



2015 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：B

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）：201518001013

所属学校（请填写完整的全名）：国防科学技术大学

参赛队员（打印并签名）：1. 李超

2. 刘士齐

3. 吴静舒

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）：王丹

日期：2015 年 9 月 15 日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

2015 湖南省研究生数学建模竞赛

编号专用页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可供评阅时使用）：

[illegible]

湖南省首届研究生数学建模竞赛

题 目

基于航班计划网络的鲁棒性调度

摘要：

本文以某航空公司某月某日各航线运行成本及收入明细为基础，分别建立了航班收益模型和鲁棒性调度模型。运用数据挖掘和人工智能的方法，发现了盈利航班和亏损航班的模式特点。运用航班计划网络方法进行了优化，在对原调度方案改动最小的基础上，提高飞机利用率，从而减少飞机租赁费用，将收益提高了 50.95%。通过计算飞机的最大连续飞行时间的下界，设计了基于最小租借飞机数量的轮转维修方案。最后计算航班安排的鲁棒性指数，通过增大航班间隙，实现了航班鲁棒性的最大化。

对于问题 1，采用了图形化与数字化结合的方式进行数据分析，综合运用频率直方图、散点图、皮尔逊相关系数以及均值比较等方法，发现了航班收益与收入具有明显的正相关关系，其中按相关性从强到弱排序分别为平均折扣率、全价票价格、客座率和飞机座位数，提出了亏损航班应该提高平均折扣率、全价票价格、客座率或更换机型（增加座位数）的方案；

对于问题 2，对于问题二，首先利用航线成本收入明细表挖掘出航线分布特点、飞机最短经停时间、最短航班衔接时间。以枢纽机场和机型对航线分类，按类讨论航班计划。以航段为节点，用有向边表征航段节点先后顺序，制定绘制流程，确立航班计划目标和约束，形成航班计划网络图。先根据已有航班数据，标绘网络图，由路径数目发现当前飞机租赁较多。再在尽量少改变原有计划基础上，通过优化过站时间，增加路径节点，来最小化租赁飞机数，从而实现收益最大化。租赁的 E190 型和 A230 型飞机由 6 和 9 架减少到 2 和 5 架。根据优化结果编制出下个月航班计划。

对于问题 3，采用了周期法对飞机维修问题进行了分析，将各机场各机型的最大连续飞行时间的下界作为维修的最大周期，提出了在最大维修周期内的轮转维修方案，仅在不考虑维修的基础上增加 A320 和 E190 各 1 架。

对于问题 4，根据鲁棒性的含义定义了航班鲁棒性指数的计算公式，发掘出了航班间延误的传播机制，并通过增大航班间隙，增加航班间的时间裕度，设计了最优鲁棒性航班安排方案，将航班间的影响机率减到最小。

关键词：航班计划 收益分析 计划网络图 鲁棒性调度

1. 问题重述与分析

航班计划是航空公司规定了飞行的航线、航段、机型、航班号、班次和班期、(起降)时刻的运输生产计划的具体实施计划。由于航班计划是飞机活动工作安排的依据,航班计划的合理编排是至关重要的。本文根据某航空公司历史收益情况和现有生产资源,帮助其解决了如下航班计划方面的问题:

问题 1: 对附件 1 所给的该航空公司某月各航线单日运行成本及收入明细进行航线收益分析,找出影响收益的主要因素,并根据分析结果提出针对亏损航线的整改措施。解决该问题需要应用数据挖掘的相关技术,采用关联分析的方法找出影响收益的主要因素。

问题 2: 在对问题一定简化的情况下,即假定各航线的航班时刻可以根据需要变动,同时假定现有飞行航线和航空公司的营销能力是稳定的(航线、平均客座率、平均折扣率不变),为航空公司制定一份下个月的航班计划,使航空公司的收益最大化。该问题的关键在于合理配置航班时刻,有效利用每架飞机,减少飞机闲置和飞机租借。

问题 3: 在问题 2 的假定条件下,增加考虑飞机维修需要,计算在不改变问题 2 中所求航班计划的情况下,要使航空公司正常营运,至少需要新增加两种类型飞机的架次。解决该问题需要考虑飞机的连续工作时间,并以此为依据进行维修活动的安排。

问题 4: 考虑对航班计划“鲁棒性”的评价,根据附件 2 所给的航班延误统计情况,评价问题 2 中求得的航班计划的“鲁棒性”,并重新制定一个带有“鲁棒性”约束的最优航班计划。航班计划的鲁棒性实际上是航班间的耦合紧密程度,鲁棒性高的航班计划航班之间相互影响的可能性较小,因此需要合理设计航班间隙与时间裕度。

2. 问题基本假设

(1) 航线资源已知,确定。航线资源指航空公司能够运营的航线范围。该航空公司的航线资源为附件 1 中的 52 条航线。航线决定了出发机场、目的机场、航线距离、飞行时间。

(2) 只考虑客运市场,不考虑货运市场。由于该航空公司以客运为主,本文在探究航班计划收益时,忽略货运市场需求。

(3) 航空公司营销能力稳定。现实中航空市场需求受经济大环境、竞争对手、节假日等外界因素较大影响。本文主要针对航空公司自身因素对航班计划收益的影响,不过多考虑外部环境影响,将营销能力视为稳定的,航线对应的平均客座率和平均折扣率固定不变,以附件 1 为准。

(4) 机队规模已知。航班规模指某一个时间段各机型的可用飞机数量和可用座位数量。该航空公司的航班规模为:公司本身拥有 2 架具有 180 座的 A320 飞机和 4 架具有 106 座的 E190 飞机。还可根据实际需要,向飞机租赁公司租赁飞机。

(5) 一条航线只能使用一种特定机型。

(6) 同一条航线不更换飞机,航班只直飞或经停,不发生中转。

(7) 航空公司有足够的人力完成航班计划。

3. 数据描述

附件 1 所给的某航空公司某月各航线单日运行成本及收入明细表中共有 52 条不同的航班成本收入明细记录,涉及航班号、航线全称、机型、耗油量(吨)、航线班次、飞

机座位数、全价票价格、平均折扣率、起飞时间、降落时间、起飞时间、降落时间、飞行小时、客座率(%)、机组人员工资(元)、航油费(元)、起降及非航空性业务费(元)、餐食(元)、机供品(元)、保险费-旅客责任险(元)、航材消耗(元)、不正常航班费用(元)、航材维修费(元)、发动机维修费(元) 24 种属性。

附件 2 所给的该航空公司航班延误统计表中统计了航班延误[0, 15]分钟, (15, 60]分钟和大于 60 分钟的航班比例。

4. 模型建立与求解

4.1 问题一

4.1.1 收益模型

我们只从经济效益角度考察航线的收益, 即收益=收入—费用, 这里的收益实际上是利润, 并通过调整参数来比较分析航线, 以收益最大化进行航班计划的优化。

从收入、成本角度对附件 1 中的属性进行分类, 如表 1 所示。

表 1 属性分类

属性类别	属性名称
收入相关要素	飞机座位数、全价票价格、平均折扣率、客座率
成本类	机组人员工资、航油费、起降及非航空性业务费、餐食、机供品、保险费-旅客责任险、航材消耗、不正常航班费用、航材维修费、发动机维修费
其他	航班号、航线全称、机型、耗油量、航线班次、起飞时间、降落时间、飞行小时

航线收入:

$$\text{收入} = \text{飞机座位数} \times \text{全价票价格} \times \text{平均折扣率} \times \text{客座率} \quad (1)$$

航线成本:

$$\begin{aligned} \text{成本} = & \text{机组人员工资} + \text{航油费} + \text{起降及非航空性业务费} + \text{餐食} + \text{机供品} + \text{保险费旅客责任险} \\ & + \text{航材消耗} + \text{不正常航班费用} + \text{航材维修费} + \text{发动机维修费} \end{aligned} \quad (2)$$

航线利润:

$$\begin{aligned} \text{利润(收益)} = & \text{收入} - \text{成本} = \text{飞机座位数} \times \text{全价票价格} \times \text{平均折扣率} \times \text{客座率} - (\text{机组人} \\ & \text{员工资} + \text{航油费} + \text{起降及非航空性业务费} + \text{餐食} + \text{机供品} + \text{保险费旅客责任险} + \text{航材消耗} + \\ & \text{不正常航班费用} + \text{航材维修费} + \text{发动机维修费}) \end{aligned} \quad (3)$$

4.1.2 航线收益分析

a. 单个航线收益计算

根据 6.1.1 节航线收益模型, 计算附件 1 中 52 条航线的收益, 绘制柱状图直观比较各航线收益情况, 如图 1 所示。

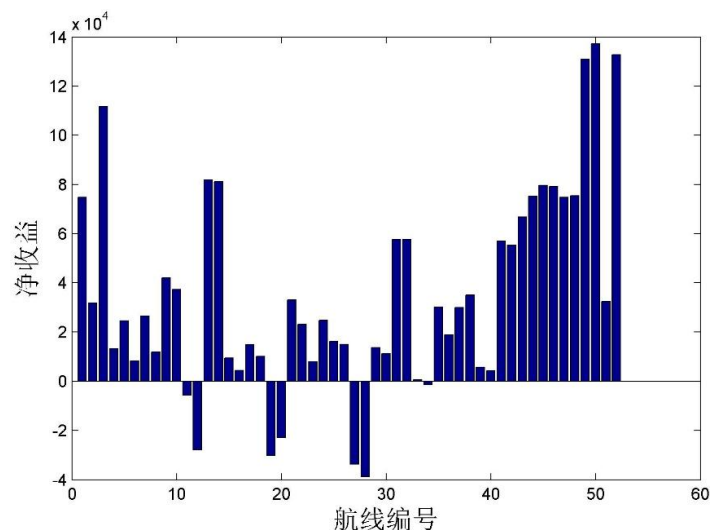


图 1 航线收益图

由图 1 可看出，XX 航空公司 X 年 X 月 X 日有 7 条航线亏损，45 条航线盈利，亏损的具体航线如表 2。

表 2 亏损航线列表

航班号	航线全称	机型	收益值（元）
XX1571	西安—天津—沈阳	E190	-5632.459
XX1572	沈阳—天津—西安	E190	-27788.19
XX1607	天津—临沂—福州	E190	-30110.34
XX1608	福州—临沂—天津	E190	-22920.04
XX1617	天津—阜阳—厦门	E190	-33768.11
XX1618	厦门—阜阳—天津	E190	-38841.59
XX1648	呼和浩特—西安	A320	-1510.96

b. 收益分布情况分析

图 2 为收益的频数分布图。可以看出，航线收益分布呈现“山”型，绝大多数航线的收益分布于 $[0, 80000]$ 元，同时 $[-40000, -20000]$ 元和 $[120000, 140000]$ 元也出现了“小高峰”，即存在部分航线有明显亏损或较大盈利。

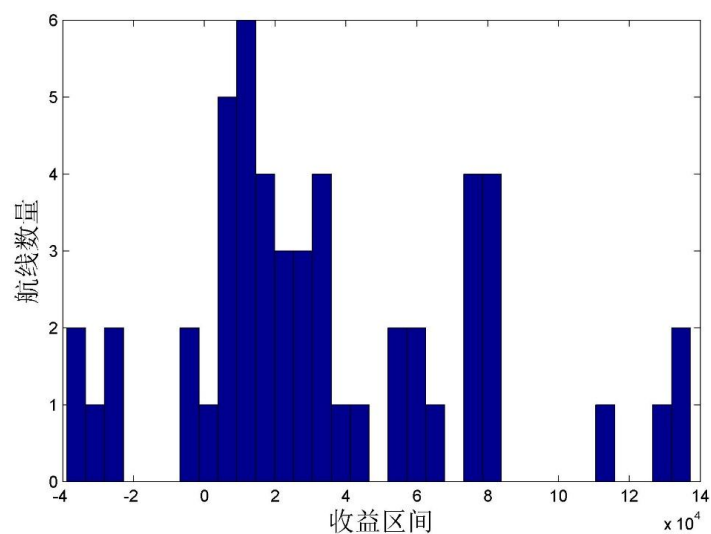


图 2 收益频数分布图

c. 收益影响因素分析

为了研究影响收益的因素，引入皮尔逊相关系数 r 。其中，

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{(\sum (x - \bar{x})^2)(\sum (y - \bar{y})^2)}} \quad (4)$$

当 $r > 0$ 时，表示两变量正相关， $r < 0$ 时，两变量为负相关。 $|r|$ 越接近 1，两变量间线性关系越密切； $|r|$ 越接近于 0，表示两变量的线性相关越弱。一般可认为， $|r| < 0.4$ 为低度线性相关； $0.4 \leq |r| < 0.7$ 为显著性相关； $0.7 \leq |r| < 1$ 为高度线性相关。

1. 收入与收益的关系

根据附件 1 的各航线收入（成本）数据，绘制收入-收益散点图，如图 3 所示。

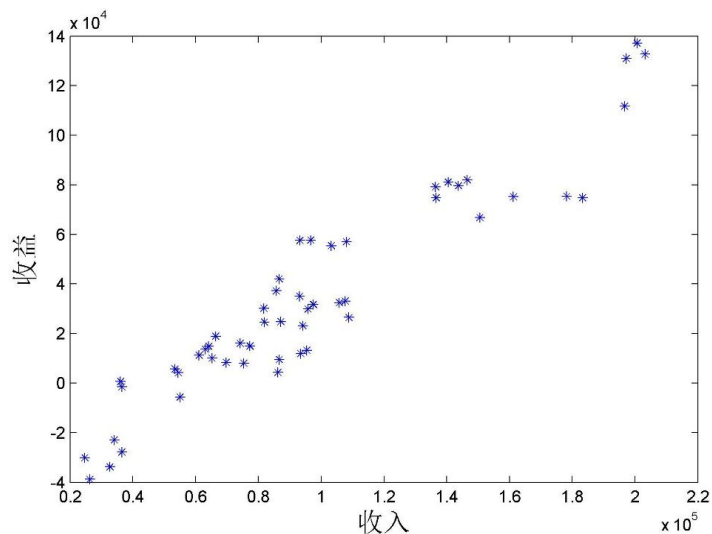


图 3 收入-收益散点图

图中收入和收益呈现明显的正相关。计算皮尔逊相关系数 r 来衡量二者之间线性相关的程度，计算得到 $r=0.9487$ ，说明收入和收益呈现很大的正相关性。

2. 成本与收益的关系

根据附件 1 各航线收入（成本）数据，绘制成本-收益散点图，如图 4 所示。

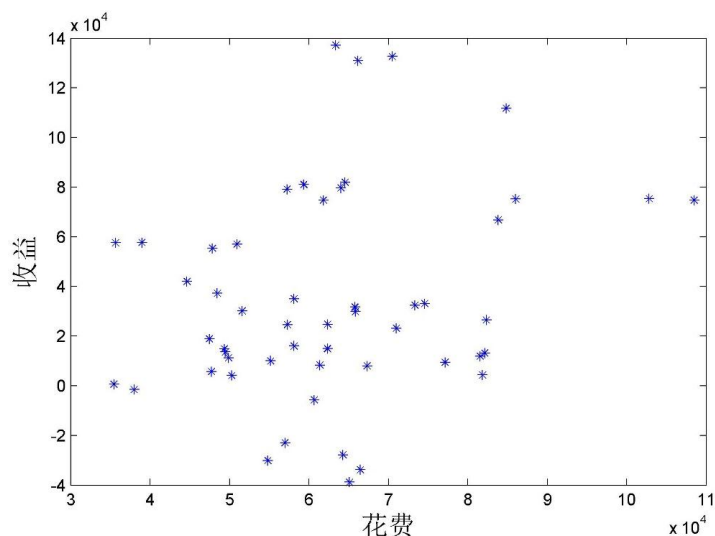


图 4 成本-收益散点图

图 4 中成本和收益没有明显的线性相关趋势，计算得到成本与收益的相关系数为 $r=0.2438$ ，说明成本与收益没有明显的相关性。附件 1 中包含的航班成本是随着航班运营发生的，航班一旦确定运营，附件 1 中的机组人员工资、航油费、起降及非航空性业务费、机供品、保险费旅客责任险、航材消耗、不正常航班费用、航材维修费、发动机维修费等费用就都属于必须支出的项目，且主要由航线决定，较为固定。而航空公司能够变动的成本非常低，主要包括为旅客提供的各种服务，例如餐食。

3. 收入相关要素与收益的关系

由 1, 2 得，航班收入与收益呈现很强的正相关性，航班成本较为固定，因此影响航班收益的主要因素是航班收入。下面具体分析航班收入的相关要素（飞机座位数、全价票价格、平均折扣率、客座率）与航班收益的关系。

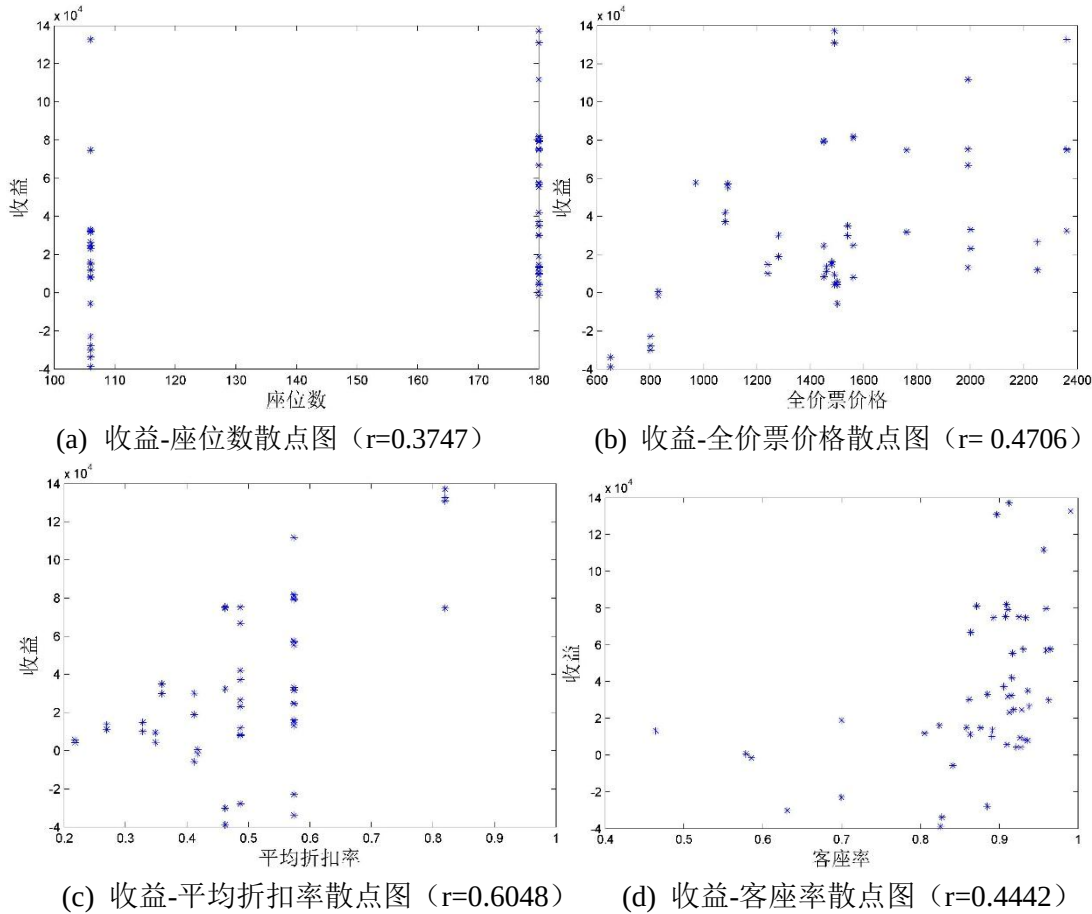


图 5 收入相关要素-收益散点图

飞机座位数、全价票价格、平均折扣率、客座率四个要素与航班收益都成正相关。根据相关系数大小，对各要素与航班收益相关程度由大到小排序：平均折扣率>全价票价格>客座率>飞机座位数。

d. 对亏损航线分析：

对附件 1 中所有亏损航线、所有盈利航线和所有航线在各属性均值进行比较，分析亏损航线的特点，如表 3 所示。

表 3 航线平均参数比较

	耗油量 (吨)	飞机 座位 数	全价 票价 格	平均 折扣 率	飞行 小时	客座率 (%)	机组人 员工资 (元)	航油费 (元)	起降及 非航空 性业务 费(元)
亏损航班	6138	117	861	0.5	3.1	0.8	3663	37213	9142
盈利航班	6630	157	1590	0.5	3.0	0.9	3154	40167	11213
所有航班	6564	152	1492	0.5	3.0	0.9	3222	39769	10934
	餐食(元)	机供 品 (元)	保险 费-旅 客责 任险 (元)	航材 消耗 (元)	不正 常航 班费 用 (元)	航材维 修费 (元)	发动机 维修费 (元)	平均收 益	
亏损航班	513	362	158	2901	401	1448	2252	-22939	
盈利航班	873	512	153	1876	558	2177	2837	43673	
所有航班	825	491	153	2014	537	2079	2758	34706	

从上表可以得出：

(1) 亏损航班的飞机座位数、全价票价格、平均折扣率、客座率明显较低，这些因素减少了航班的收入。特别地，飞机座位数与机型有关，亏损航班中有 6 个为 E190 机型，1 个为 A320 机型，E190 机型占的比例较大。

(2) 亏损航班的机组人员工资、航材消耗明显较高，这些因素增加了航班的成本。

(3) 亏损航班的耗油量、航油费、餐食、机供品、不正常航班费用、航材维修费、发动机维修费相对较少，这些因素有利于减少航班成本。

(4) 亏损航班的飞行时间、起降及非航空性业务费、保险费旅客责任险与其他航班差不多，说明这些因素对航班收益影响小。

针对亏损航线的整改措施为：提高折扣率、增加全票价价格和客座率，以及更换飞机机型（增加座位数），以增加收入，提高收益。

4.2 问题二

4.2.1 航线分布特点、飞机飞行规律分析

为使航班计划更符合航空公司运营实际，我们通过附件 1 航空公司某年某月某日航线成本收入明细表挖掘其现有运营情况，一方面了解航线分布特点和飞机飞行规律，另一方面分析现有飞机利用情况。

a. 航线分布特点

由附件 1 航线数据可得，该航空公司：

(1) 所有航线是以天津或西安机场为枢纽机场出发，到达目的机场后再返回至出发的枢纽机场。且这两个枢纽机场没有重合航线。

(2) 航线网络为城市对式航线和城市串式航线。城市对式航线是直达航线，城市串式航线含有经停站。航线网络决定了所有航线是成对存在的，即去程和回程，且去/回程经

过的路线完全一样。这使得问题能进一步简化，我们假定所有航线的去程和回程使用同一架飞机，并将去程和回程的航线绑定为一对“航线对”。



图 6 城市对式航线示意图

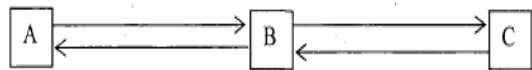


图 7 城市串式航线示意图

(3) 航线资源为：有 15 对航线以天津机场为枢纽机场，其中有 8 对 A320 机型的航线，7 对 E190 机型的航线；有 11 对航线以西安机场为枢纽机场，其中有 8 对 A320 机型的航线，3 对 E190 机型的航线。由于问题二题目假定现有飞行航线和航空公司的营销能力是稳定的（航线、平均客座率、平均折扣率不变），则我们可做进一步假设：每条航线的机型是固定的，即只能使用附件 1 中对应的机型。

b. 飞机飞行规律

飞机从进入机位到下一次飞行需要一定的必要准备时间，包括飞机仪器仪表检查、添加燃料、旅客下飞机、行李装卸、机舱清洁及旅客登机等。不同机型、过站性质（经停，始发）、机场所需的准备时间不同。结合航线分布情况和附件 1 航线时刻数据，我们以枢纽机场和机型两个维度对航线进行分类，并假定同类型的航线具有相同的最短经停时间、最短衔接时间。对经停时间、航班衔接时间作如下定义。

经停时间：飞机在经停机场的过站时间为经停时间。

航班衔接时间：飞机执行完一趟航班后到执行下一趟航班的时间为衔接时间。

以附件 1 各类航线中的最短经停时间、最短航班衔接时间为该类航线的最短经停时间、最短航班衔接时间，各类情况如表 4。

表 4 航线时间参数

枢纽机场	机型	最短经停时间（分钟）	最短航班衔接时间（分钟）
天津机场	E190	40	40
	A320	55	40
西安机场	E190	45	50
	A320	50	50

4.2.2 航班计划约束

航班计划需要满足一定约束：

- (1) 机型约束。根据问题假设，每条航线只对应特定的一种机型执行飞行任务。
- (2) 任务唯一性约束。飞机在某一时刻只能执行唯一一项航班飞行任务。
- (3) 飞机可用性约束。飞机在飞行前要到达航段出发机场待命，并处于可用状态。
- (4) 时间衔接约束。同架飞机前一个航段的到达时间必须早于下一个执行航段的出发时间，并保证飞机在机场的过站时间要满足必要准备时间。
- (5) 地点衔接约束。同架飞机前一个航段的到达机场与下一个航段的出发机场必须相同。

4.2.3 航班计划模型

按机型和枢纽机场对航线分类，编排不同类型航线的航班计划。为方便起见，建模时省略机型变量、枢纽机场变量下标。

定义如下参数：

表 5 航班计划模型参数

符号	说明
P	飞机集合，其中任意飞机用 p 表示， $p \in P$
V	航段集合，其中任意航段用 v 表示， $v \in V$
i	某航段的出发站点
j	某航段的到达站点
v_{ij}	以 i 为出发站点， j 为到达站点的航段
T_{ijs}	航段 v_{ij} 的起飞时间
T_{ijf}	航段 v_{ij} 的降落时间
T_{ijd}	航段 v_{ij} 所需的飞行时间
T_a	航班过站时间。航班过站时间可分为经停时间、航班衔接时间。

借鉴图论思想，根据上述定义构建航班计划网络。航班计划网络是由节点和有向边构成的。节点代表航段，有向边表征所连接的航段节点执行的先后顺序。每个节点具有该航段飞机起飞时间 T_{ijs} 、降落时间 T_{ijf} 、航段飞行时间 T_{ijd} 属性。每条边具有过站时间 T_a 属性。由有向边连成的同一条路径上的节点是属于本编排周期内同一架飞机执行的航段。

步骤 1：建立节点

航段构成航线，根据飞行任务中的航线集，确定需要飞行的航段，每个航段为一个节点。

步骤 2：建立边

先建立由经停站点连接同一航班的航段间的边，这是固有连接的边。带有经停站点的航线不能随意拆分航段，前后航段必须是同一飞机、同一航班的连续作业。

再建立由目的机场连接同一航班对的去/回程衔接航段间的边，这也是固有连接边。去/回程航班航段必须是同一飞机的连续作业。

然后建立剩余航段间的边，这是可调整边，是根据具体航班计划确定的边。航班计划编排的主要工作就是设计这些边的连接方式。而在航班计划已知时，将航班计划同一架飞机飞行的航段按时间先后顺序、对应航站衔接建立航段节点间的边。

步骤 3：建立网络

根据步骤 1，步骤 2 建立的节点和边，形成航班计划网络。

航班计划网络绘制作用：

一方面可以根据已有的航班计划，绘制成网络，通过网络中的路径数量，确定动用的飞机数量。另一方面可以根据飞行任务需要，制定一定约束条件和初始条件，开始绘制网络，当所有航段连接形成路径后，即完成了飞行任务，绘制网络的过程就是编制航班计划的过程。

4.2.4 现有运营情况分析

以 E190 机型、西安机场为枢纽机场的航线类型为例（共 6 条航线，3 对航线对），根据 6.2.4 步骤，绘制航班计划网络，如图 8 所示。通过航班计划网络的路径数，确定使用的飞机数量。具体如下：

1. 将各航线对按从西安机场起飞时间的先后顺序排序，对各航线对建立固有连接边，形成“路段”。一条航线对能连接形成一个“路段”。
2. 以起飞时间最早的航班为第一条路径的起始节点，即一架 E190 飞机开始被启用。
3. 按西安机场起飞时间先后顺序遍历航线对。若起飞时间早于（已形成“路段”的最后航段降落时间+最短过站时间），则该航线对新开始一条路径，即新启用一架 E190 飞机。若起飞时间等于或晚于（已形成“路段”的最后航段降落时间+最短过站时间），则该航线对连接在原本路径之后。当原本路径的最后一个“路段”的最后航段降落时间超出当天 24:00，则该路径航班“饱和”，不再继续向后连接节点，完成了一条“路”。该条路由同一架飞机按节点连接的先后顺序执行相应航班。
4. 形成航班计划网络。遍历所有航线对后可形成网络。
5. 根据网络中路径数量，可确定当前航班计划最少动用的飞机数量。

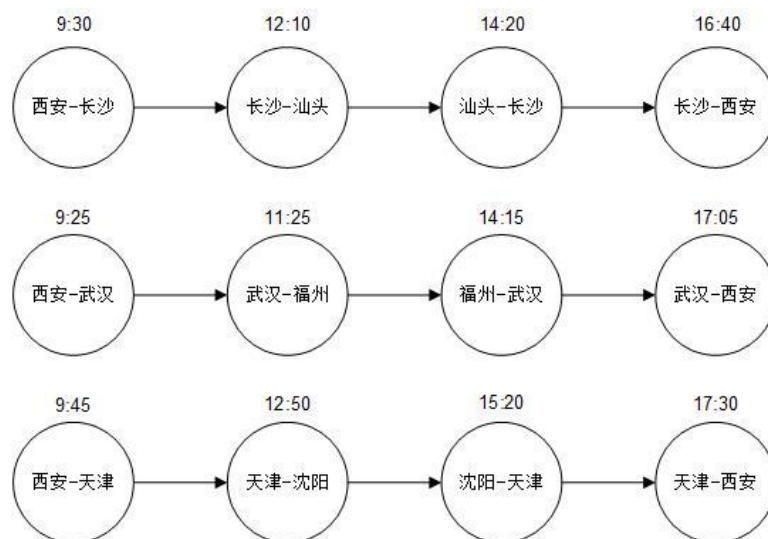


图 8 初始航班计划网络图

如图，附件 1 形成的网络有 3 条路径，因此以西安机场为枢纽机场的航线最少动用 3 架 E190 型飞机。

同理可得，在附件 1 航班运行状况下，以西安机场为枢纽机场的航线最少动用 5 架 A230 型飞机，以天津机场为枢纽机场的航线最少动用 7 架 E190 型飞机，6 架 A230 型飞机。该航空公司在附件 1 航班运行状况下，最少动用 11 架 A230 型飞机，10 架 E190

型飞机。则当前该航空公司最少租用 9 架 A230 型飞机，6 架 E190 型飞机。

4.2.5 航班计划优化

航班计划目标：

在现有飞行航线和航空公司的营销能力稳定的情况下，各航线的收入、成本是固定的，租用飞机造成了费用的增加。为覆盖全部航线资源，原本航班计划在四种航线类型都出现了租用飞机情况，因此为使航空公司收益最大化，就需要使得动用飞机最少化，从而使租用飞机最少化。同时要考虑乘客需求和机场保障能力，原有航班计划的航班时刻分布是有一定的现实可操作性的，要尽量少变动。综上，本文致力于在尽量少变动原有航班计划基础上，以最少化执行航班计划所需飞机数量为航班计划优化目标，同时在优化的过程中，在必要情况下可优化航班经停时间和航班衔接时间。

航班计划优化方案：

假定各航线的航班时刻可以根据需要变动。对于某航段，机型和航段飞行时间是固定的，在变动航段起飞时刻时，航段降落时刻会随之改变，我们只需关注航段起飞时刻。因此，航班计划编排就是在确定各航段由哪架飞机飞行并排布各航段的起飞时刻。为了使动用飞机最少化（网络图中路径最少），就要使得一条路径含有尽量多航段节点，从而需要缩小边的过站时间，即尽可能缩短经停时间和航班衔接时间。就此，我们制定的优化方案为：将各航段涉及的经停时间和航班衔接时间都缩短为最短经停时间和最短航班衔接时间，从而调整了航段起飞时刻。

根据步骤，绘制（西安机场为枢纽机场，E190 型），（西安机场为枢纽机场，A230 型），（天津机场为枢纽机场，E190 型），（天津机场为枢纽机场，A230 型）航班计划网络图。西安机场为枢纽机场的 E190 型航线的航班计划网络图如下。

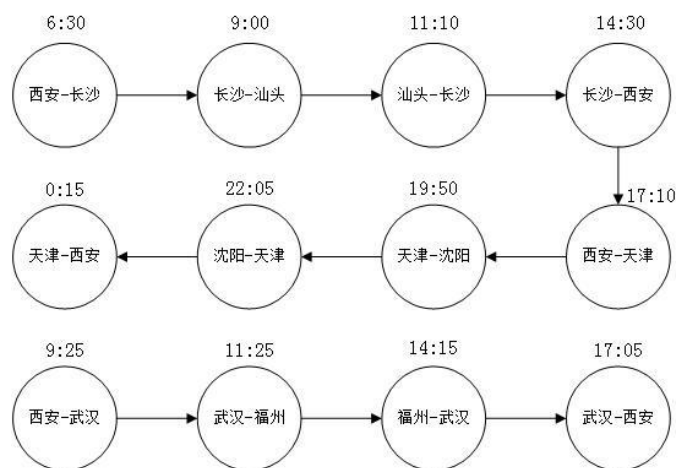


图 9 优化后航班计划网络图

由图可得，优化后的航班计划：以西安机场为枢纽机场的航线需要动用 2 架 E190 型飞机，3 架 A230 型飞机，以天津机场为枢纽机场的航线需要动用 4 架 E190 型飞机，4 架 A230 型飞机。该航空公司航班计划优化后，总共需要动用 6 架 E190 型飞机，7 架 A230 型飞机，则要租用 2 架 E190 型飞机，5 架 A230 型飞机。

4.2.6 航班计划编排

以天为航班计划编排周期,用 4.2.5 节 X 年 X 月 X 日航班时刻优化结果编排下个月航班计划,令下个月每天的航班计划相同,编排结果如下:

表 6 航班计划表

航班号	航线全称	机型	起飞时间	降落时间	起飞时间	降落时间
XX1405	西安-长沙-汕头	E190	6:30:00	8:15:00	9:00:00	10:20:00
XX1406	汕头-长沙-西安	E190	11:10:00	13:45:00	14:30:00	16:20:00
XX1437	西安-南充-三亚	A320	16:50:00	18:05:00	18:55:00	21:15:00
XX1438	三亚-南充-西安	A320	22:05:00	0:30:00	1:20:00	2:25:00
XX1439	西安-武汉-福州	E190	9:25:00	10:40:00	11:25:00	12:45:00
XX1440	福州-武汉-西安	E190	14:15:00	15:50:00	17:05:00	18:45:00
XX1459	天津-黄山-海口	E190	10:20:00	12:05:00	12:50:00	15:20:00
XX1460	海口-黄山-天津	E190	16:00:00	18:00:00	18:40:00	20:40:00
XX1533	西安-南京	A320	12:10:00	14:05:00		
XX1534	南京-西安	A320	14:55:00	16:55:00		
XX1571	西安-天津-沈阳	E190	17:10:00	19:05:00	19:50:00	21:15:00
XX1572	沈阳-天津-西安	E190	22:05:00	23:30:00	0:15:00	2:05:00
XX1583	天津-桂林	A320	10:30:00	14:25:00		
XX1584	桂林-天津	A320	15:30:00	17:45:00		
XX1599	西安-南昌-厦门	A320	8:20:00	10:20:00	11:10:00	12:40:00
XX1600	厦门-南昌-西安	A320	13:40:00	15:10:00	16:10:00	18:05:00
XX1603	天津-宁波	A320	10:30:00	12:00:00		
XX1604	宁波-天津	A320	12:40:00	14:10:00		
XX1607	天津-临沂-福州	E190	18:35:00	19:45:00	20:15:00	21:55:00
XX1608	福州-临沂-天津	E190	22:35:00	0:25:00	1:05:00	2:05:00
XX1609	天津-郑州-南宁	E190	8:30:00	9:50:00	10:30:00	13:00:00
XX1610	南宁-郑州-天津	E190	13:40:00	14:05:00	14:45:00	16:05:00
XX1611	天津-郑州-桂林	E190	16:45:00	18:15:00	18:55:00	21:00:00
XX1612	桂林-郑州-天津	E190	21:40:00	23:45:00	0:25:00	1:50:00
XX1615	天津-青岛-温州	E190	17:20:00	18:25:00	19:05:00	21:10:00
XX1617	天津-阜阳-厦门	E190	10:00:00	11:15:00	11:55:00	13:35:00
XX1617	天津-阜阳-厦门	E190	21:50:00	23:40:00	0:20:00	1:30:00
XX1618	厦门-阜阳-天津	E190	14:15:00	15:55:00	16:35:00	17:55:00
XX1627	天津-杭州	A320	13:25:00	15:10:00		
XX1628	杭州-天津	A320	15:50:00	16:45:00		
XX1645	西安-重庆	A320	8:15:00	9:25:00		
XX1646	重庆-西安	A320	10:15:00	11:20:00		
XX1647	西安-呼和浩特	A320	17:45:00	19:20:00		
XX1648	呼和浩特-西安	A320	20:10:00	21:55:00		
XX1649	西安-昆明	A320	16:00:00	18:10:00		
XX1650	昆明-西安	A320	19:00:00	21:00:00		
XX1657	天津-成都	A320	14:50:00	17:35:00		

XX1658	成都-天津	A320	18:15:00	20:35:00		
XX1661	天津-上海	A320	8:10:00	10:05:00		
XX1662	上海-天津	A320	10:45:00	12:45:00		
XX1663	西安-桂林	A320	21:50:00	23:35:00		
XX1664	桂林-西安	A320	0:25:00	2:10:00		
XX1667	西安-贵阳-三亚	A320	6:00:00	7:50:00	8:40:00	10:35:00
XX1668	三亚-贵阳-西安	A320	11:25:00	13:25:00	14:15:00	16:00:00
XX1669	天津-重庆	A320	17:25:00	19:45:00		
XX1670	重庆-天津	A320	20:25:00	22:40:00		
XX1681	天津-武汉-三亚	A320	8:55:00	10:40:00	11:35:00	13:55:00
XX1682	三亚-武汉-天津	A320	14:35:00	16:45:00	17:40:00	18:40:00
XX1689	天津-厦门	A320	19:20:00	21:55:00		
XX1690	厦门-天津	A320	22:35:00	0:00:00		
XX1691	天津-三亚	E190	8:40:00	12:40:00		
XX1692	三亚-天津	E190	13:20:00	16:40:00		

综上，优化后的航班安排需要使用 A320 飞机 7 架，E190 飞机 6 架，即租借 5 架 A320 飞机，2 架 E190 飞机，而优化前的航班需要租借 9 架 A320 型飞机，6 架 E190 型飞机来实现最大收益。取汇率为 6 人民币/美元，计算考虑租借飞机后的净收益：

优化后月收益：日收益 $\times 30$ -A320 租金 $\times 5 \times$ 汇率 $\times 30$ -E190 租金 $\times 2 \times$ 汇率 $\times 30=41241313$ （元）

优化前月收益：日收益 $\times 30$ -A320 租金 $\times 9 \times$ 汇率 $\times 30$ -E190 租金 $\times 6 \times$ 汇率 $\times 30=27321313$ （元）

优化后的月收益提高了 $41241313/27321313-1=50.95\%$

4.3 问题三

在问题 2 的新计划基础上，考虑飞机维修的需要。每架飞机累计飞行 130 个小时就必须在维修基地停场维修一次，每次停场时间为 24 小时

记 A_i 为第 i 架 A320 飞机 ($i=1,2,3\dots n$)， E_i 为第 i 架 E190 飞机 ($i=1,2,3\dots n$)。根据问题二中的编排计划，计算每架飞机每日飞行时间如表 7 所示。

表 7 飞机每日飞行时间

飞机序号	飞行时间 (h)	最大连续飞行天数 (d)	所属机场
A1	12.922	10.06	天津
A2	14.183	9.17	天津
A3	9.627	13.50	天津
A4	5.413	24.02	天津
E1	15.156	8.58	天津
E2	15.049	8.64	天津
E3	13.057	9.96	天津
E4	8.688	14.96	天津
A5	9.855	13.19	西安

A6	14.628	8.89	西安
A7	15.036	8.65	西安
E5	6.882	18.89	西安
E6	13.839	9.39	西安

从上表可知：

- (1) 天津机场需要 4 架 A320 飞机，西安机场需要 3 架 A340 飞机（共 7 架）
- (2) 天津机场需要 4 架 E190 飞机，西安机场需要 2 架 E190 飞机（共 6 架）
- (3) 天津机场的 A320 飞机的最大连续飞行天数的下界为 9.17 天
- (4) 西安机场的 A320 飞机的最大连续飞行天数的下界为 8.58 天
- (5) 天津机场的 E190 飞机的最大连续飞行天数的下界为 8.65 天
- (6) 西安机场的 E190 飞机的最大连续飞行天数的下界为 9.39 天

由于飞机进行维修时需要停飞 24 小时，而两个机场的飞机每日都有时间相冲突的航班安排，则至少需要再补充 A320 飞机、E190 飞机各 1 架进行轮转，以确保航班的照常运行。因此 A320 飞机的总数为 8，E190 飞机的总数为 7，两类飞机的总数均小于其最大连续飞行天数的下界（8.58 和 9.39），因此所有飞机可以在其最大连续飞行天数(8 天)内完成一次修理。一个可行的维修方案如下表所示，设新补充的飞机分别为 A₈ 和 E₇。

表 8 维修安排表

周期内天数	停飞维修	工作运转
1	A ₈ 、E ₇	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , E ₁ , E ₂ , E ₃ , E ₄ , E ₅ , E ₆
2	A ₇ 、E ₆	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₈ , E ₁ , E ₂ , E ₃ , E ₄ , E ₅ , E ₇
3	A ₆ 、E ₅	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₇ , A ₈ , E ₁ , E ₂ , E ₃ , E ₄ , E ₆ , E ₇
4	A ₅ 、E ₄	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , E ₁ , E ₂ , E ₃ , E ₅ , E ₆ , E ₇
5	A ₄ 、E ₃	A ₁ , A ₂ , A ₃ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , E ₁ , E ₂ , E ₄ , E ₅ , E ₆ , E ₇
6	A ₃ 、E ₂	A ₁ , A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , E ₁ , E ₃ , E ₄ , E ₅ , E ₆ , E ₇
7	A ₂ 、E ₁	A ₁ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , E ₂ , E ₃ , E ₄ , E ₅ , E ₆ , E ₇
8	A ₁ 、E ₇	A ₂ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , E ₁ , E ₂ , E ₃ , E ₄ , E ₅ , E ₆

4.4 问题四

鲁棒性是生产运行过程中需要考虑的一个重要因素，即设定一定的时间裕度，以便在出现某一航班延误时能够减少对后续航班的影响。

航班计划在执行时会受到各种因素的影响，从而产生航班延误。由于航班安排的时间和飞机间的关系，某一航班延误时可能影响到后续的航班。如果在航班计划制定阶段，

就考虑到这种不确定性，通过合理安排时间使计划具有某种程度的抗干扰能力，则在航班发生延误和取消时，后续航班受到的影响较小，即鲁棒性强。

相关符号说明如下：

表 9 鲁棒性模型参数

符号	说明
R	鲁棒性指数
T_{xi}	编号 x 的飞机的第 i 次航班计划出发时间
T_{xi}^+	编号 x 的飞机的第 i 次航班延误时间
T_{xi}'	编号 x 的飞机的第 i 次航班延误后出发时间
t_{xi}	编号 x 的飞机的第 i 次航班最小准备时间

根据鲁棒性定义有，

$$R = 1 - \frac{T_{x(i+1)}^+ + T_{x(i+1)}^+ + \dots + T_{x(i+n)}^+}{T_{xi}^+} = 1 - \frac{\sum_{m=i+1}^n T_{xm}^+}{T_{xi}^+} \quad (5)$$

$$T_{xi}^+ = T_{xi}' - T_{xi} \quad (6)$$

$$T_{xi}' = \max(T_{xi}, T_{x(i-1)}' + t_{xi}) \quad (7)$$

假设 t_{xi} 均为 20min，根据附表 2 中的延误时间和概率可得出问题 2 中求得的航班计划的鲁棒性指数 $R = 1 - (\frac{0}{15} \times 0.55 + \frac{30 + 20 - 40}{30} \times 0.3 + \frac{60 + 20 - 40}{60} \times 0.15) = 0.8$ 。

为提高航班计划的鲁棒性，需增大同一飞机航班间的空隙时间 $T_{xi} - T_{x(i-1)}$ ，这样即使 i-1 个航班发生延误，但是 $T_{xi} > T_{x(i-1)}' + t_{xi}$ ，因此 $T_{xi}' = T_{xi}$ ，即后续航班不会受到影响。

根据鲁棒性最优的条件，当航班计划中的航班间隔时间为 80min 时，航班间隙比较合理，鲁棒性指数为 $R = 1 - (\frac{0}{15} \times 0.55 + \frac{0}{30} \times 0.3 + \frac{0}{60} \times 0.15) = 1$ 。新的航班计划如下表所示。

表 10 最优鲁棒性调度计划

航班号	航线全称	机型	起飞时间	降落时间	起飞时间	降落时间	飞行小时	飞机编号
XX1405	西安-长沙-汕头	E190	6:30:00	8:15:00	9:35:00	10:55:00	3.405	E6
XX1406	汕头-长沙-西安	E190	12:15:00	14:50:00	16:10:00	18:00:00	3.7	E6
XX1437	西安-南充-三亚	A320	18:50:00	20:05:00	21:25:00	23:45:00	3.423	A7
XX1438	三亚-南充-西安	A320	1:05:00	3:30:00	4:20:00	5:25:00	3.823	A7
XX1439	西安-武汉-福州	E190	9:25:00	10:40:00	12:00:00	13:20:00	3.312	E5
XX1440	福州-武汉-西安	E190	14:40:00	16:15:00	17:35:00	19:15:00	3.57	E5

XX1459	天津-黄山-海口	E190	10:20:00	12:05:00	13:25:00	15:55:00	4.306	E4
XX1460	海口-黄山-天津	E190	17:15:00	19:15:00	20:35:00	22:35:00	4.382	E4
XX1533	西安-南京	A320	13:10:00	15:05:00			1.939	A5
XX1534	南京-西安	A320	16:25:00	18:25:00			2.06	A5
XX1571	西安-天津-沈阳	E190	19:20:00	21:15:00	22:35:00	0:00:00	3.134	E6
XX1572	沈阳-天津-西安	E190	1:20:00	2:45:00	4:05:00	5:55:00	3.6	E6
XX1583	天津-桂林	A320	10:30:00	14:25:00			2.843	A4
XX1584	桂林-天津	A320	16:05:00	18:20:00			2.57	A4
XX1599	西安-南昌-厦门	A320	8:20:00	10:20:00	11:40:00	13:10:00	3.172	A6
XX1600	厦门-南昌-西安	A320	14:39:00	16:00:00	17:20:00	19:15:00	3.245	A6
XX1603	天津-宁波	A320	10:30:00	12:00:00			2.037	A3
XX1604	宁波-天津	A320	13:20:00	14:50:00			2.186	A3
XX1607	天津-临沂-福州	E190	21:15:00	22:25:00	23:45:00	1:25:00	3.088	E3
XX1608	福州-临沂-天津	E190	2:45:00	4:35:00	5:45:00	6:45:00	3.158	E3
XX1609	天津-郑州-南宁	E190	8:30:00	9:50:00	11:10:00	13:40:00	4.123	E1
XX1610	南宁-郑州-天津	E190	15:00:00	15:25:00	16:45:00	18:05:00	3.908	E1
XX1611	天津-郑州-桂林	E190	19:25:00	21:15:00	22:35:00	0:40:00	3.66	E1
XX1612	桂林-郑州-天津	E190	2:00:00	3:05:00	4:25:00	5:50:00	3.465	E1
XX1615	天津-青岛-温州	E190	18:40:00	19:45:00	21:05:00	23:10:00	3.14	E2
XX1617	天津-阜阳-厦门	E190	0:30:00	2:20:00	3:40:00	4:50:00	3.519	E2
XX1617	天津-阜阳-厦门	E190	10:00:00	11:15:00	12:35:00	14:15:00	3.436	E3
XX1618	厦门-阜阳-天津	E190	15:35:00	17:15:00	18:35:00	19:55:00	3.375	E3
XX1627	天津-杭州	A320	14:45:00	16:30:00			1.926	A1
XX1628	杭州-天津	A320	17:50:00	18:45:00			1.964	A1
XX1645	西安-重庆	A320	8:15:00	9:25:00			1.637	A5
XX1646	重庆-西安	A320	10:45:00	11:50:00			1.349	A5
XX1647	西安-呼和浩特	A320	19:45:00	21:20:00			1.35	A5
XX1648	呼和浩特-西安	A320	22:40:00	0:25:00			1.52	A5
XX1649	西安-昆明	A320	20:35:00	22:45:00			2.1	A6
XX1650	昆明-西安	A320	0:05:00	1:05:00			2.1	A6
XX1657	天津-成都	A320	16:10:00	18:55:00			2.867	A3
XX1658	成都-天津	A320	20:15:00	22:35:00			2.537	A3
XX1661	天津-上海	A320	8:10:00	10:05:00			1.957	A1
XX1662	上海-天津	A320	11:25:00	13:25:00			2.015	A1
XX1663	西安-桂林	A320	2:25:00	4:10:00			2.124	A6
XX1664	桂林-西安	A320	5:30:00	7:15:00			1.887	A6
XX1667	西安-贵阳-三亚	A320	6:00:00	7:50:00	9:10:00	11:05:00	4.1	A7
XX1668	三亚-贵阳-西安	A320	12:25:00	14:25:00	15:45:00	17:30:00	3.69	A7
XX1669	天津-重庆	A320	20:05:00	22:25:00			2.723	A1

XX1670	重庆-天津	A320	23:45:00	2:00:00			2.337	A1
XX1681	天津-武汉-三亚	A320	8:55:00	10:40:00	12:00:00	13:15:00	4.356	A2
XX1682	三亚-武汉-天津	A320	14:35:00	16:45:00	18:05:00	19:05:00	4.054	A2
XX1689	天津-厦门	A320	20:25:00	23:00:00			2.928	A2
XX1690	厦门-天津	A320	0:20:00	1:45:00			2.845	A2
XX1691	天津-三亚	E190	8:40:00	12:40:00			4.22	E2
XX1692	三亚-天津	E190	14:00:00	17:20:00			4.17	E2

5. 模型进一步讨论

在收益最大化航班计划编排过程中增加考虑以下因素：

- 1.考虑航空公司营销能力不稳定，市场需求随时间变化。
- 2.考虑航线所使用的机型不是特定机型，能够变动。

在编排航班计划过程中，采用智能算法，以适应航线数量、枢纽机场、飞机数量增多情况下的编排工作。

6. 模型优缺点

模型优点：

1. 单个航线收益情况、收益分布情况、收益影响因素、亏损航线四个方面的分析，生动具体地刻画了航空公司收益情况。
2. 能够利用航空公司某年某月某日的收入成本明细表挖掘航线分布特点和飞机飞行规律，使得制定的航班计划更贴合实际。
3. 设计的航班计划网络图是个实用工具，既能反映已知航班计划的飞机利用情况，又能根据航线任务和约束条件，通过绘制航班计划网络图来制定航班计划。
4. 以各机场各机型的最大连续飞行时间的下界作为维修的最大周期来实现维修轮换，符合客观实际。

模型缺点：

1. 未考虑机场航道资源、时刻资源的有限性。即空间以及安全限制，一个机场一段时间内只能容纳有限数量的飞机占用航道。因此在同一机场起飞、降落的飞机要错开一定的时间间隔。
2. 鲁棒性考虑较为单一，不能自适应延误概率参数的动态变化。

参考文献

- [1] 翟艳娟. 基于中枢辐射航线网络的航空公司机型分配研究[D]. 天津：中国民航大学，2007.
- [2] 张建中. 对中国大型航企航班安排问题的思考[J]. 国际航空, 2013:20-21.
- [3] 张旭婧, 鱼海洋, 姚津津,等. 完善航班时刻管理防控计划性航班延误[J]. 中国民用航空, 2012:35-36.
- [4] 何敏. 航班计划的鲁棒性设计[D]. 南京航空航天大学, 2012.
- [5] 史彦飞. 基于旅客选择行为的航班计划优化研究[D]. 南京航空航天大学, 2012.
- [6] 赵焕省. 航班机组排班算法及应用技术研究[D]. 南京航空航天大学, 2007.

- [7] 陶冶, 白存儒. 基于遗传算法的航班动态排序模型的研究[J]. 中国民航飞行学院学报, 2005, 16:3-7.
- [8] 赵秀丽, 朱金福, 郭梅. 不正常航班延误调度模型及算法[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28:129-134.
- [9] 王来军, 史忠科. 航班调度系统的遗传算法应用[J]. 计算机工程, 2005, 31:225-227.
- [10] 黄为, 张向晖, 王文俊. 我国航空公司不正常航班调度管理现状及优化策略[J]. 交通企业管理, 2009, 24:65-66.
- [11] 冯兴杰, 陈素敏, 冯小荣. 基于混合粒子群的航班着陆调度优化研究[J]. 计算机仿真, 2013, 30:88-91.
- [12] 胡玉清, 郭小军, 宋正阳. 航班队列调度算法的研究与性能分析[J]. 计算机技术与发展, 2011, 21:230-233.
- [13] 王秀娟. 基于鲁棒控制的航班进港调度研究[D]. 中国民航大学, 2009.
- [14] 张颢, 刘宏志. 一种结合动态调整策略的在线航班调度方法[J]. 控制工程期刊: 中英文版, 2013:138-146.
- [15] 周琨. 航空公司航班运行调度模型与算法研究[D]. 南京航空航天大学, 2012.