



## 2016 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：A

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）：201518001006

所属学校（请填写完整的全名）：国防科技大学

参赛队员（打印并签名）：1. 陈全

2. 祝海

3. 高策

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名)：

日期： 年 月 日

---

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

# 2016 湖南省研究生数学建模竞赛

## 编号专用页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可供评阅时使用）：

评阅人										
评分										
备注										

# 湖南省第二届研究生数学建模竞赛

## 题目 基于灰色预测理论的国家电网投标报价策略研究

---

### 摘 要：

本文对国家电网投标报价策略进行了研究，建立了基于灰色预测理论的投标报价模型，主要取得了以下几方面的成果：

#### 1、对国家电网在评标中采用的区间平均下浮双边曲线算法进行了全面研究。

首先，给出了算法中报价得分函数的基本数学性质并进行了证明；其次，对该算法进行了详细的参数分析，分别研究了减分速率指数和下浮系数对算法的影响；最后，基于上述分析，给出了对投标方有价值的研究结论。

分析研究结果表明，下浮系数对报价得分起主要影响作用。对投标方而言，为使报价的得分最高，制定报价的原则是使报价充分接近评标基准价；下浮系数提高意味着招标方更加鼓励合理低价，因此投标方需要适当降低报价以提高中标率。

#### 2、建立了基于灰色预测理论的投标报价模型，提出了基于历史数据灰色预测修正的报价计算算法。

首先，根据题中要求对所给全部历史数据进行了筛选和预处理；其次，根据提取的有效历史数据，对各公司及总体报价特性进行了分析，并定义了“报限比” $\eta_{ki}$ 这一重要参数，将其定义为公司 $i$ 在第 $k$ 批次货物中的报价与最高限价之比（报限比），用以反映批次 $k$ 中公司 $i$ 的投标报价特征；最后，基于以上分析，建立了基于灰色预测理论的投标报价模型，并引入动态下浮系数修正，提出了相应的报价计算方法。

在所建立的模型和提出的计算方法中，首先基于给定前 $k$ 批次货物发包价格具体得分数据，对参与投标的其余 $N-1$ 家公司，运用最小二乘拟合分别得到各公司在该批次中的报限比 $\eta_{ki}$ ，并求出各批次其余公司的平均报限比 $\eta_k$ ；然后，根据计算得到的历史前 $K$ 批次的平均报限比序列 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_K$ ，采用GM(1,1)模型进行灰色预测得到所求第 $K+1$ 批次其余各公司的平均报限比 $\eta_{K+1}$ ；最后，根据该平均报

限比，并且引入动态下浮系数进行修正，根据所推公式计算公司在第  $K+1$  批次对各包应采用的报价  $P_{K+1,j}$ 。

$$E_{K+1} = (1 - a_{K+1}) \eta_{K+1} x_{K+1}$$
$$P_{K+1,j} = \frac{(1 - a_{K+1})(N - 1)E_{K+1}}{N - (1 - a_{K+1})}, \quad j = 1, 2, \dots, l$$

**3、对所建立的模型和提出的方法进行了全面检验，并应用到新的批次货物报价计算中。**

对提出的基于灰色预测和下浮系数修正的报价计算模型和方法进行了全面检验，以合容公司为例，根据其前 4 批的历史数据来给出第 5 批货物中各包的报价，将模型计算结果与公司实际报价进行比较，检验结果表明，所建立的模型和提出的方法能够有效提高公司的报价投标中标率。

进一步将所给模型应用于 2014 年第 4 批指定包的报价计算中，给出了合容公司对这些包的参考报价。

**4、基于本文的研究分析，对国家电网招投标方法改革提出了建议。**

本文的研究分析表明，为帮助国家电网在招标中选择到最优的投标方，可以采取以下措施：1) 引入复合标底；2) 动态调整评分模型参数；3) 合理设置价格得分比重；4) 保证同种货物报价一致性。

# 基于灰色预测理论的国家电网投标报价策略研究

## 1 问题重述

### 1.1 问题背景

招标投标是由交易活动的发起方在一定范围内公布标的特征和部分交易条件,按照依法确定的规则和程序,对多个响应方提交的报价及方案进行评审,择优选择交易主体并确定全部交易条件的一种交易方式<sup>[1]</sup>。随着社会的发展,招投标所面对的经济对象不断地大型化、复杂化,招投标行为多批次化,从而给投标决策提出了新的问题。如何构建并实施有效的投标报价策略、以此为依据制定出既有合理利润又有竞争优势的报价,关系着投标企业的经济效益乃至企业的生死存亡<sup>[2]</sup>。

国家电网 2013 年至 2015 年每年举行 6 批电容器类货物的招标,每批又分若干包,不同包包含的电容器规格、数量不同。参加投标公司每年基本固定,主要公司有 17 家左右。国家电网在 2013 年-2014 年采用的是综合评标法进行招标。该评标办法中,技术、价格、商务占的比例分别为 30%、60%、10%,以总分 100 分计。假定各公司在技术、商务方面实力基本相当,因此本问题中各公司只需考虑通过合理的报价提高价格得分,只要价格得分第一就认为中标。各投标公司具体得分大小采用区间平均下浮双边曲线算法。

### 1.2 问题要求

本题中给出了 2013 年至 2014 年共 6 批货物发包清单,还给出了各批部分包的价格得分情况以及各种型号电容器最高限价。需要解决的问题有:

- 对国家电网采用的区间平均下浮双边曲线算法作全面研究分析,并给出对投标方有价值的研究结论。
- 在对 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据进行分析的基础上,建立合容公司的报价模型以提高中标率。
- 根据所建立的模型,给出合容电气对 2014 年第 4 批指定各包的具体报价。
- 在分析研究的基础上给出关于国家电网招投标方法改革的合理化建议。

## 2 基本假设

下面给出本文分析中所用到的一些基本假设:

(1) 各投标单位在投标报价过程中信息对称, 每个公司均可获得其他公司的历史报价及得分数据。

(2) 各投标单位在报价前的招标公告中已得知该批次的下浮系数和减分速率指数。

(3) 各投标单位之间独立报价, 无合作行为, 且在投标过程中是公平、公正的, 不存在串标、围标等现象。

(4) 各公司成本水平基本一致, 假设条件忽略自身的一些条件, 诸如企业的销售目标、企业的实力、发展规划、企业体制等方面的因素。且在模型研究的时段内没有受到市场冲击、政策变化等, 外部条件保持稳定。

(5) 投标单位具有一定的分析水平, 能够对该行业的市场有了解; 各公司均给出理性报价, 不会恶意报价, 仅以提高中标率为目标提出报价。

(6) 投标单位对同一批次中各包独立报价, 各包之间对报价无约束。

(7) 各规格产品的最高限价由国家电网根据市场调查产品成本得出, 可以衡量产品的成本水平。

### 3 符号说明

表 1 中给出了本文中用到的基本符号及其说明。

表 1 基本符号说明

符号	符号说明
$a$	下浮系数
$m$	减分速率指数
$n$	减分速率指数
$i$	公司编号, 公司 $i$
$j$	某批次货物中包的编号, 第 $j$ 包
$k$	货物批次编号, 第 $k$ 批次
$P_i$	公司 $i$ 对给定包的报价
$A$	给定包全部公司报价的算术平均值
$A_i$	给定包各公司有效范围内报价的平均值
$B$	给定包的基准价
$N$	给定包参与投标的公司总数
$E$	除我方报价外其它公司有效报价的均值
$\lambda_i$	公司 $i$ 的报价 $P_i$ 与基准价 $B$ 的比值
$S_i$	报价 $P_i$ 对应的评标归一化得分
$\varepsilon_i$	报价与基准价偏离比例
$h_i$	低价优势水平因子
$L_{kj}$	第 $k$ 批第 $j$ 包货物的最高限价
$\eta$	报价与最高限价之比 (报限比)
$x_{kj}$	单包最高限价
$x_k$	批次总最高限价
$y_{kj}$	单包报价

## 4 区间平均下浮双边曲线算法研究

评标是招标投标活动中十分重要的阶段，所谓评标，是指按照规定的评标标准和方法，对各投标人的投标文件进行评价比较和分析，从中选出最佳投标人的过程。

按照定标所采用的排序依据，常用的评标办法可以分为四类<sup>[3]</sup>，分别为：

- 分值评审法：以分值排序，包括综合评分法、性价比法；
- 价格评审法：以价格排序，包括最低评标价法、最低投标价法、价分比法等；
- 综合评议法：以总体优劣排序；
- 分步评审法：先以技术分、商务分等为衡量标准确定入围的投标人，再以他们的报价排序。

在综合评议法中，当各公司在技术、商务方面实力基本相当时，则招标方只需考虑根据各公司所提供的报价进行打分，只要价格得分第一就认为中标。因此，如何根据投标方所提供的报价进行合理打分，在评标中显得尤为重要。常用的基于报价的评标办法主要包括合理低价法、综合评估法以及经评审的最低投标价法。

下面对题中所给的国家电网评标办法中采用的区间平均下浮双边曲线算法进行研究，通过分析报价得分函数的特性及不同算法参数的影响，尝试给出对投标方有价值的研究结论。

### 4.1 算法流程

题中所给的区间平均下浮双边曲线算法评标办法实质上是一种合理低价评标办法，在研究合理低价评标办法时，常采用“评标基准价”来对投标方的报价进行综合分析，“评标基准价”主要分为以下三种形式<sup>[4]</sup>：

1) 业主在招标时不预先设置标底，而是综合计算各个投标人的有效报价值的平均，以此来定为该项目的最终标底；

2) 分为两部分，一部分是业主将自己制定的标底乘上一定权数，另一部分为各投标单位的有效报价再加权平均值，此时的评标基准价为这两部分的和；

3) 在1)、2)基础上根据一定的规则，采用约定或随机的方法下浮一定的百分比。

有时还会在上述的几种方法基础上进行一定的浮动来确定最终的报价，采用以上方法的制定标底的都是评标基准价。并规定了相应的评分办法，即采用投标报价高于基准价(或最优报价)时的扣分情况比投标报价低于基准价(或最优报价)高，所以

哪个投标人在低于业主制定的标底(或最优报价)的情况下离编制的标底越接近,其报价综合得分会越高,因此就越容易中标。

题中所给的报价评标办法属于最后一种情况,通过两个函数计算来达到减分目的,且一开始设置有效区间,排除了明显太高和明显太低的报价,而这些报价可能是恶意报价。表 2 中给出了该区间平均下浮双边曲线算法的基本计算流程。

表 2 区间平均下浮双边曲线算法基本流程

**Algorithm 1 区间平均下浮双边曲线算法**

**Step 1:** 对给定包,根据参与投标各公司的报价  $P_i$  计算全部报价的算术平均值:

$$A = \sum_{i=1}^N P_i / N \quad (1)$$

**Step 2:** 定义有效投标价区间为  $\mathbf{P}=[0.8A, 1.15A]$ ,将不在该区间的公司报价剔除,并计算处于该有效区间内的各公司报价的算术平均值  $A_1$ ;

**Step 3:** 计算基准价  $B$  :

$$B = (1-a)A_1 \quad (2)$$

**Step 4:** 对各公司报价  $P_i$  计算对应的评标归一化得分  $S_i$  :

$$S_i(P_i) = \begin{cases} \left(\frac{P_i}{B}\right)^m, & P_i < B \\ \left(\frac{B}{P_i}\right)^n, & P_i \geq B \end{cases} \quad (3)$$

其中  $a$  为下浮系数,  $m$ 、 $n$  均为减分速率指数。

## 4.2 参数分析

### 4.2.1 报价得分函数基本特性分析

由(3)式可以看出,当给定下浮系数、减分速率指数时,公司  $i$  的报价  $P_i$  由其与基准价的比值  $\lambda_i = \frac{P_i}{B}$  决定,即

$$S_i(\lambda_i) = \begin{cases} \lambda_i^m, & 0 < \lambda_i < 1 \\ \lambda_i^{-n}, & \lambda_i \geq 1 \end{cases} \quad (4)$$

将  $S_i(\lambda_i)$  对  $\lambda_i$  分别求导得一阶导数:

$$\frac{dS_i}{d\lambda_i} = \begin{cases} m\lambda_i^{m-1}, & 0 < \lambda_i < 1 \\ -n\lambda_i^{-n-1}, & \lambda_i \geq 1 \end{cases} \quad (5)$$

及二阶导数:

$$\frac{d^2 S_i}{d\lambda_i^2} = \begin{cases} m(m-1)\lambda_i^{m-1}, & 0 < \lambda_i < 1 \\ n(n+1)\lambda_i^{-n-2}, & \lambda_i \geq 1 \end{cases} \quad (6)$$

根据题中所给参数, 减分速率指数常采用  $0 < m < 1$ 、 $n > 1$ , 来分别对报价低于基准价、报价高于基准价时进行减分处理, 因此由(5)(6)两式可得

$$\begin{cases} 0 < \lambda_i < 1 \text{ 时, } \frac{dS_i}{d\lambda_i} > 0, \frac{d^2 S_i}{d\lambda_i^2} < 0 \\ \lambda_i \geq 1 \text{ 时, } \frac{dS_i}{d\lambda_i} < 0, \frac{d^2 S_i}{d\lambda_i^2} > 0 \end{cases} \quad (7)$$

上式表明, 对减分速率指数  $0 < m < 1$ 、 $n > 1$ , 有

- 当  $0 < \lambda_i < 1$  时, 报价得分函数为单调递增凸函数;
- 当  $\lambda_i \geq 1$  时, 报价得分函数为单调递减凹函数;
- 当且仅当  $\lambda_i^* = 1$  时, 即投标公司报价等于基准价时, 其报价归一化得分取得最大值 (满分)  $S_i^* = 1$ 。

以  $m=0.6$ 、 $n=1.5$  为例, 图 1 中给出了报价得分与报价基准价比的关系图。

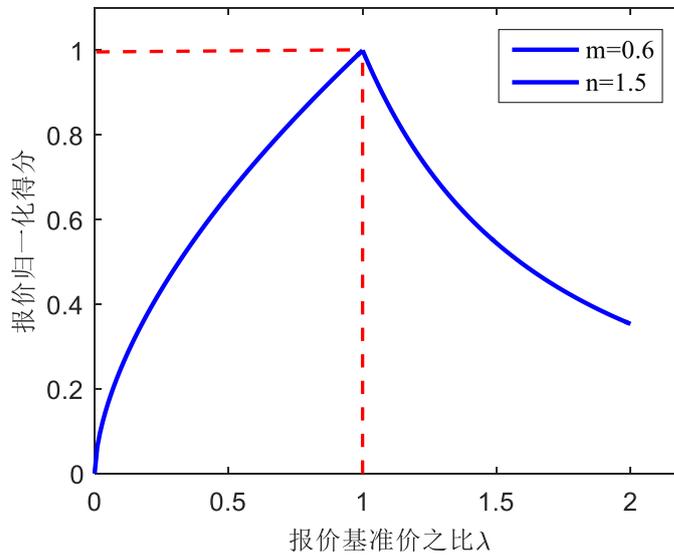


图 1 报价归一化得分与报价基准价比的关系图

从图中可以看出, 当  $0 < \lambda_i < 1$  时, 报价得分函数为单调递增凸函数, 当  $\lambda_i \geq 1$  时, 报价得分函数为单调递减凹函数, 且当  $\lambda_i = 1$  时, 报价归一化得分函数取得最大值 1, 验证了(7)式中给出的证明结论。

从图 1 中还注意到, 对所给的减分速率指数  $m=0.6$ 、 $n=1.5$ , 在  $\lambda_i^* = 1$  附近, 当  $0 < \lambda_i < 1$  时, 减分速率较慢, 而当  $\lambda_i \geq 1$  时, 减分速率较快, 这就保证了合理的低

价比相对的高价更容易获得更高的得分，因而也更容易中标。

事实上，若投标报价在基准价的基础上向下和向上偏离相同的比例  $\varepsilon_i$ ，( $0 < \varepsilon_i < 1$ )，所得的报价与基准价之比分别为  $\lambda_{i1}$ 、 $\lambda_{i2}$ ，即

$$\lambda_{i1} = 1 - \varepsilon_i \quad (8)$$

$$\lambda_{i2} = 1 + \varepsilon_i \quad (9)$$

则所得的归一化得分分别为

$$S_{i1} = (1 - \varepsilon_i)^m \quad (10)$$

$$S_{i2} = (1 + \varepsilon_i)^{-n} \quad (11)$$

其比值

$$h_i = \frac{S_{i1}}{S_{i2}} = \frac{(1 - \varepsilon_i)^m}{(1 + \varepsilon_i)^{-n}} = (1 - \varepsilon_i)^m (1 + \varepsilon_i)^n \quad (12)$$

定义为低价优势因子，反映了报价在相同高、低偏离比例时的低价优势水平，即当  $h_i > 1$  时，相同偏离比例下低价具有更高的得分；当  $h_i < 1$  时，低价并不具有优势，其得分比偏离相同比例的高价要低。

显然，低价优势因子  $h_i$  与减分速率指数  $m$ 、 $n$  及偏离比例  $\varepsilon_i$  均有关，在(12)式中，令  $h_i = 1$ ，即

$$(1 - \varepsilon_i)^m (1 + \varepsilon_i)^n = 1 \quad (13)$$

记满足该方程的解为  $\varepsilon_i = \varepsilon_i^*$ ，可以通过数值方法求出。则根据前述分析得到的报价得分函数的单调性及凹凸性，不难证明当减分速率指数满足  $0 < m < 1$ 、 $n > 1$  时，有

- 当  $0 < \varepsilon_i < \varepsilon_i^*$  时， $h_i > 1$ ，相同偏离比例下低报价得分更高；
- 当  $\varepsilon_i^* < \varepsilon_i < 1$  时， $h_i < 1$ ，相同偏离比例下高报价得分更高。

注意到题中所给的双边曲线算法中，在计算基准价之前，首先根据所有公司报价的平均值设置了有效报价区间  $\mathbf{P} = [0.8A, 1.15A]$ ，这保证了具有有效报价公司的报价在基准价附近并不会偏离较大比例，即  $\varepsilon_i$  通常较小，因此对应的低价优势水平因子一般为  $h_i > 1$ ，即相同偏离比例下低报价得分更高，这实际上反映了评标方更倾向于给出较低报价的投标公司。

以  $m = 0.6$ 、 $n = 1.5$ ， $\varepsilon_i = 0.1$  为例，图 2 中给出了相同偏离比例下低价优势水平因子示意图。

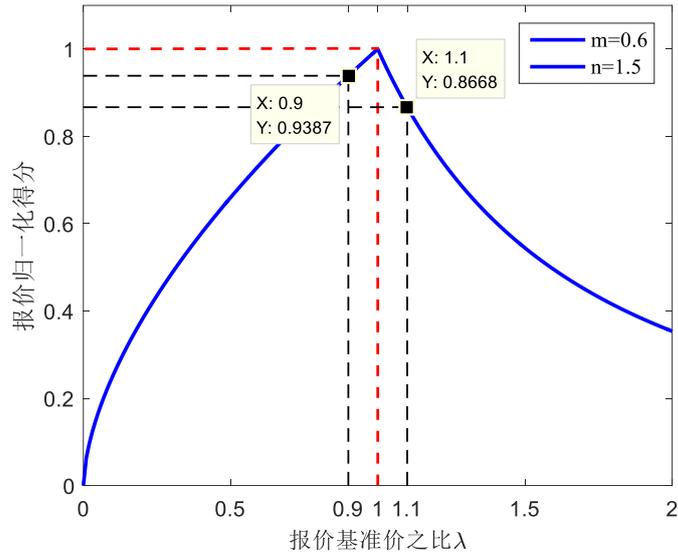


图 2 相同偏离比例下低价优势水平因子示意图

从图中可以看出, 对所给的参数设置, 相同偏离比例下时低报价具有明显优势。

#### 4.2.2 减分速率指数影响分析

由(4)式所给的报价归一化得分函数

$$S_i(\lambda_i) = \begin{cases} \lambda_i^m, & 0 < \lambda_i < 1 \\ \lambda_i^{-n}, & \lambda_i \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

容易得到, 减分速率指数  $m$ 、 $n$  分别控制  $\lambda_i$  小于 1 和大于 1 时的报价得分, 即图 1 中双曲线的左右两支。根据(14)式, 将其分别对  $m$ 、 $n$  求导可得

$$\frac{\partial S_i}{\partial m} = \lambda_i^m \ln \lambda_i, \quad 0 < \lambda_i < 1 \quad (15)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial n} = -\lambda_i^{-n} \ln \lambda_i, \quad \lambda_i > 1 \quad (16)$$

不难看到, 对所有的  $\lambda_i$  均有

$$\frac{\partial S_i}{\partial m} < 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial n} < 0 \quad (18)$$

这表明, 当报价基准价之比给定时, 增大减分速率指数  $m$  或  $n$ , 将会使报价得分减小。图 3 中给出了当  $0 < m < 1$ ,  $n > 1$  时不同减分速率指数对应的报价得分函数图, 图 4 中给出了当  $m > 1$ ,  $0 < n < 1$  时不同减分速率指数对应的报价得分函数图, 两图

中红色虚线均表示  $m = n = 1$  时的曲线形状。

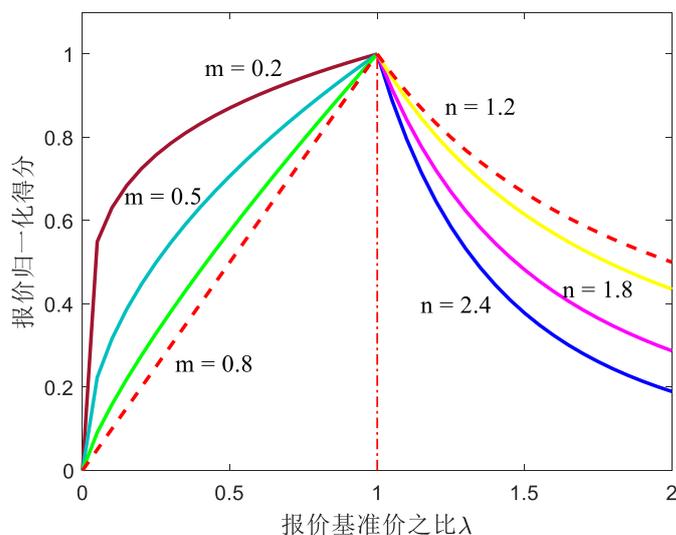


图 3 不同减分速率指数下的报价得分函数图 ( $0 < m < 1, n > 1$ )

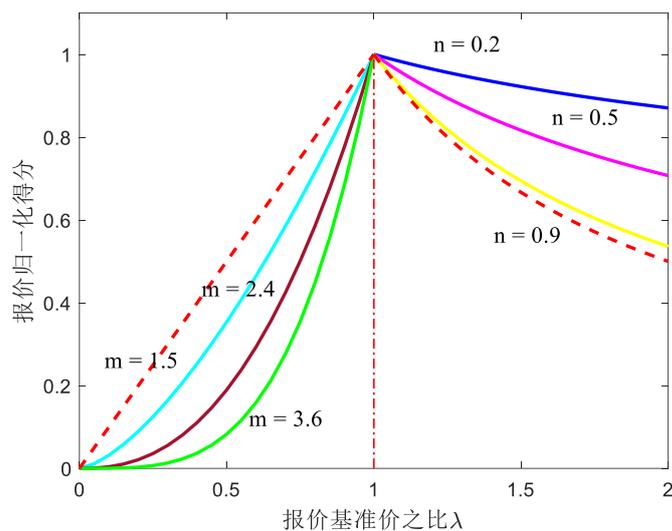


图 4 不同减分速率指数下的报价得分函数图 ( $m > 1, 0 < n < 1$ )

从图中可以看出：

- 当  $0 < \lambda_i < 1$  时，随着  $m$  的增大，报价得分越来越低；
- 当  $\lambda_i > 1$  时，随着  $n$  的增大，报价得分越来越低；
- $m$  较大时，若报价低于基准价，随着报价降低，其得分减小很快，相反地， $m$  较小时，随报价降低其得分减小缓慢；
- $n$  较大时，若报价高于基准价，随着报价增高，其得分减小很快，相反地， $n$  较小时，随报价增高其得分减小缓慢。

### 4.2.3 下浮系数影响分析

根据题中所给数据，下浮系数主要与产品各包所在批次有关。图 5 中给出了根据 2013 年第 6 批的 37 包报价及得分情况数据拟合得到的报价得分与各公司报价关系的曲线图，图 6 中拟合的数据为 2014 年第 2 批 47 包的报价及得分情况，两图中虚线点画线表示不同下浮系数对应的该包评标基准价。

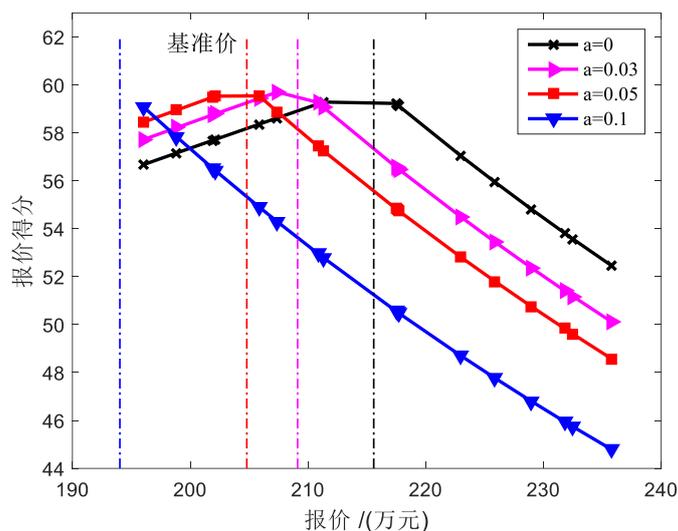


图 5 不同下浮系数下的报价得分与报价关系图（2013 年第 6 批 37 包）

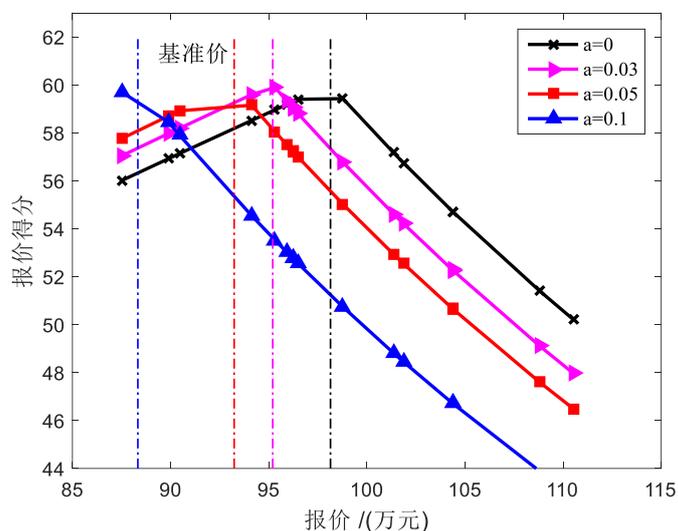


图 6 不同下浮系数下的报价得分与报价关系图（2014 年第 2 批 47 包）

从两图中可以看出，当下浮系数变化时，会显著影响各公司报价得分及排名。对于同批次某包各公司报价，当下浮系数下降时，基准价随之下降，报价越低，则越有优势；而当下浮系数增加时，基准价上升，报价稍高的得分高。

注意到，若下浮系数为零，则最接近所有有效报价平均值的报价得分最高。而

若下浮系数过低，则可能所有有效报价都高于基准价，此时最低报价得分最高，评标结果与最低价中标法一致。

因此，招标方为鼓励低价，应设置一定的下浮系数，但下浮系数应在合理范围内，避免下浮过多，成为低价中标法。

### 4.3 研究结论

根据上一节中对国家电网所采用的区间平均下浮双边曲线算法的研究，可以得到下列对投标方较有价值的几点研究结论：

1. 下浮系数对报价得分起主要影响作用。
2. 为使报价的得分最高，制定报价的原则是使报价充分接近评标基准价。
3. 在基准价附近的区域，报价低于基准价比报价高于基准价扣分要少，报价低于基准价中标率相对更高但利润相对更低。需要在中标率和利润中间加以权衡。
4. 下浮系数提高意味着招标方更加鼓励合理低价，因此投标方需要适当降低报价以提高中标率。

### 4.4 小节

本章对国家电网评标办法中采用的区间平均下浮双边曲线算法进行了全面研究，分析了不同算法参数对报价得分的影响，并通过分析给出了对投标方有价值的研究结论。

## 5 历史数据信息筛选与报价得分特性分析

题中共给出了 2013 年至 2014 年共 6 批货物发包清单、各批部分包的价格得分情况以及各种型号电容器最高限价。所给数据量较大且信息种类多, 为了建立合理简洁的报价模型, 首先对题中所给信息进行合理筛选和预处理, 并对得到的有效信息进行特性分析, 以加深对报价得分问题的认识, 为建立高效的报价模型提供指导。

### 5.1 历史数据预处理

#### 5.1.1 无关信息剔除

题中所给各批次各包发货清单中, 货物种类较多, 根据题目要求, 各批次各包只需考虑框架式、10kV 的货物, 因此首先需要对所给大量数据中不符合该要求的货物信息剔除, 所留下的待研究的货物批次为: 2013 年第五批、2013 年第六批、2014 年第一批、2014 年第二批、2014 年第三批。

#### 5.1.2 公司名称信息整理与编号

经初步分析, 部分公司仅有一到两次参与到国网的招标中, 因此这些公司的历史数据不具有有效的指导意义, 各批次基本均参与投标的公司共有 16 家。根据题中所给数据信息, 各公司均采用简称, 但同一公司名称简称存在不一致现象, 故经过核查, 将不同简称的同一公司信息汇总。这里对各公司名称信息进行整理与编号, 避免造成误导。表 3 中给出了该 16 家公司的名称信息与编号。

表 3 16 家公司的名称信息与编号

公司编号	公司全称	公司简称
1	广东顺德电气有限公司	顺德、广东顺德
2	合容电气股份有限公司	合容
3	青岛市恒顺电气股份有限公司	恒顺
4	日新电机(无锡)有限公司	日新
5	山东迪生电气股份有限公司	迪生
6	山东泰开电力电子有限公司	泰开
7	上海思源电力电容器有限公司	思源
8	上海永锦电气集团有限公司	永锦
9	上虞电力电容器有限公司	上虞
10	无锡赛晶电力电容器有限公司	赛晶

11	西安西电电力电容器有限责任公司	西电、西容
12	新东北电气集团电力电容器有限公司	新东北
13	桂林电力电容器有限责任公司	桂林、桂容
14	河南省豫电中原电力电容器有限公司	中原、豫电、豫电中原
15	上海库柏电力电容器有限公司	库伯、库柏
16	西安 ABB 电力电容器有限公司	ABB、西安 ABB

### 5.1.3 查找相同规格的包

每包中含有不同规格不同数量的货物组合，经查找，发现不存在配置完全相同的包，也即无法参考上一批次中相同货物给出当前批次的报价，故考虑以每包的最高限价来区分不同包。

### 5.1.4 计算各包最高限价

查找附件三得到各电容器规格对应最高限价，根据每批货物发包清单得到各包货物包含的电容器规格和对应数量，以此求得各包的最高限价。记第  $k$  批第  $j$  包  $m$  种不同规格货物，每种货物单价为  $c_m$ ，数量为  $n_m$ ，则可求该包的最高限价  $L$  为

$$L_{kj} = \sum_m c_m n_m \quad (19)$$

## 5.2 报价得分特性初步分析

### 5.2.1 报限比定义

对预处理筛选得到的有效信息进行初步分析可知，由于不存在配置完全相同的包，因此需要考虑以每包的最高限价来区分不同的包。对国家电网而言，最高限价通常是考虑到了货物的生产成本等因素，一定程度上反映了国家电网即招标方对价格的承受能力，因此各公司在进行报价投标时也会将其作为一个重要的参考指标。设国家电网给出的第  $k$  批次货物中的第  $j$  包的最高限价为  $x_{kj}$ ，公司  $i$  对该包给出的报价为  $P_{kij}$ ，针对该公司，对每一批次各包的的最高限价、公司报价数据对  $(x_{kj}, P_{kij})$  进行最小二乘拟合，得到下面的线性回归公式

$$y_{kij} = \eta_{ki} x_{kj} \quad (20)$$

其中斜率  $\eta_{ki}$  定义为公司  $i$  在第  $k$  批次货物中的报价与最高限价之比（报限比），反映了批次  $k$  中公司  $i$  的投标报价特征。

## 5.2.2 各公司在历史批次中的报限比计算分析

根据上一小节定义的报限比及其计算方法，基于历史数据，可以拟合得到其余各公司在过去 5 个批次中的报限比。附录 A 中给出了各公司的历史批次报限比拟合结果，这里仅摘取部分结果进行展示，如图 7 所示。

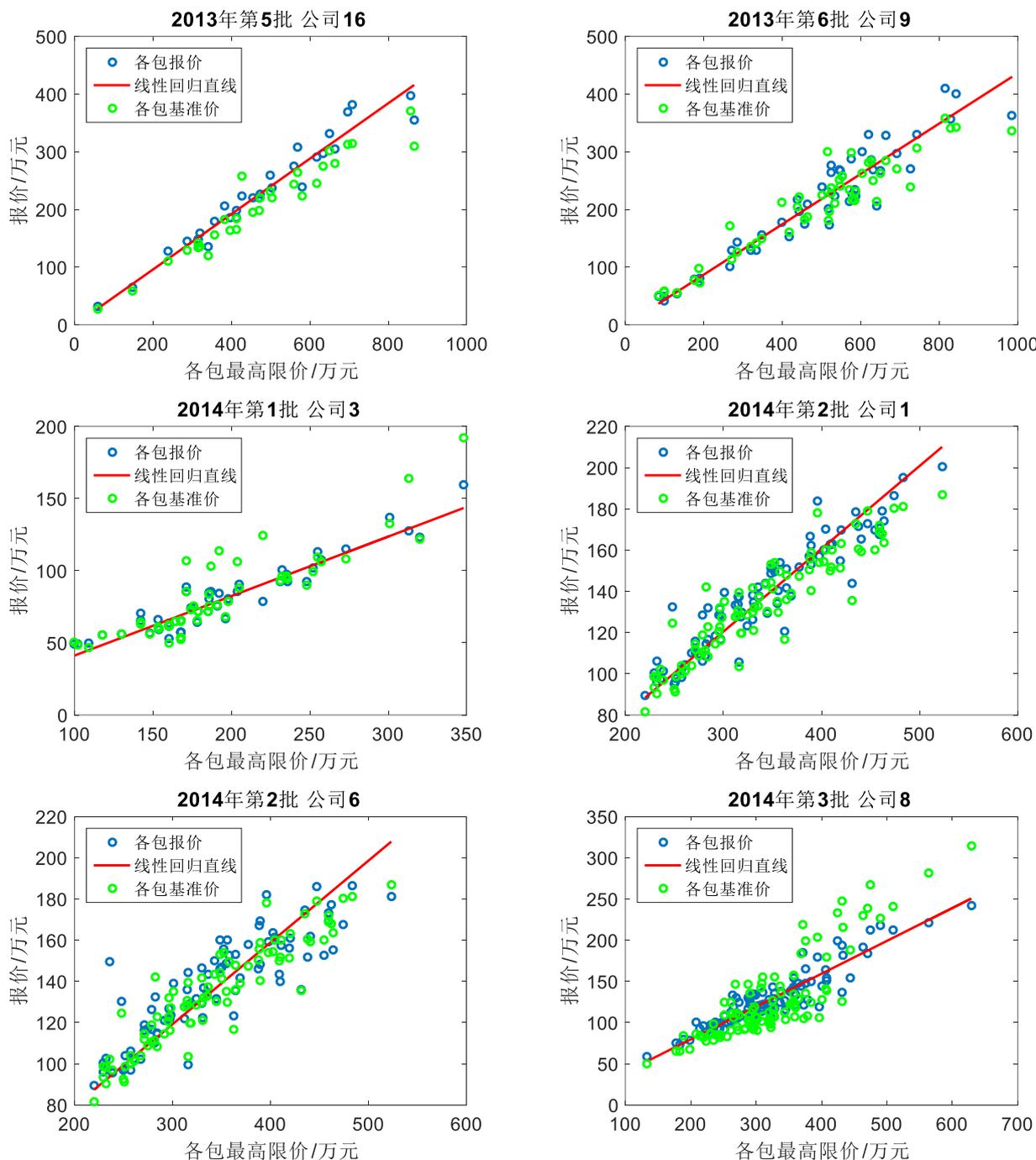


图 7 各公司在历史批次中的报限比拟合结果

从图中可以看出，各公司在各批次中对各包的报价基本上与该包的最高限价成正比，数据的拟合效果较好，验证了前述说明，同时也说明报限比确实能够较好反

映各公司在某一批次中的报价特征。

### 5.3 合容公司历史报价数据分析

题中要求基于历史数据，为合容公司（编号 2）建立有效的报价模型，来提高其中标率，现首先对合容公司的历史投标数据进行分析。

图 8 中给出了合容公司在各批次中的投标报价得分排名情况。

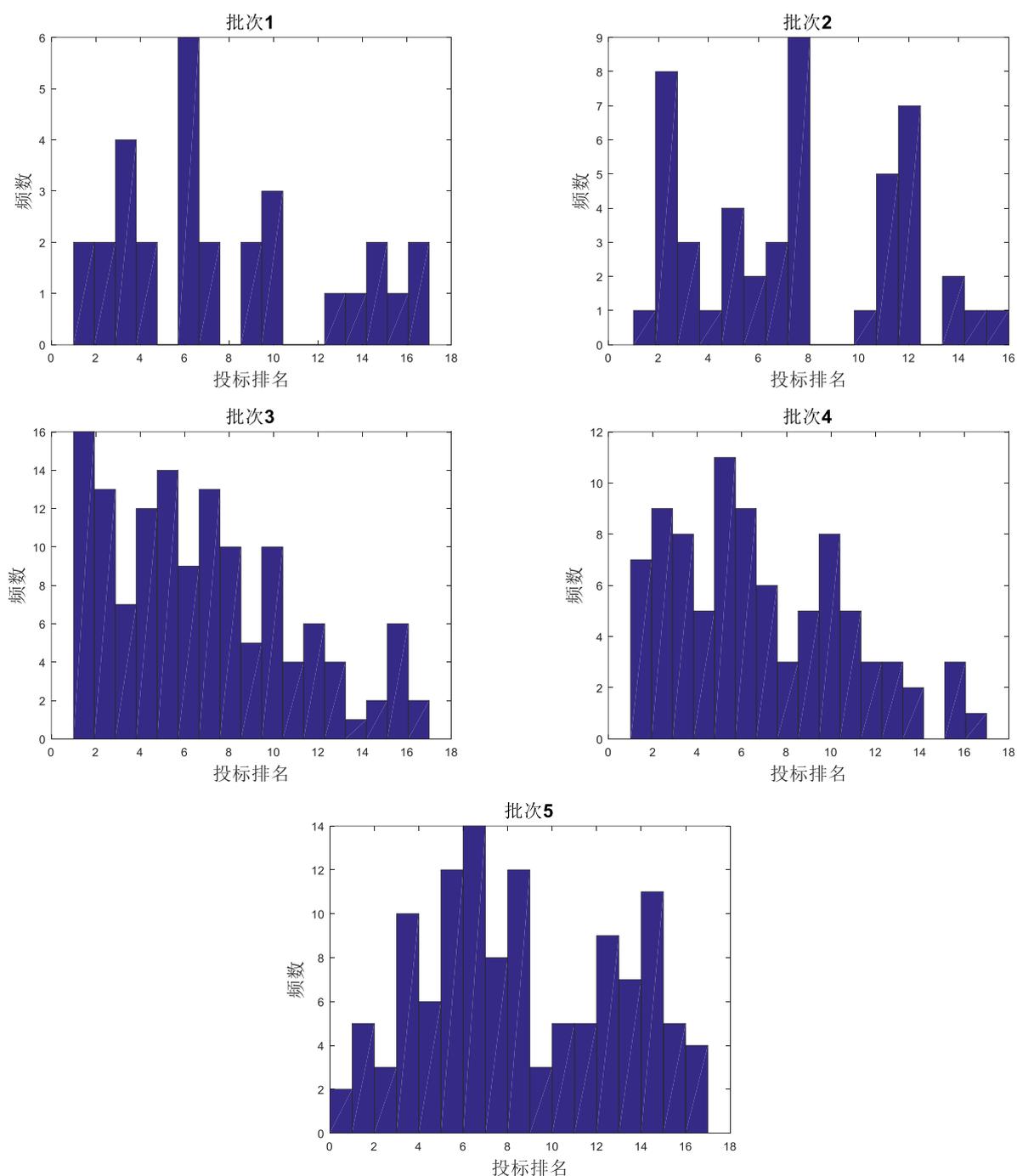


图 8 合容公司各批次报价得分排名情况统计

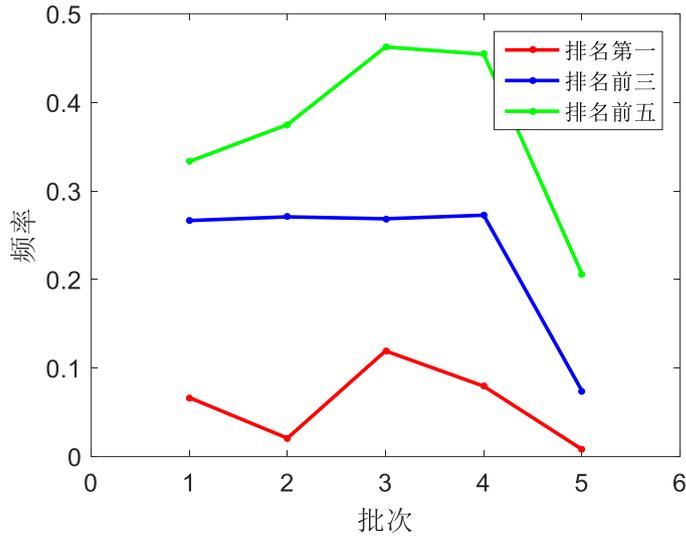


图 9 合容公司近 5 批货物投标中标率统计

## 5.4 小节

本章通过对题中所给数据信息进行筛选和预处理，首先得到了用于后续建立报价模型的有效信息；然后进一步对这些信息进行初步的特性分析，定义了报限比来反映各公司在某一批次货物中的投标报价特征；最后对合容公司的历史数据进行了统计分析，得到了有价值的研究结论。

## 6 基于灰色预测的投标报价模型

### 6.1 问题分析

由第4章中的区间平均下浮双边曲线算法分析研究结论可知,我方报价 $P$ 越接近基准价 $B$ ,得分越高。为使我方报价 $P$ 的得分 $S(P)$ 最高,我方采用的报价应选择为使其报价充分接近评标基准价,因此报价策略为 $P = B$ 。

设有 $N$ 个投标人参与本次投标,所有报价均为有效报价,则基准价可以表示为

$$B = (1-a) \frac{P + (N-1)E}{N} \quad (21)$$

其中 $E$ 为除我方报价外其它公司有效报价的均值。令 $P = B$ ,可以反解出该策略下我方报价 $P$ 为

$$P = \frac{(1-a)(N-1)E}{N-(1-a)} \quad (22)$$

因此对于投标人来说,其投标报价的值与三个参数有关系:下浮系数 $a$ 、有效投标公司数目 $N$ 、除了我方外的其它公司有效报价的均值 $E$ 。

我们假设招标方已经在投标文件中明确给出本批次下浮系数,同时假设我方对于该领域投标市场具有一定的了解和分析水平,能够准确确定有效投标人数。因此,只要预测出 $E$ 值即可求得最终的投标报价。通常对于竞争对手本次报价的情况是不了解的,因此只能对 $E$ 值进行估计或预测其范围,投标人可以根据对竞争对手的历史数据及项目特点进行估计和预测。

通过第5章的报价得分特性初步分析可知,在投标报价相关因素中,最高限价是每一位投标人唯一可确定的因素,其他因素需要投标人通过不同的途径获取或猜测;同时最高限价本质上反映了造价成本,对实际最终报价有重要参考价值。因此,通过最高限价估计其余投标人报价均值 $E$ 是合理的。

通过第5章中的分析可知,均值 $E$ 与货物批次有较大关系,需要根据前面批次的历史数据对后续批次其它公司报价的均值进行预测,本文采用灰色系统预测方法。下面首先对灰色预测理论进行简单介绍,再建立基于灰色预测理论的投标报价模型以提高投标公司的中标率。

### 6.2 灰色预测模型的基本原理

#### 6.2.1 灰色预测基本概念

灰色预测法是一种对含有不确定因素的系统进行预测的方法<sup>[5]</sup>。灰色系统是介

于白色系统和黑色系统之间的一种系统。白色系统是指一个系统的内部特征是完全已知的，即系统的信息是完全充分的。而黑色系统是指一个系统的内部信息对外界来说是一无所知的，只能通过它与外界的联系来加以观测研究。灰色系统内的一部分信息是已知的，另一部分信息是未知的，系统内各因素间具有不确定的关系。

灰色预测通过鉴别系统因素之间发展趋势的相异程度，即进行关联分析，并对原始数据进行生成处理来寻找系统变动的规律，生成有较强规律性的数据序列，然后建立相应的微分方程模型，从而预测事物未来发展趋势的状况。其用等时距观测到的反应预测对象特征的一系列数量值构造灰色预测模型，预测未来某一时刻的特征量，或达到某一特征量的时间。

为了弱化原始时间序列的随机性，在建立灰色预测模型之前，需先对原始时间序列进行数据处理，经过数据处理后的时间序列即称为生成列。灰色系统常用的数据处理方式有累加和累减两种<sup>[5]</sup>。

## 6.2.2 GM(1, 1)模型

### 6.2.2.1 GM(1, 1)定义型的形式

GM(1,1)是最常用、最简单的一种灰色模型，它是由一个只包含单变量的微分方程构成的模型，是 GM(1,N)的一个特例<sup>[6]</sup>。

设已知历史的原始数据序列为 GM(1,1)建模序列  $x^{(0)}$ ，

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (23)$$

利用一次累加生成 1-AGO，设  $x^{(1)}$  为  $x^{(0)}$  的 AGO 序列，

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (24)$$

$$x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) \quad (25)$$

$$x^{(1)}(k) = \sum_{m=1}^k x^{(0)}(m) \quad (26)$$

令  $z^{(1)}$  为  $x^{(1)}$  的均值 (MEAN) 序列

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1) \quad (27)$$

$$z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (28)$$

则 GM(1,1)的定义型，即 GM(1,1)的灰微分方程模型为

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad (29)$$

其中  $x^{(0)}(k)$  为灰导数、 $a$  为发展系数、 $z^{(1)}(k)$  为白化背景值、 $b$  为灰作用量。

### 6.2.2.2 GM(1,1)模型参数辨识

根据 GM(1,1)的定义型

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad (30)$$

以  $k = 2, 3, \dots, n$  代入上式, 有

$$\begin{aligned} x^{(0)}(2) + az^{(1)}(2) &= b \\ x^{(0)}(3) + az^{(1)}(2) &= b \\ \dots & \\ x^{(0)}(4) + az^{(1)}(2) &= b \end{aligned} \quad (31)$$

将上述方程转化为下面的矩阵方程

$$y_N = BP \quad (32)$$

$$y_N = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T \quad (33)$$

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$P = [a, b] \quad (35)$$

其中  $B$  为数据矩阵,  $y_N$  为数据向量,  $P$  为参数向量。利用最小二乘法求解, 得到

$$P = (a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T y_N \quad (36)$$

### 6.2.2.3 GM(1,1)预测模型

把所求得的系数  $P = [a, b]$  代入到式(30)中, 然后求解微分方程, 可得灰色 GM(1,1)内涵型的表达式为

$$\hat{x}^{(0)}(k) = u^{k-2} \cdot v \quad (37)$$

其中

$$u = \frac{1-0.5a}{1+0.5a} \quad (38)$$

$$v = \frac{b-a \cdot x^{(0)}(1)}{1+0.5a} \quad (39)$$

接下来对预测进行检验, 令  $\varepsilon(k)$  为残差

$$\begin{aligned}\varepsilon(k) &= \frac{\text{实际值}-\text{模型值}}{\text{实际值}} \times 100\% \\ &= \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100\%\end{aligned}\quad (40)$$

一般要求  $\varepsilon(k) \leq 20\%$ ，最好是  $\varepsilon(k) \leq 10\%$ 。令  $p^o$  为精度，则有

$$p^o = (1 - \varepsilon(\text{avg})) \times 100\% \quad (41)$$

$$\varepsilon(\text{avg}) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n |\varepsilon(k)| \quad (42)$$

一般要求  $p^o \geq 80\%$ ，最好是  $p^o \geq 90\%$ 。

### 6.3 基于历史数据灰色预测的投标报价模型

#### 6.3.1 批次报限比灰色预测

5.2 节中通过对 2013 年第 5 批到 2014 年第 3 批共 5 批 327 包报价数据进行统计分析，得到公司各包投标报价与各包最高限价满足一定的规律。通过散点图可以看出各公司每包投标报价与每包最高限价大体上呈正比例关系。因此我们通过对其他单位的前五批报价数据进行线性回归分析，得到公司  $i$  在批次  $k$  中单包投标报价  $y_{kij}$  与单包最高限价  $x_{kj}$  的线性回归公式为

$$y_{kij} = \eta_{ki} x_{kj} \quad (43)$$

其中  $\eta_{ki}$  为报限比。

通过拟合，最终可以得到其余 15 个公司在 5 个批次中的报限比。对每一批次中所有公司的报限比进行算术平均，求得的平均值定义为该批次的平均报限比，记为  $\eta_k$ 。依据前  $K$  个批次的平均报限比数据，基于上一节中介绍的灰色预测理论，进行灰色预测分析，可以预测接下来的第  $K+1$  批的平均报限比  $\eta_{K+1}$ 。

#### 6.3.2 引入下浮系数修正

通过第 4 章中的分析可知，下浮系数增大，各公司将追求报价最高分，必然会下调其报限比，因此需要对灰色预测得到的  $\eta_{K+1}$  进行修正。引入修正因子  $1 - a_{K+1}$ ，则最终得到预测得到的第  $K+1$  批次其余投标人报价均值为

$$E_{K+1} = (1 - a_{K+1}) \eta_{K+1} x_{K+1} \quad (44)$$

#### 6.3.3 基于历史数据灰色预测修正的报价计算算法

根据上述小节的分析，可将得到的基于历史数据灰色预测修正的报价计算算法

总结如下：

表 4 基于历史数据灰色预测修正的报价计算算法流程

---

**Algorithm 2 基于历史数据灰色预测修正的报价计算算法**

**Step 1:** 基于给定第  $k$  批次货物发包价格具体得分数据，对参与投标的其余  $N-1$  家公司，运用最小二乘拟合分别得到各公司  $i$  在该批次中的报限比  $\eta_{ki}$ ；

**Step 2:** 求出该批次  $k$  其余公司的平均报限比  $\eta_k$ ：

$$\eta_k = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \eta_{ki}}{N-1} \quad (45)$$

**Step 3:** 重复前两步，计算得到历史前  $K$  批次的平均报限比序列  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_K$ ；

**Step 4:** 根据历史前  $K$  批次的平均报限比序列，采用 GM(1,1) 模型进行灰色预测，得到所求第  $K+1$  批次其余各公司的平均报限比  $\eta_{K+1}$ ；

**Step 5:** 计算所求第  $K+1$  批次各包的最高限价之和  $x_{K+1}$ ：

$$x_{K+1} = \sum_{j=1}^l x_{K+1,j} \quad (46)$$

其中  $l$  为该批次总包数；

**Step 6:** 引入下浮系数修正，计算其余各公司投标报价均值：

$$E_{K+1} = (1 - a_{K+1}) \eta_{K+1} x_{K+1} \quad (47)$$

**Step 7:** 计算得到我方在该批次中各包应采用的报价：

$$P_{K+1,j} = \frac{(1 - a_{K+1})(N-1)E_{K+1}}{N - (1 - a_{K+1})}, \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (48)$$


---

## 6.4 小节

本章基于第 5 章中的历史数据特性分析结论，建立了基于灰色预测的投标报价模型，提出了基于历史数据灰色预测修正的报价计算算法，通过灰色预测方法并引入下浮系数修正，获得了可行的投标报价计算方法，下一章中将对该模型方法进行检验，并应用于新批次的货物报价计算中。

## 7 模型检验、应用与评价

### 7.1 模型检验

为了检验所建立的基于灰色预测和下浮系数修正的报价模型的有效性，以合容公司为例，根据其前 4 批的历史数据来给出第 5 批货物中各包的报价，并检验所给报价是否能够帮助提高合容公司的中标率，从而检验模型是否有效。

首先，对其余 15 家公司在前 4 批中的报限比进行拟合并求算术平均值，得到的结果如表 5 所示。

表 5 其余 15 家公司在前 4 批货物中的平均报限比

编号	批次	平均报限比
1	13-5	0.46634
2	13-6	0.469662
3	14-1	0.456765
4	14-2	0.42521

基于上述结果，采用上一章中灰色预测方法，预测得到下一批次（2014 年第 3 批）其余各公司的平均报限比为  $\eta_5 = 0.4216$ ，预测的百分绝对误差为 0.014792%。将该平均报限比代入到式(46)~(48)中进行计算，可以得到合容公司在该批次中对各包的报价。将所得报价与合容公司实际的报价进行比较，并统计其排名与中标情况，所得结果如表 6、表 7 所示。

表 6 模型计算报价结果与实际报价中标率比较

总包数 101		包数	比率
公司原报价排名情况	排名第一	1	0.009901
	排名前三	9	0.089109
	排名前五	22	0.217822
模型报价	排名第一	5	0.049505
	排名前三	36	0.356436
	排名前五	55	0.544554

表 7 模型计算报价结果与实际报价比较

包号	原基准价/万元	模型报价/万元	公司原报价排名	模型报价排名
48	85.54559	83.31311	11	2
49	85.26365	80.26507	9	3
50	154.7381	104.9881	16	7
51	107.1502	101.2627	9	2
52	135.3144	114.4709	16	7
53	218.4764	125.9857	14	8
54	143.8179	113.7935	6	8
55	85.56386	81.61976	15	2
56	145.9251	90.76388	13	9
.....				
141	128.8209	123.2763	8	2
142	99.83057	108.3748	10	6
143	100.5744	108.3748	9	8
144	123.3838	119.8896	6	2
145	94.64014	100.5853	6	6
146	116.4122	110.7455	7	3
147	157.4568	120.9056	14	8
148	119.6088	121.583	3	4

从表中可看出，在该批次中，合容公司原报价排名情况很差，中标率极低，仅有 0.99%，排名前三的比率也低于 10%；而采用模型给出的报价后，中标率明显提高，增加到近 5%，排名前五的比率增加到 54.5%。可见采用报价模型可明显提高合容公司报价排名和中标率。

## 7.2 模型应用

根据所建立的基于灰色预测和下浮系数修正的报价模型，采用前五批平均报限比作为已知数据，利用灰色预测方法预测第六批其余各公司的平均报限比，可得百分绝对误差为 0.018477%，预测值为  $\eta_6 = 0.45844$ 。采用该值计算得到的 2014 年第四批部分指定包的报价如表 8 所示。

表 8 2014 年第 4 批指定包的模型报价结果

包号	最高限价/万元	模型报价/万元
24	253	93.32
29	208	76.72
41	197	72.66
42	224	82.62
57	354	130.58
62	183	67.50
66	292	107.71
71	210	77.46
74	57	21.02
76	283	104.39
84	346	127.63
87	420	154.92

### 7.3 模型评价

模型通过对区间平均下浮双边曲线算法的深入研究，将己方公司报价与其他公司报价平均值独立，得到基准价与下浮系数、己方报价、其他公司报价平均值之间的关系。由于己方报价与基准价相等时得分最高，则只要能准确估计当前批次某包其他公司的报价平均值即可得出最优报价。问题转化为对其他公司报价平均值的准确预测。

由于题目提供的各批次包中没有完全相同的包，且通过组合法得到等效相同的包较为复杂，故提出基于每包的最高限价估计报价平均值。国家电网根据充分的市场调查规定某规格货物的最高限价，因此最高限价可充分反映该货物的成本，而公司的报价也主要基于成本因素给出，即可证明基于最高限价预测的报价平均值的有效性和合理性。

表 7 也表明最高限价与各个公司报价间存在明显的线性相关性。

通过对评标方法的深入分析，可认为影响报价排名的主要因素为该批次下浮系数，而减分速率指数对报价排名的影响较小，这一结论与绝大多数参考文献对评标方法的研究结果一致。因而模型主要考虑下浮系数的影响是合理的。

以合容公司 2014 年第三批报价得分情况为例，检验模型优化报价的效果。合容

公司中标率及排名前三、前五的频率均有大幅提升,证明了模型的有效性和适用性。

## **7.4 小节**

本章对上一章中提出的基于灰色预测和下浮系数修正的报价计算模型和方法进行了检验,并将其应用于 2014 年第 4 批指定包的报价计算中。检验结果表明,所建立的模型和提出的方法能够有效提高公司的报价投标中标率。

## 8 招标方法改革思考与建议

在本文分析研究的基础上，可以对国家电网招投标方法改革给出下列建议：

### 1. 引入复合标底

国家电网现行评标方法属于无标底法，基准价不完全由招标方决定，招标方可以通过调整下浮系数影响基准价的位置，但是该影响十分有限。因此招标方对中标价的导向掌控能力不足，可能出现围标、高价中标的情况。建议采用复合标底法，招标人依据当前市场情况编制的标底价格作为评标标底，有效投标人报价的平均值下浮一定比例作为参考价格，评标标底与参考价格按照一定的权重加权平均计算得出最终的评标基准价，然后依据区间平均下浮双边曲线算法计算投标价格得分。该办法体现了招标人对中标价的导向作用，既考虑到当前市场情况，又考察了投标个体的综合水平，对围标、串标具有一定制约力。

### 2. 动态调整评分模型参数

招标方应该充分掌握投标方历次报价数据，在对各批次数据进行统计分析的基础上建立反馈机制，对最高限价、下浮系数、减分速率指数、有效报价区间范围等作出动态调整，从而更好地引导投标方合理报价。

### 3. 合理设置价格得分比重

公司是否能中标，涉及技术、价格、商务多种因素。价格因素受市场环境影响大，不确定因素较多且预测困难，价格难以真实、准确、稳定的反映公司的能力水平。因此价格得分占总得分的权重不宜过高，同时在报价前要进行资格预审，在报价后要引入专家评审，确保中标公司具有最高“性价比”，不搞“唯价格论”。

### 4. 确保同种货物报价一致性

招标方应对投标方作出如下制约：投标人应对同一分标、不同包内相同规格货物所报单价应保持一致，如对于同一分标、不同包内相同规格货物所报最高单价比最低单价高出 20%以内的，根据偏差情况作适当扣分处理；高出 20%及以上的，该标段下所有投标将被否决。

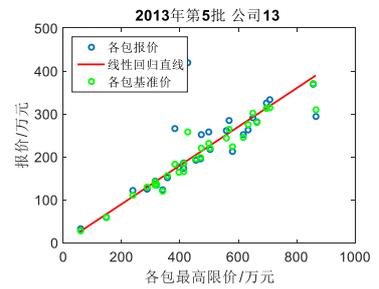
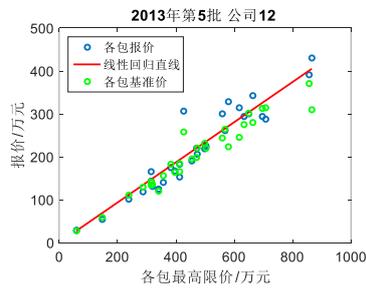
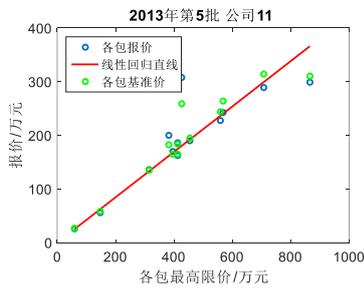
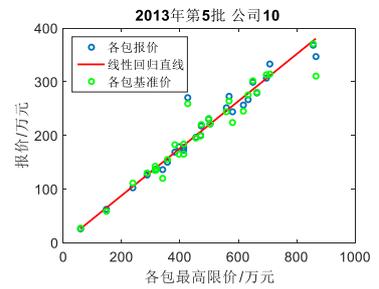
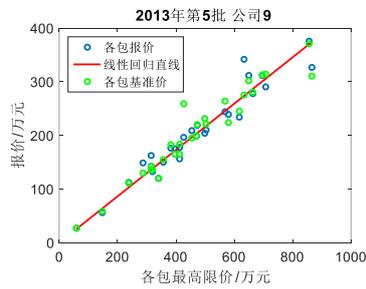
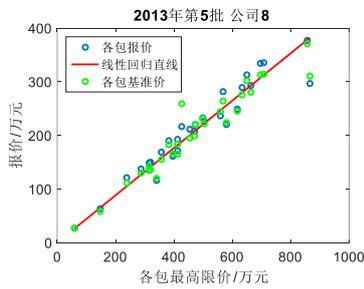
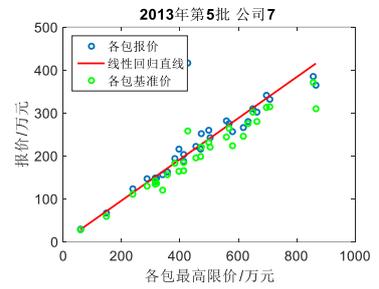
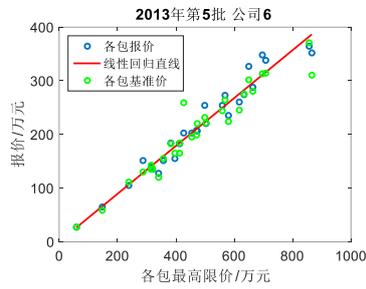
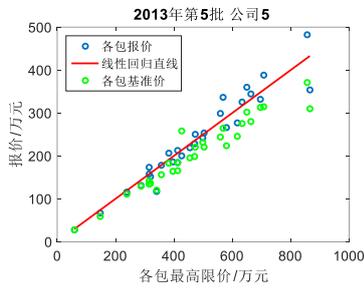
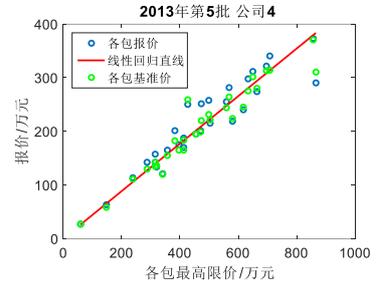
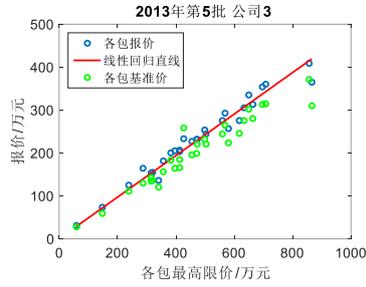
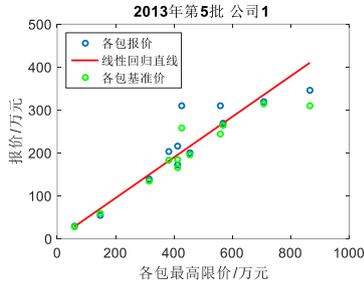
## 参考文献

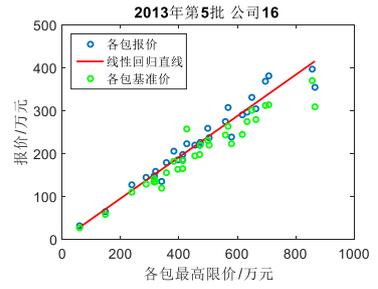
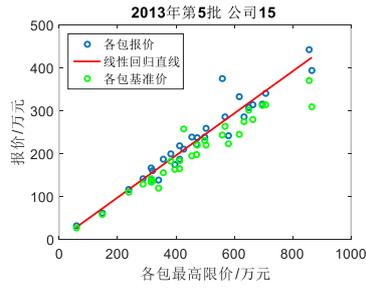
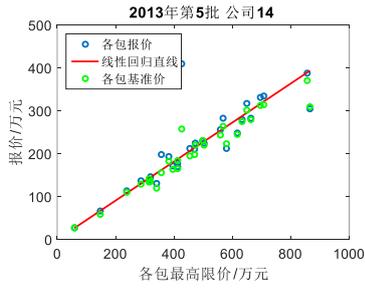
- [1] [http://baike.baidu.com/link?url=NH0WzlCTiX0H3\\_Br3L6ZhunSteTRZH0pETodFJkyv-\\_7vtRQbI5kB-WS--VG9IOLcGKZmjPkkzdFMDtkFXH\\_q](http://baike.baidu.com/link?url=NH0WzlCTiX0H3_Br3L6ZhunSteTRZH0pETodFJkyv-_7vtRQbI5kB-WS--VG9IOLcGKZmjPkkzdFMDtkFXH_q).
- [2] 冯卫兵. 非合作模式下动态下浮比例连续批次投标报价模型[J]. 西安科技大学学报, 2015, 35(4): 505-510.
- [3] [http://baike.baidu.com/link?url=0UbEhzvFVsBJo4UFNgstCZFoQQCUlpA5oJG6c00S48fsFxyqqewV\\_6EPIrwh1tNonBU3EwFEYiFmlGTt0bwV7q](http://baike.baidu.com/link?url=0UbEhzvFVsBJo4UFNgstCZFoQQCUlpA5oJG6c00S48fsFxyqqewV_6EPIrwh1tNonBU3EwFEYiFmlGTt0bwV7q).
- [4] 孔政. 基于博弈论的投标报价策略研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2012.
- [5] 姚天祥. 灰色预测理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- [6] 邓聚龙. 灰色预测与决策[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1989.

# 附录

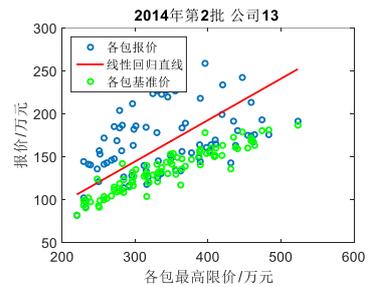
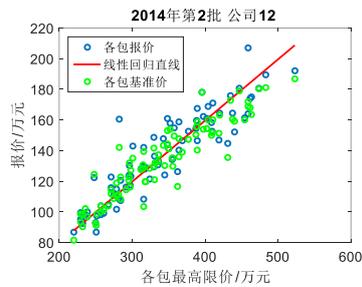
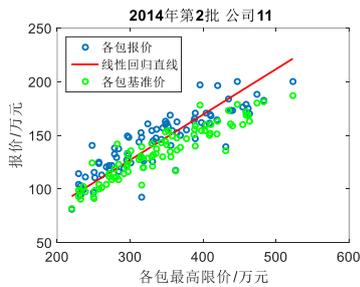
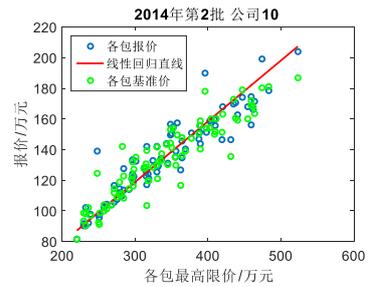
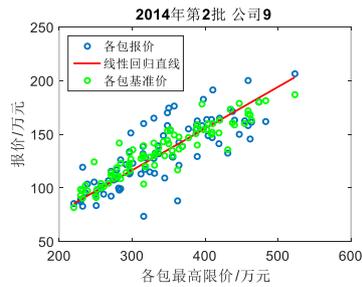
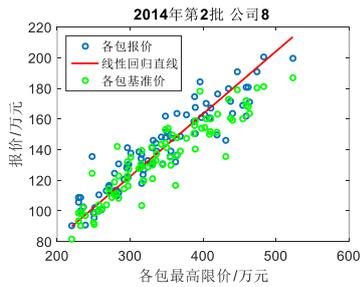
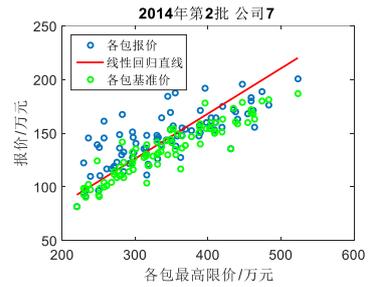
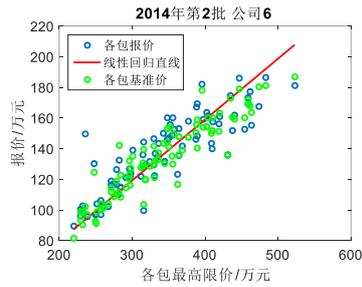
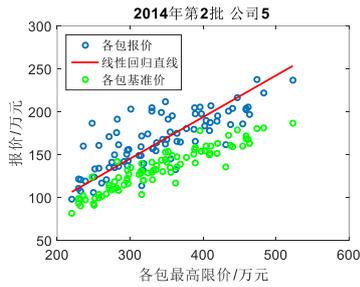
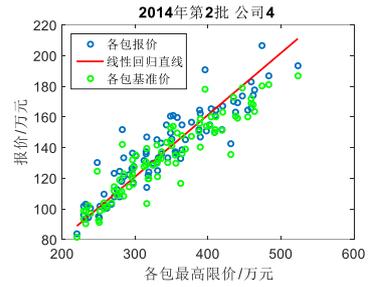
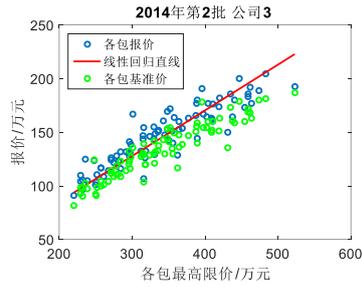
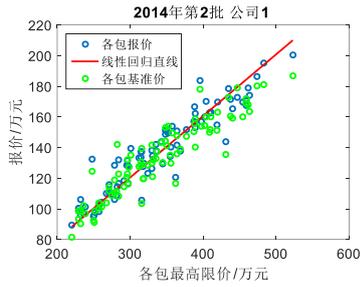
## 附录 A 各批次各公司报限比拟合结果

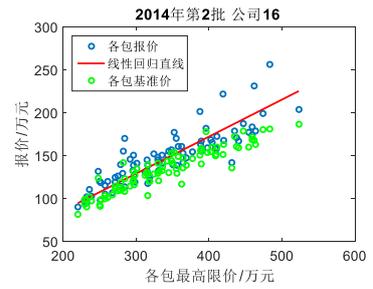
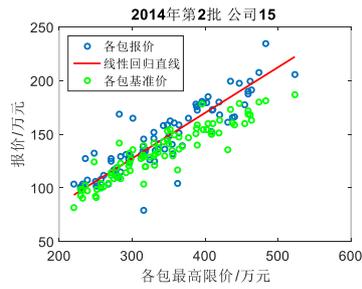
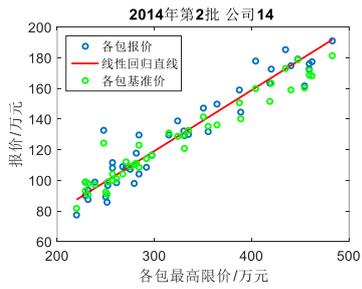
### A.1 2013年第5批次





## A.2 2014年第2批次





## 附录 B 程序包程序文件说明

程序文件名	主要完成功能
cal_score.m	由各公司报价计算得分及排名
conv_price.m	由货物清单计算各包总限价
get_package_data.m	从某批次各包中提取各公司报价和得分，基准价
GM11.m	灰色模型预测
checkgm.m	检验灰色模型结果
linear_regression.m	对某公司某批次拟合所有包的报限比
selected_data.mat	经筛选提取的有效数据