	42	40	XX1583	81962.93	5
15	XX1658	35027.55	20	41	XX1572	-27788.2	49
16	XX1657	29921.06	25	42	XX1571	-5632.46	47
17	XX1650	18913.92	30	43	XX1534	37230.32	19
18	XX1649	30136.05	24	44	XX1533	42007.26	18
19	XX1648	-1510.96	46	45	XX1460	11914.53	36
20	XX1647	626.323	45	46	XX1459	26509.22	26

21	XX1646	57578.43	15	47	XX1440	8312.268	40
22	XX1645	57698.77	14	48	XX1439	24624.7	28
23	XX1628	11209.81	37	49	XX1438	13235.77	35
24	XX1627	13610.74	34	50	XX1437	111795.4	4
25	XX1618	-38841.6	52	51	XX1406	31724.92	23
26	XX1617	-33768.1	51	52	XX1405	74736.83	12

表 4-1 不同航线净利润结果表

为了更加直观地看出净利润的相对大小，画出净利润的柱状图，如下图所示。

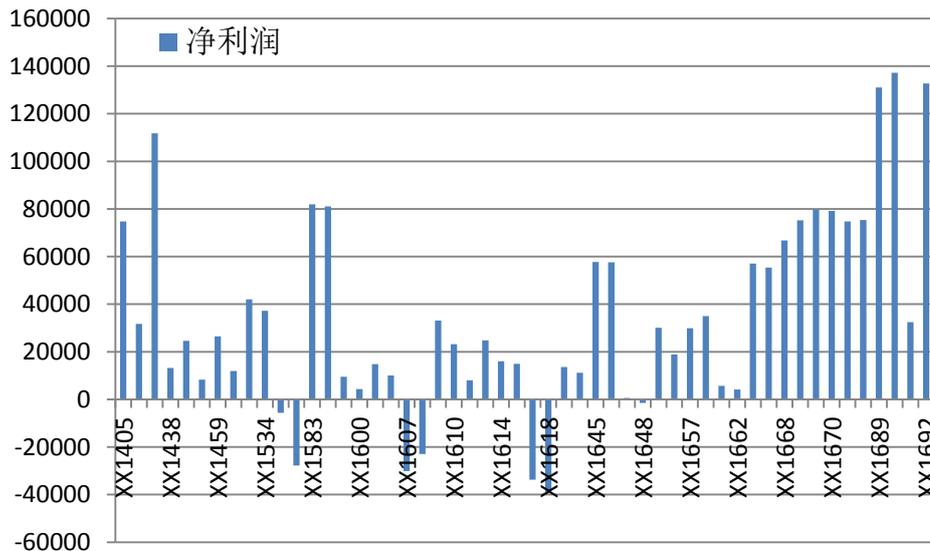


图 4-3 不同航线净利润结果图

结合不同航线净利润结果的图表，我们可以得出：航班 XX1690 的净利润最大，为 137216.4；XX1692 次之，为 132689.8。

我们分别对飞机 A320 和 E190 进行分析。

首先分析 A320 飞机，运用 SPSS 我们可以得到，A320 的描述统计量为

	均值	标准差	分析 N
V1	1457.5000	392.73236	32
V2	467225	1468575	32
V3	873012	1191269	32
V4	3087.7650	1254.32904	32
V5	37858.2772	12181.04506	32
V6	11605.7344	3508.80904	32
V7	737.2822	1007.92556	32
V8	540.4247	214.35241	32
V9	131.8541	42.68795	32
V10	1021.2016	330.61614	32
V11	592.4391	191.80290	32
V12	2381.9094	771.14856	32
V13	2877.2194	931.50625	32

表 4-2 A320 描述统计量

针对每个变量的标准差作直方图。

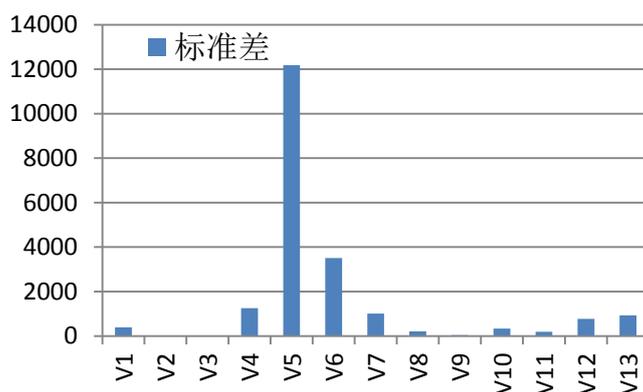


图 4-4 A320 各变量标准差直方图

由图可得，V5 及航油费的波动较大，其次起降及非航空性业务费。波动越大，说明对每条航线的收益影响较大。

计算 A320 的相关矩阵如下图，

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13
V1	1.000	.037	.141	.785	.915	.765	.280	.943	.918	.918	.918	.918	.918
V2	.037	1.000	.036	.340	.166	.003	-.338	.183	.208	.208	.208	.208	.208
V3	.141	.036	1.000	.155	.100	.305	.131	.055	.106	.106	.106	.106	.106
V4	.785	.340	.155	1.000	.873	.806	-.027	.829	.891	.891	.891	.891	.891
V5	.915	.166	.100	.873	1.000	.801	.097	.961	.974	.974	.974	.974	.974
V6	.765	.003	.305	.806	.801	1.000	.060	.756	.827	.827	.827	.827	.827
V7	.280	-.338	.131	-.027	.097	.060	1.000	.095	.074	.074	.074	.074	.074
V8	.943	.183	.055	.829	.961	.756	.095	1.000	.953	.953	.953	.953	.953
V9	.918	.208	.106	.891	.974	.827	.074	.953	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
V10	.918	.208	.106	.891	.974	.827	.074	.953	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
V11	.918	.208	.106	.891	.974	.827	.074	.953	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
V12	.918	.208	.106	.891	.974	.827	.074	.953	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
V13	.918	.208	.106	.891	.974	.827	.074	.953	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

表 4-3 A320 相关矩阵结果

作相关矩阵的折线图

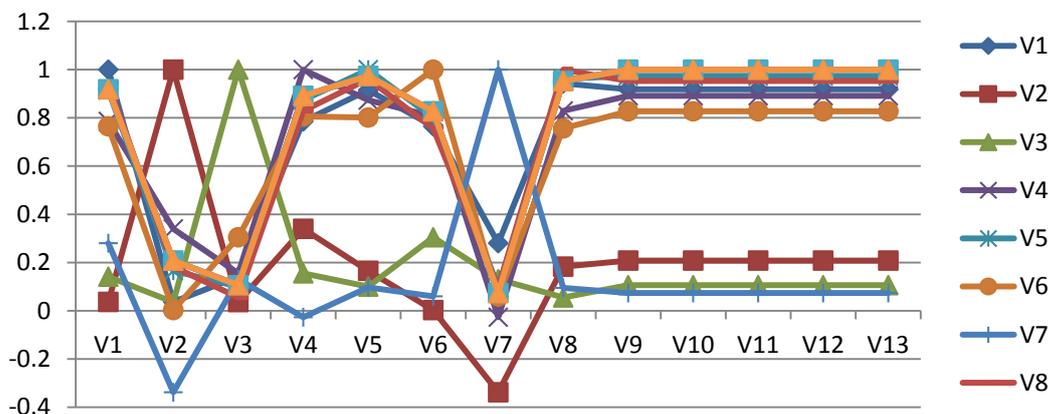


图 4-4 A320 相关矩阵折线图

由相关矩阵表和折线图可得变量间直接相关性较强，即信息有重叠。对各个变量求公因子方差及解释总方差，结果如下表所示。

	初始	提取
V1	1.000	.925
V2	1.000	.709
V3	1.000	.979
V4	1.000	.868
V5	1.000	.963
V6	1.000	.784
V7	1.000	.685
V8	1.000	.938
V9	1.000	.991
V10	1.000	.991
V11	1.000	.991
V12	1.000	.991
V13	1.000	.991

表 4-4 A320 公因子方差结果表

成份	初始特征值			提取平方和载入		
	合计	方差的 %	累积 %	合计	方差的 %	累积 %
1	9.335	71.810	71.810	9.335	71.810	71.810
2	1.440	11.074	82.884	1.440	11.074	82.884
3	1.033	7.950	90.834	1.033	7.950	90.834
4	.667	5.128	95.962			
5	.247	1.903	97.865			
6	.111	.857	98.722			
7	.099	.764	99.486			
8	.047	.363	99.849			
9	.020	.151	100.000			
10	3.404E <sup>-009</sup>	2.618E <sup>-008</sup>	100.000			
11	1.367E <sup>-010</sup>	1.051E <sup>-009</sup>	100.000			
12	3.576E <sup>-011</sup>	2.750E <sup>-010</sup>	100.000			
13	1.081E <sup>-011</sup>	8.312E <sup>-011</sup>	100.000			

表 4-5 A320 解释总方差结果表

主成分个数提取原则为主成分对应的特征值大于 1 的前 m 个主成分。特征值在某种程度上可以被看成是表示主成分影响力度大小的指标，如果特主成分个数提取原则为主成分对应的特征值大于 1 的前 m 个主成分。特征值在某种程度上可以被看成是表示主成分影响力度大小的指标，如果特征值小 1，说明该主成分的解释力度还不如直接引入一个原变量的平均解释力度大，因此一般可以用特征值大于 1 作为纳入标准。

	成份		
	1	2	3
V1	.935	.217	-.067
V2	.203	-.779	.248
V3	.148	.251	.945
V4	.911	-.171	.096
V5	.979	.012	-.062
V6	.855	.129	.192
V7	.095	.821	-.052
V8	.962	.001	-.111
V9	.995	-.025	-.042
V10	.995	-.025	-.042
V11	.995	-.025	-.042
V12	.995	-.025	-.042
V13	.995	-.025	-.042

表 4-6 A320 成分矩阵表

通过公因子公差和解释的总方差表可知，提取 3 个主成分，即  $m=3$ ，从成分矩阵表(初始因子载荷矩阵)可知全价票价格、机组人员工资、航油费、机供品、保险费-旅客责任险、航材消耗、不正常航班费用、航材维修费和发动机维修费在第一主成分上有较高载荷，说明第一主成分基本反映了这些指标的信息；平均折扣率和餐食在第二成分上有较高载荷，说明第二主成分基本反映了平均折扣率和餐食这两个指标的基本信息；座客率在第三成分上有较高载荷，说明第三主成分基本反映了座客率的基本信息。所以提取三个主要成分可以基本反映全部指标的信息，用成分矩阵表(主成分载荷矩阵)中的数据除以主成分相应的特征值开平方根便得到两个主成分中每个指标所对应的特征向量。将得到的特征向量与标准化后的数据相乘，然后就可以得出主成分表达式。

$$F1 = 0.306018 * V1 + 0.06644 * V2 + 0.048439 * V3 + 0.298163 * V4 + 0.320419 * V5 + 0.279835 * V6 + 0.031093 * V7 + 0.314855 * V8 + 0.325656 * V9 + 0.325656 * V10 + 0.325656 * V11 + 0.325656 * V12 + 0.325656 * V13$$

$$F2 = 0.306018 * V1 - 0.64926 * V2 + 0.209197 * V3 - 0.14252 * V4 + 0.010001 * V5 + 0.107516 * V6 + 0.684266 * V7 + 0.000833 * V8 - 0.02084 * V9 - 0.02084 * V10 - 0.02084 * V11 - 0.02084 * V12 - 0.02084 * V13$$

$$F3 = -0.06591 * V1 + 0.243948 * V2 + 0.929562 * V3 + 0.094432 * V4 - 0.06099 * V5 + 0.188863 * V6 - 0.05115 * V7 - 0.10919 * V8 - 0.04131 * V9 - 0.04131 * V10 - 0.04131 * V11 - 0.04131 * V12 - 0.04131 * V13$$

综合上述可知,平均折扣率、座客率和航油费可以作为影响收益的主要因素。

同理我们对 E190 进行主成分分析,得到它的成分矩阵如下

序号	航线	F1	F2	F3	序号	航线	F1	F2	F3
1	XX1437	24707.61	1829.284	-86.8269	17	XX1649	15048.41	2251.371	-267.751
2	XX1438	23850.97	1677.225	-1178.59	18	XX1650	13826.23	1210.931	-498.045
3	XX1533	12992.19	973.934	-190.212	19	XX1657	19125.63	1420.603	-950.539
4	XX1534	14075.02	956.4626	-415.617	20	XX1658	16948.24	1209.024	-403.827
5	XX1583	18756.53	1283.383	-858.387	21	XX1661	14011.9	2541.008	27.0124
6	XX1584	17291.71	1202.819	-809.988	22	XX1662	14739.72	3047.07	-247.335
7	XX1599	22363.98	1972.588	378.7206	23	XX1663	14796.74	1193.58	171.1362
8	XX1600	23714.79	2034.016	299.6933	24	XX1664	13939.06	1155.495	337.0477
9	XX1603	14385.75	2216.038	-290.577	25	XX1668	24384.9	3277.219	-148.277
10	XX1604	16043.8	2679.964	-597.023	26	XX1667	24981.76	1716.131	19.89931
11	XX1627	14498.55	2009.338	-142.532	27	XX1669	18593.94	1224.4	-800.874
12	XX1628	14620.13	2522.852	-145.857	28	XX1670	16697.3	3372.473	-587.061
13	XX1645	11367.86	1235.017	651.5448	29	XX1681	31523.25	3885.285	-1128.34
14	XX1646	10444.43	1182.148	768.177	30	XX1682	29927.61	2454.741	-774.264
15	XX1647	10328.46	685.207	-247.213	31	XX1689	19217.72	1746.708	-882.93
16	XX1648	11048.58	676.5776	-245.142	32	XX1690	18427.4	1040.125	-568.059

表 4-7 E190 不同航线成分矩阵表

	成份		
	1	2	3
V1	.793	.271	-.256
V2	.085	.209	-.829
V3	.518	.715	-.200
V4	.565	-.514	.348
V5	.960	-.131	.111
V6	-.173	.667	.501
V7	.296	.575	.342
V8	.906	-.321	-.145
V9	.992	.012	.048
V10	.992	.012	.048
V11	.992	.012	.048
V13	.992	.012	.048

表 4-8 E190 不同变量成分矩阵表

通过公因子公差和解释的总方差表可知, 提取 3 个主成分, 即  $m=3$ , 从成分矩阵表(初始因子载荷矩阵)可知航油费、保险费-旅客责任险、航材消耗、不正常航班费用、航材维修费和发动机维修费在第一主成分上有较高载荷, 说明第一主成分基本反映了这些指标的信息; 座客率在第二成分上有较高载荷, 说明第二主成分基本反映了座客率这两个指标的基本信息; 平均折扣率在第三成分上有较高载荷, 说明第三主成分基本反映了平均折扣率的基本信息。所以提取三个主要成分可以基本反映全部指标的信息。即对于 E190 飞机, 平均折扣率、座客率和航油费可以作为影响收益的主要因素。这与 A320 飞机的分析一致。

综上所述, 平均折扣率、座客率和航油费可以作为影响收益的主要因素。

针对上述数据和影响收益的主要因素, 我们提出以下几条整改措施:

(1) 通过做广告、宣传、活动等, 提高机票的平均折扣率, 提高飞机的座客率。

(2) 提高乘务人员的服务质量, 让顾客有个良好的乘机体验, 提高回头客的数量, 进而一定程度上提高飞机的座客率。

(3) 飞机研制过程中, 提高发动机的燃油使用效率, 节省燃油, 进而节省航油费。

## 5.问题二

### 5.1 问题分析

为使航空公司的利益最大化, 在其营销能力保持稳定的情况下, 合理安排飞机的飞行路线, 尽量提高飞机的利用率, 能有效降低运营成本和维护成本, 达到收益最大化的要求。

在现有条件下, 做出如下假设:

各机型 A320 和 E190 分别有  $x_1$ 、 $x_2$  架, 假设 A320 飞机平均开始工作的时间为早上 7:45, E190 为早上 7:30, 平均停止工作的时间分别为凌晨 1:30 和 1:00, 另外, 假设每一架飞机每次在机场停靠的时间为 40 分钟(航线中经停航点的时间规定除外)。

根据附件一提供的信息, 可以得到 A320 飞机和 E190 飞机的总共飞行时间分别为 86.25h 和 81.75h, 所以, 可以得到如下两个方程:

$$6.25x_1 + 40 \times \frac{32}{60} + 86.25 = 24 \quad (5-1)$$

$$6.5x_2 + 40 \times \frac{20}{60} + 81.75 = 24x_2 \quad (5-2)$$

解两个方程可得:

$$x_1 = 6.061$$

$$x_2 = 5.433$$

即初步估计大概需要 A320 飞机 6 架、E190 飞机 5 架。

则运用运筹学遍历思想, 编程寻找使得公司收益最大化的航班计划即可。

### 5.2 模型的建立

模型中, 我们假定:

(1) 由于飞机到经停站时间已经算入飞机航班总时间, 因此只考虑起点和终点,

不需要额外分析经停站。

- (2) 由于飞机在经停站停靠时间约为 40 分钟至一小时，且假定各航线的航班时刻可以根据需要变动，为实现飞机的高利用率，假设每一架飞机每次在机场停靠的时间为 40 分钟。

编程建模步骤为：

- (1) 设定飞机起始时间为  $T_0$ ，总耗时为  $T$ ；
- (2) 飞机每到达一个地方总耗时需叠加飞行时间以及停靠时间；
- (3) 需找能从起点与终点相同的闭合回路；
- (4) 当总耗时  $T \leq 24$  时，飞机停止飞行。

### 5.3 模型的求解

由于不同飞机起始时间对应不同的航线计划，不妨设起始时间  $T_0$  为 7:30。两家飞机的飞行路线如下图所示。

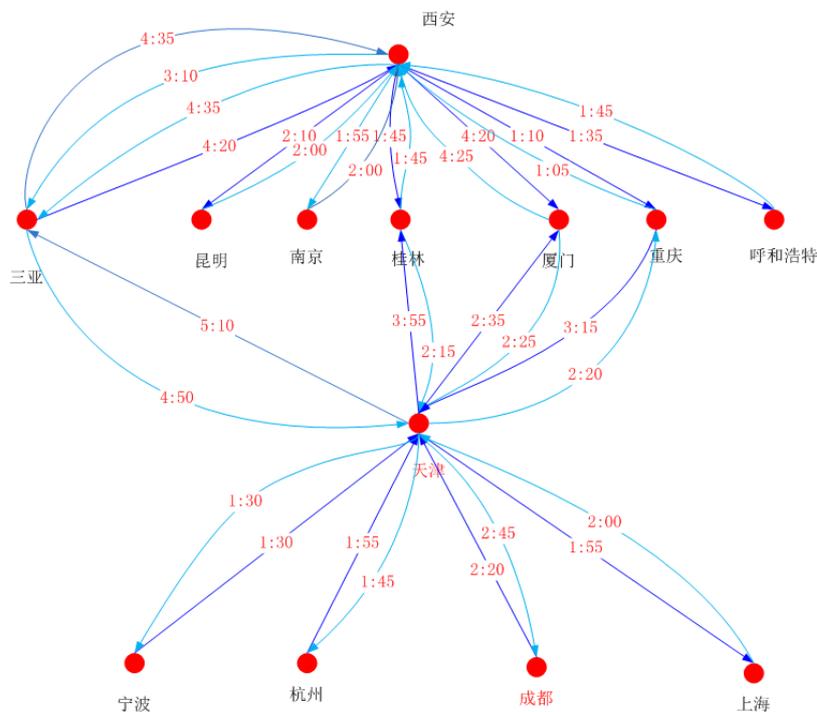


图 5- 1 A320 总航线基本信息图

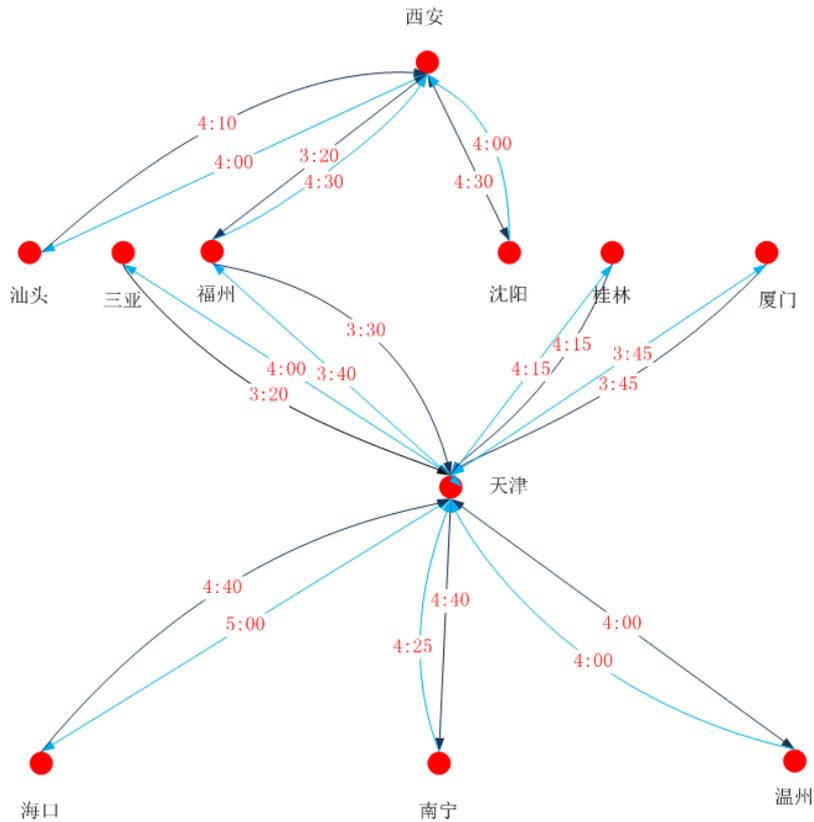


图 5-2 E190 总航线基本信息图

通过程序遍历，求解得：

(1) A320 最佳航班计划

飞机编号	航班号	航线全称	起飞时间	降落时间	起飞时间	降落时间
A320-1	XX1438	三亚-南充-西安	7:45	10:10	11:00	12:05
	XX1645	西安-重庆	12:45	13:55		
	XX1646	重庆-西安	14:35	15:45		
	XX1647	西安-呼和浩特	16:25	18:00		
	XX1648	呼和浩特-西安	18:40	20:25		
	XX1437	西安-南充-三亚	21:05	22:20	23:10	1:30
A320-2	XX1668	三亚-贵阳-西安	7:45	9:45	10:35	12:20
	XX1663	西安-桂林	13:00	14:45		
	XX1584	桂林-天津	15:25	17:40		
	XX1681	天津-武汉-三亚	18:20	20:05	21:10	23:30
A320-3	XX1682	三亚-武汉-天津	7:45	9:55	10:55	12:35
	XX1583	天津-桂林	13:15	17:10		
	XX1664	桂林-西安	17:50	19:35		
	XX1667	西安-贵阳-三亚	20:15	22:05	22:55	0:50
A320-4	XX1533	西安-南京	7:45	9:40		
	XX1534	南京-西安	10:20	12:20		
	XX1649	西安-昆明	13:00	15:10		
	XX1650	昆明-西安	15:50	17:50		

	XX1599	西安-南昌-厦门	18:30	20:30	21:20	22:50
	XX1600	厦门-南昌-西安	23:30	1:00	2:00	3:55
<b>A320-5</b>	XX1661	天津-上海	7:45	9:40		
	XX1662	上海-天津	10:20	12:20		
	XX1627	天津-杭州	13:00	14:45		
	XX1628	杭州-天津	15:25	17:20		
	XX1669	天津-重庆	18:00	20:20		
	XX1670	重庆-天津	21:00	0:15		
	<b>A320-6</b>	XX1603	天津-宁波	7:45	9:15	
XX1604		宁波-天津	9:55	11:25		
XX1657		天津-成都	13:05	15:50		
XX1658		成都-天津	16:30	18:50		
XX1689		天津-厦门	19:30	22:05		
XX1690		厦门-天津	22:45	1:10		

**表 5- 1 A320 最佳航班计划**

按此航班计划，一共需要六架 A320，保证了航班的安全运行，提高了飞机的利用率，有效地降低运营及维护成本，是实现公司收益最大化的航班计划。

**(2) E190 最佳航班计划**

飞机编号	航班号	航线全称	起飞时间	降落时间	起飞时间	降落时间
<b>E190-1</b>	XX1609	天津-郑州-南宁	7:30	8:50	9:40	12:10
	XX1610	南宁-郑州-天津	12:50	15:15	15:55	17:15
	XX1691	天津-三亚	17:55	21:55		
	XX1692	三亚-天津	22:35	1:55		
<b>E190-2</b>	XX1405	西安-长沙-汕头	7:30	9:15	10:10	11:30
	XX1406	汕头-长沙-西安	12:10	13:45	14:30	16:20
	XX1571	西安-天津-沈阳	17:00	18:55	20:05	21:30
	XX1572	沈阳-天津-西安	22:10	23:35	0:10	2:00
<b>E190-3</b>	XX1439	西安-武汉-福州	7:25	8:40	9:25	10:45
	XX1608	福州-临沂-天津	11:25	13:15	13:55	14:55
	XX1607	天津-临沂-福州	15:35	16:35	17:25	19:15
	XX1440	福州-武汉-西安	19:55	21:30	22:45	0:25
<b>E190-4</b>	XX1617	天津-阜阳-厦门	7:00	8:15	9:05	10:45
	XX1618	厦门-阜阳-天津	11:25	13:05	13:50	15:10
	XX1615	天津-青岛-温州	15:50	16:55	17:45	19:45
	XX1614	温州-青岛-天津	20:30	22:20	23:20	0:30
<b>E190-5</b>	XX1611	天津-郑州-桂林	7:30	9:35	10:20	11:45

XX1612	桂林-郑州-天津	12:25	14:30	15:15	16:40
XX1459	天津-黄山-海口	17:20	19:05	19:50	22:20
XX1460	海口-黄山-天津	23:00	1:00	1:40	3:40

表 5-2 A320 最佳航班计划

按此航班计划，一共需要五架 E190，保证了航班的安全运行，提高了飞机的利用率，有效地降低运营及维护成本，是实现公司收益最大化的航班计划。

## 6.问题三

### 6.1 问题分析

基于问题 2 所求得的航班计划，考虑飞机的维修需要，为了保证航空公司正常运营，求至少增加的两种类型的飞机的数量。

### 6.2 模型的建立

首先，对模型进行两个假设：

- (1) 由于航班安排时间为一个月，不妨设航班编排从某月的 1 号开始并且该月存在 31 号，编排这一个的航班安排。
- (2) 由于维修基地设在西安和天津，因此每次飞机在维修前总是不能刚好飞满 130 小时整的。飞机到达西安或天津且最接近 130 小时整时必须及时进行维修，此时需要靠租赁的飞机运营 24 小时，24 小时后再重新换回维修好的飞机。

其次，算法流程图如下图所示：

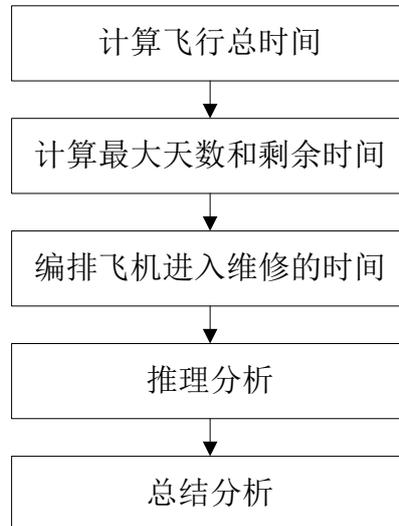


图 6-1 算法流程图

- (1) 针对第二问的航班计划，计算每架飞机一天的飞行总时间  $t_1$ ；
- (2) 计算每架飞机在 130 个小时内能飞行的最大天数和剩余的时间；
- (3) 在满足维修点在天津或西安的前提下，编排每架飞机进入维修的时间；
- (4) 分析同一机型的飞机在相同的维修基地维修的时间，如果存在第一次维修结束时间比另一架需要维修的时间迟，则必须租赁两架，否则只需租赁一架；同理如果存在三个时间点比较接近，则必须租赁三架；依此类推；



可知，至少租赁 2 架飞机可以使航空公司正常运营。在西安维修基地无需租赁 E190。

通过 A320 航班计划表可知，在西安维修基地，第一次维修过程中，A320-1 第一次维修结束的时间比 A320-3 第一次维修的时间迟，所以在西安维修基地至少要租赁 2 架 A320，而在第二次维修过程中，不存在冲突，因此在西安维修基地至少要租赁 2 架 A320。在天津维修基地，在第一次维修过程中，A320-5 和 A320-6 在同一天要维修，因此在天津维修基地至少要租赁 2 架 A320。在第二次维修过程也存在冲突，但是只需租赁 2 架 A320 即可。

综上所述，租赁的结果如下表，为保证该航空公司正常运营，至少在天津维修基地租赁 2 架 E190，2 架 A320，在西安维修基地租赁 2 架 A320。

租赁机型	租赁数量	租赁的维修基地
E190	2	天津
A320	2	天津
A320	2	西安

表 6-3 航空公司租赁情况登记表

## 7.问题四

### 7.1 问题分析

根据附件 2 所提供的统计数据，可以将延误的统计比例看做是航班延误时间出现的实际概率。

### 7.2 模型的建立

由于在问题 2 中将每个航班之间的停留间隔规定为 40 分钟（单个航班的经停点除外），由附件 2 可知，所有的延误时间在 15 分钟以内所占的比例为 55%，所以，有 55%的把握认为航班延误不影响后续航班的正常运行，而延误时间在 40 分钟以内都能保证对后续航班的运行不造成影响，由附录 2 的表格可知，加上(15,40]区间出现的统计比例，大概有 70%的延误时间落在 40 分钟以内，所以，约有 70%的航班即使延误，也不会对后续航班的正常运行造成影响，故问题 2 提出的航班计划具有较好的“鲁棒性”。

### 7.3 模型的求解

飞机编号	航班号	航线全称	起飞时间	降落时间	起飞时间	降落时间
<b>E190-1</b>	XX1609	天津-郑州-南宁	7:00	8:20	9:10	11:40
	XX1610	南宁-郑州-天津	12:40	15:05	15:45	17:05
	XX1691	天津-三亚	18:05	22:05		
	XX1692	三亚-天津	23:05	2:25		
<b>E190-2</b>	XX1405	西安-长沙-汕头	7:00	8:45	9:40	11:00
	XX1406	汕头-长沙-西安	12:00	13:35	14:20	16:10
	XX1571	西安-天津-沈阳	17:10	19:05	20:15	21:40
	XX1572	沈阳-天津-西安	22:40	0:05	0:40	2:30
<b>E190-3</b>	XX1439	西安-武汉-福州	7:00	8:15	9:00	10:20
	XX1608	福州-临沂-天津	11:20	13:10	13:50	14:50
	XX1607	天津-临沂-福州	15:50	16:50	17:40	19:30
	XX1440	福州-武汉-西安	20:30	22:05	23:20	1:00
<b>E190-4</b>	XX1617	天津-阜阳-厦门	7:00	8:15	9:05	10:45
	XX1618	厦门-阜阳-天津	11:45	13:25	14:10	15:30
	XX1615	天津-青岛-温州	16:30	17:35	18:25	20:25
	XX1614	温州-青岛-天津	21:25	1:15:00 PM	0:15	1:25
<b>E190-5</b>	XX1611	天津-郑州-桂林	7:00	9:05	9:50	11:15
	XX1612	桂林-郑州-天津	12:15	14:20	15:05	16:30
	XX1459	天津-黄山-海口	17:30	19:15	20:00	22:30
	XX1460	海口-黄山-天津	23:30	1:30	2:10	4:10

飞机编号	航班号	航线全称	起飞时间	降落时间	起飞时间	降落时间
<b>A320-1</b>	XX1438	三亚-南充-西安	7:00	9:25	10:15	11:20
	XX1645	西安-重庆	12:20	13:35		
	XX1646	重庆-西安	14:35	15:45		
	XX1437	西安-南充-三亚	21:25	22:40	23:30	1:50
<b>A320-2</b>	XX1668	三亚-贵阳-西安	7:00	9:00	9:50	11:35
	XX1663	西安-桂林	12:35	14:20		
	XX1584	桂林-天津	15:20	17:35		
	XX1681	天津-武汉-三亚	18:35	20:20	21:25	23:45
<b>A320-3</b>	XX1682	三亚-武汉-天津	7:00	9:10	10:10	11:50
	XX1583	天津-桂林	12:50	16:45		
	XX1664	桂林-西安	17:45	19:30		
	XX1667	西安-贵阳-三亚	20:30	22:20	23:10	1:05
<b>A320-5</b>	XX1661	天津-上海	7:00	8:55		
	XX1662	上海-天津	9:55	11:55		
	XX1627	天津-杭州	12:55	14:40		
	XX1628	杭州-天津	15:40	17:35		
	XX1669	天津-重庆	18:35	20:55		
	XX1670	重庆-天津	21:55	1:10		
<b>A320-6</b>	XX1603	天津-宁波	7:00	8:30		
	XX1604	宁波-天津	9:30	11:00		
	XX1657	天津-成都	12:00	14:45		
	XX1658	成都-天津	15:45	18:05		
	XX1689	天津-厦门	19:05	21:40		
	XX1690	厦门-天津	22:40	1:05		
<b>A320-7</b>	XX1647	西安-呼和浩特	7:00	8:35		
	XX1648	呼和浩特-西安	9:35	11:20		
	XX1599	西安-南昌-厦门	12:20	14:20	15:10	16:40
	XX1600	厦门-南昌-西安	17:40	19:10	20:10	22:05

从上面新的航班计划表可以看出，为了提高航班计划的“鲁棒性”，可以将飞机的最早出发时间提前，但在 A320 飞机的航班安排中，如果只将出发时间提前，则有可能导致乘客数量因为时间太早而减少；若不将最早出发时间提前，则会出现在凌晨 2 点多出发的情况，同样也会使乘客大幅减少。所以，为了使飞机最早出发时间合理，最晚的出发时间不至于太晚，可以采用增加一架飞机的措施，这样可以使时间安排更加充裕。而且这也满足了提高航班计划“鲁棒性”的要求。

当采用上述新的航班计划后，由于航班延误而影响后续航班的情况发生的概率小于 15%，航班计划的“鲁棒性”提高了。

#### 参考文献

- [1]张鹏, 基于主成分分析的综合评价研究[C]. 南京:南京理工大学, 2004.
- [2]严雯雯, 航班计划编排规则的句法检查技术研究[C]. 南京:南京航空航天大学, 2008.
- [3]汪波, 航空公司运行控制的研究[C]. 成都:西南交通大学.

[4] 李伟, 基于并行处理技术的航班计划编排系统设计[C]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.

[5] 阚海建, 基于有限自己的航班计划编排技术研究[C]: 南京: 南京航空航天大学, 2009.