



2016 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：A

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）：201518001020

所属学校（请填写完整的全名）：

参赛队员（打印并签名）：1. 程然

2. 赵丹玲

3. 杨凤波

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名)：

日期： 2016 年 4 月 18 日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

湖南省第二届研究生数学建模竞赛

题目 基于多元线性组合和灰色预测的连续批次投标报价优化模型

摘要：

构建并实施有效的投标报价策略、以此为依据制定出既有合理利润又有竞争优势的报价，关系着投标企业的经济效益乃至企业的生死存亡。本文首先对国家电网采取的区间平均下浮双边曲线算法作出了全面的研究；接着根据附件 1 和附件 2 中的数据，借助多元线性组合模型计算出各批次各公司对于具体货物的报价；然后借助灰色预测模型预测其他公司 2014 年第 4 批的报价，再根据最优报价模型给出合荣公司的报价；最后根据全文的分析，给出了关于国家电网招标投标方法改革的合理化建议。

问题一：分析区间平均下浮双边曲线算法得知，当报价接近基准价时报价得分最高。下浮比例系数主要通过影响基准价，进而影响投标者报价的得分。当报价低于基准价时，随着下浮系数增大，报价得分会逐渐增大，投标者可以保持原报价或者适当提高报价；当报价等于基准价时，报价得分最高，投标者保持报价；当报价大于基准价时，随着下浮系数增大，报价得分会逐渐变小，投标者要比下浮系数增长速率更快地减小报价。随着减分速率指数的变化，报价的得分会发生改变，但是报价得分的排序并未发生改变。因此，减分速率指数并不影响投标方报价的调整。

问题二：首先根据附件 1 和附件 2 中的数据建立多元线性模型，求解出各公司针对具体货物给出的报价。接着根据 5 批相同货物的连续报价，借助灰色预测模型计算出其他公司第 6 批货物的报价情况。然后根据其他公司可能给出的报价，根据区间平均下浮双边曲线算法，建立合荣公司的最优报价模型。考虑到预测模型对于最优报价模型的重要性，在建模过程中借助前 4 批数据对第 5 批数据进行了预测，再将预测值与第 5 批数据比较，发现预测相对残差达到一般要求的有 72%，说明预测模型在本文的研究中效果较好，可以支撑最优报价模型。

问题三：首先计算出其他公司对 2014 年第 4 批指定各包的报价，然后根据问题二中建立的连续批次投标报价模型，计算得到合容电气公司对 2014 年第 4 批以下指定各包的具体报价为：包 24：94.1 万元；包 29：80.4 万元；包 41：81.9 万元；包 42：87.7 万元；包 57：112.1 万元；包 62：67.1 万元；包 66：116.1 万元；包 71：87.3 万元；包 74：22.0 万元；包 76：106.6 万元；包 84：124.0 万元；包 87：146.8 万元。

问题四：根据研究分析，国家电网招投标方法存在两个缺点：（1）排除了企业按自身综合实力和个别成本差别的竞争，违背了价格规律；（2）难以保证建设发包方获得合理最低报价。针对存在的问题，提出三点合理化建议：（1）制定更科学合理的评标比例；（2）正确对待有效报价范围；（3）考虑合理低价评标法；

关键字：区间平均下浮双边曲线 多元线性组合模型 灰色预测模型 最优报价模型

1 问题重述和分析

招标投标在现代商业采购行为中运用得越来越广泛。随着社会的发展,招标投标所面对的经济对象不断地大型化、复杂化,招标投标行为多批次化,从而给投标决策提出了新的问题。如何构建并实施有效的投标报价策略、以此为依据制定出既有合理利润又有竞争优势的报价,关系着投标企业的经济效益乃至企业的生死存亡。

国家电网 2013 年至 2015 年每年举行 6 批电容器类货物的招标,每批又分若干包,不同包包容的电容器规格、数量不同。参加投标公司每年基本固定,主要公司有 17 家左右。假定各公司在技术、商务方面实力基本相当,因此此问题中各公司只需考虑通过合理的报价提高价格得分,只要价格得分第一就认为中标。

根据附件 1、附件 2 和附件 3 中给出的数据,在本文中我们主要对以下问题进行分析讨论:

问题一:对国家电网采用的区间平均下浮双边曲线算法作全面研究分析,给出对投标方有价值的研究结论,分析下浮系数及减分速率指数的调整对报价有何影响?

分析:附录 1 中给出了区间平均下浮双边曲线算法的详细说明,在这个算法中设计的概念主要有报价算术平均数、有效报价算术平均数、基准价、下浮比例系数、减分速率指数和价格得分。根据算法定义可知,下浮比例系数主要通过影响基准价,进而影响投标者报价的得分。而减分速率指数作为底数小于 1 的指数函数的指数,随着减分速率指数增大,报价得分会降低,可以通过具体的数据分析下浮比例系数和减分速率指数对投标者报价的影响。

问题二:分析 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据,建立合荣电气公司的报价模型,从而提高该公司的中标率。

分析:要建立合荣电气公司的报价模型,提高该公司的中标率,也就是使合荣公司的报价得分尽可能高。根据给出的数据,发现 5 个批次的包是不一样的,并且包内的物资配置也是不同的,因此不能使用各批次各包的报价作为下一批次各公司报价的预测。为了给出合荣公司的报价,首先要预测其他公司可能给出的报价。考虑到各个包中的货物是固定的,因此可以通过建立多元线性模型求解出各公司针对各货物给出的报价,从而得到 5 批相同货物的连续报价,根据该数据就可以借助预测模型预测第 6 批货物的报价情况。得知其他公司可能的报价,根据区间平均下浮双边曲线算法的报价得分计算,可以计算出合荣公司给出的最接近基准价的报价,即最优报价。

问题三:根据问题二中建立的报价模型,给出合容电气对 2014 年第 4 批以下指定各包的具体报价:包 24,包 29,包 41,包 42,包 57,包 62,包 66,包 71,包 74,包 76,包 84,包 87。

分析:根据问题二中预测出的第 6 批的各货物的报价以及要求的 2014 年第 4 批指定各包的配置,可以求出其他公司对 2014 年第 4 批指定各包的报价,然

后借助问题二中提出的最优报价模型，求解后可以给出指定各包合容电气的报价。

问题四：在分析研究的基础上给出关于国家电网招投标方法改革的合理建议。

分析：通过对区间平均下浮双边曲线算法的研究，可以发现报价越接近基准价，得分越高，即越可能中标。那么投标者可能为了接近基准价，不考虑成本和质量等其他因素，从而带来一些弊端，可以针对这种现象可以给出一些改革建议。另外，根据问题二和三的分析，得知根据国家电网招标方法，只要能够准确预计其他公司的报价，就可以保证投标者给出的报价能中标。若是所有投标者都以预测他人的报价为主，那么报价可能会陷入心理战和博弈中，从而忽略了投标公司的技术优势和质量等问题，根据这一问题可以给出相应的改革建议。

2 假设和说明

- (1) 假设同一公司在同一批次对于同一货物给出的报价是固定的。
- (2) 投标者和每个竞标者除了公开的商业关系外不存在任何关系，也就不可能出现暗箱操作，此外整个对报价的审核过程完全按照材料给出的方法。
- (3) 每个竞标者之间相互并不熟悉，不了解对方的情况，所以每个竞标者给出的报价都是相互独立的，不存在合作情况。
- (4) 每个竞标者报价过程是同时进行的，不存在相互影响，也不可能相互讨论，影响整个报价的公平性。
- (5) 每个竞标者都可以当做理性人看待，每个竞标者的报价都是相对合理的，在报价的时候都会考虑到竞标不到的风险。不存在胡乱报价的行为。
- (6) 每个竞标者考虑问题的方法和最终得标的目标是相同的，但由于自身条件等各种现实情况的不同，最终报价会有所不同。
- (7) 假设招投标过程都是公开透明的，不存在暗地操作和腐败现象，完全依照国家电网的招标方法进行。

3 符号说明

符号	符号说明
A	报价算数平均数
x_i	第 i 个公司的报价
A_1	有效投标报价算数平均值
B	基准价
a	下浮比例系数
$n、m$	减分速率指数
k	同一批次货物中包的个数
l	同一批次货物中货物的类型
a_{ij}	第 i 个包中第 j 类货物的数量
c_i	第 i 个包的报价
P_i	第 i 批次 A 公司的最优报价
B_i	第 i 批次的理想基准价

4 区间平均下浮双边曲线算法

4.1 区间平均下浮双边曲线算法介绍

区间平均下浮双边曲线算法涉及到的概念包括报价算数平均值、有效投标报价算术平均值、基准价和价格得分，下面对这些概念进行详细介绍^[1]。

报价算数平均数 A ：设某种配置产品有 n 个公司参加报价，报价分别为 $x_i (i=1,2,\dots,n)$ ，则：

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

有效报价：若某个公司的报价位于报价算数平均数 A 的 80%~115% 区间内，则认为该报价为有效报价，即 $x_i' \in (0.8A, 1.15A)$ 。

有效投标报价算数平均值 A_1 ：设参加投标报价的 n 个公司给出了 m 个有效报价，其报价分别为 $x_i' (i=1,2,\dots,m)$ ，则：

$$A_1 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i'$$

显然，当 $m=n$ 时（即所有报价均为有效报价）， $A_1 = A$ 。

假设价格的下浮比例为 a ，每批次的产品下浮比例是可变的，一般取 3%、5%、10%，则报价的基准价 B 为：

$$B = A_1 \times (1 - a)$$

定义了基准价后可以计算价格得分，具体公式为：

$$S = \begin{cases} 100 \times \left(\frac{B}{P}\right)^n & P \geq B \\ 100 \times \left(\frac{P}{B}\right)^m & P < B \end{cases}$$

其中， P 为投标公司的报价总价； n ， m 为减分速率指数，一般取值分别为 1.5 和 0.6。根据价格得分的计算公式，报价越接近基准价，得分越高，因此最优的报价等于理想基准价。

根据上述描述，我们给出区间平均下浮双边曲线算法的流程图：

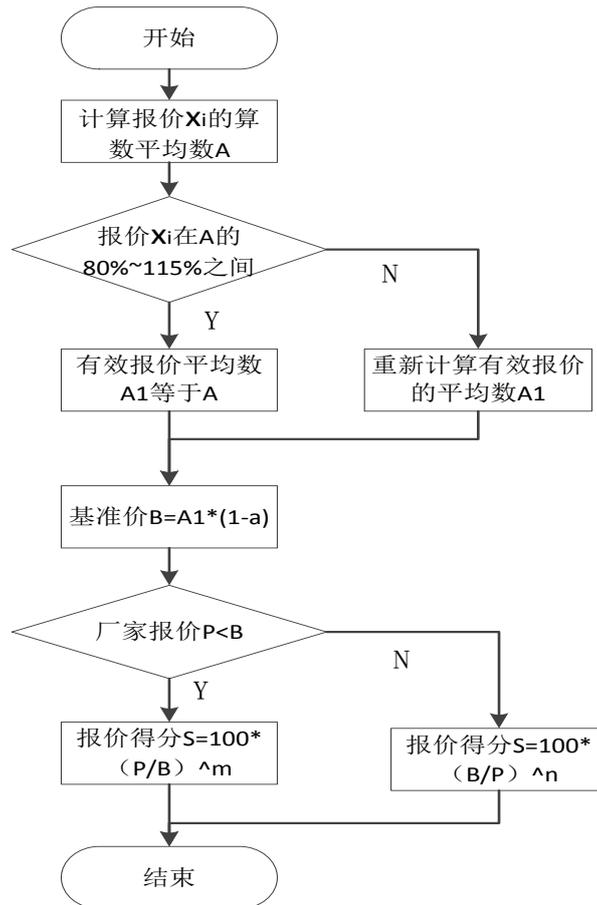


图 1 区间平均下浮双边曲线算法流程图

4.2 下浮系数及减分速率指数的敏感性分析

不同批次的产品在投标报价时，下浮系数和减分速率指数都是可调整的，下面分别研究它们的调整对报价的影响。

4.2.1 下浮系数

给定各公司对于某包的具体报价，报价是确定的，那么基准价 B 也是不变的。因此改变下浮系数 a 的值，观察两种情况下公司的报价得分随着下浮系数的变化。随机选取一组报价（2013 年第 6 批包 4 的价格报价）。由于我们观察下浮系数对报价得分的影响是从 0 开始的，当 $a=0$ 是，基准价 $B = A_1$ ，故讨论以下两种情况：

(1) $P \geq B$

由于有效报价均值不会改变，当 $P \geq B$ 时，报价得分可以写成：

$$S=100 \times \left(\frac{B}{P}\right)^n = 100 \times \left[\frac{A_1(1-a)}{P}\right]^n$$

随着下浮系数 a 逐渐变大，报价 P 的得分 S 的值会逐渐变小。根据 2013 年第 6 批包 4 的数据，我们画出报价大于基准价的六家公司得分随着下浮系数 a 的变化，具体如下图：

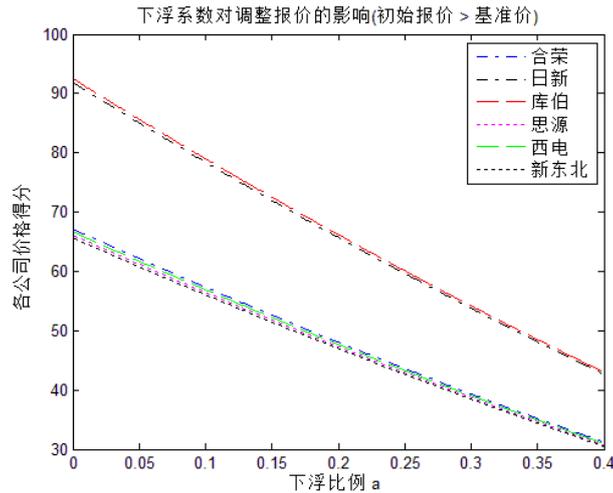


图 2 下浮系数对报价影响（初始报价大于基准价）

从图中可以看出，库伯和日新两家公司的报价得分随下浮比例 a 下降的速度比较快，而其余四家下降速度较慢且基本一致。库伯和日新的报价比其他四家低（更接近基准价），使得 $(A_1/P)^n$ 的值更大，故下降的速度比较快。

(2) $P < B$

由于有效报价均值不会改变，当 $P < B$ 时，报价得分可以写成：

$$S = 100 \times \left(\frac{P}{B}\right)^m = 100 \times \left[\frac{P}{A_1(1-a)}\right]^m$$

随着下浮系数 a 逐渐变大， $A_1(1-a)$ 报价 P 的得分 S 的值会逐渐变大，直到 $P=B$ ，此时转换成（1）中 $P \geq B$ 的情况。根据 2013 年第 6 批包 4 的数据，我们画出报价小于基准价的四家公司得分随着下浮系数 a 的变化，具体如下图：

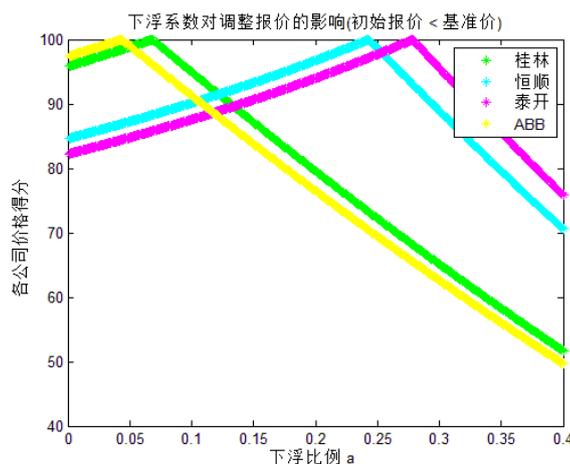


图 3 下浮系数对报价影响（初始报价大于基准价）

从上图中可以看出，初始值当 $P < B$ 时，随着下浮系数 a 逐渐变大，公司的报价 P 越来越接近 B ，此时价格得分 S 随着下浮系数 a 逐渐变大。当 $P=B$ 时达到最大值 100。接下来，转换成（1）中 $P \geq B$ 的情况，随着下浮系数 a 继续变大，

公司报价得分 s 随着下浮系数 a 变小。桂林、恒顺两公司最初报价更接近基准价，因此两公司更早达到最高得分点。

总的来说，当报价越接近基准价时，得分越高，而下浮系数 a 可以影响基准价的变化程度，因此下浮系数 a 对得分的影响还是很显著的。

4.2.2 减分速率指数

当公司报价 $P \geq B$ 时， $S=100 \times (B/P)^n$ ， n 的值一般取 1.5。当公司报价 $P < B$ 时， $S=100 \times (P/B)^m$ ， m 取值一般为 0.6。为了研究公司报价得分随着减分速率指数的改变，我们使用 2013 年第 6 批包 4 的价格报价，分为两种情况进行讨论。

(1) $P \geq B$

令下浮系数 a 固定，则基准价 B 的值是不变的，那么问题转化成了研究指数对于指数函数的影响，当减分速率指数 n 从 1 变为 2 时，具体各公司的价格得分变化如下：

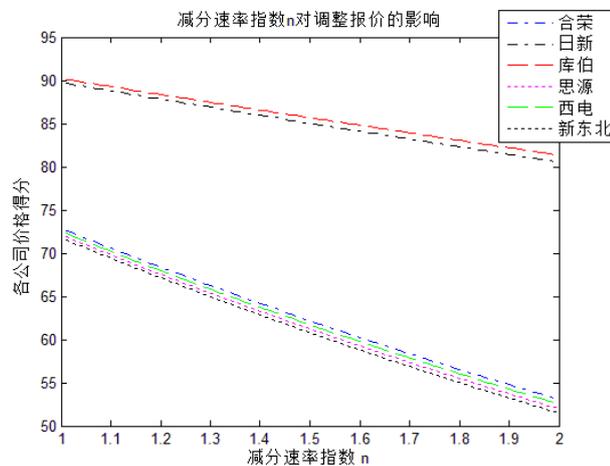


图 4 减分速率指数 n 对报价影响

从上图中可以看出，库伯和日新的得分高于其他四家公司，随着减分速率指数 n 的增大，得分呈减小的趋势，并且库伯和日新得分减小的速率慢于其他公司。

(2) $P < B$

当减分速率指数 m 从 0 变为 1 时，具体各公司的价格得分变化如下：

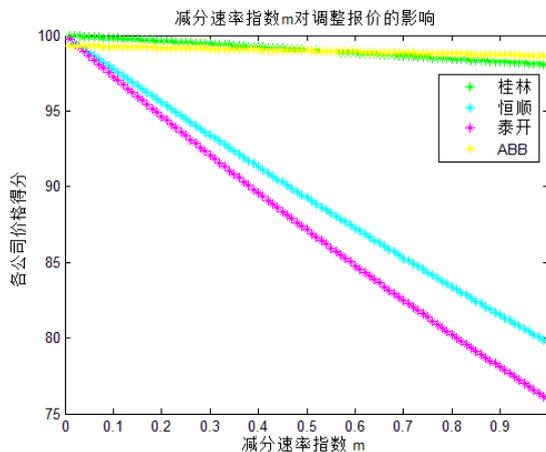


图 5 减分速率指数 m 对报价影响

由于得分函数是底数小于 1 的指数函数，所以当 m 的值为 0 时，得分函数取得最大值为 1。随着减分速率指数 m 的增加，得分呈减小的趋势，并且桂林和 ABB 得分减小的速率显然慢于其他两家公司。

4.3 结论和建议

下浮系数 a 可以通过影响基准价的改变，进而影响报价得分。若投标方原计划报价为 P_0 ，共有 k 家公司竞标。若投标方得知下浮系数 a 后，投标方的报价应该向下调整。更进一步，若仅有一家投标方得知下浮系数 a ，且假设原报价为最优报价，则投标方的报价应该减少 $\frac{akP_0}{(k+a-1)}$ 。

随着减分速率指数的变化，报价的得分会发生改变。由于减分速率指数不影响基准价，所以即使减分速率指数使得报价得分的数值发生了改变，但是报价得分的排序并未发生改变。因此，减分速率指数并不影响投标方报价的调整。

5 连续批次投标报价模型

报价是工程投标的核心，报价过高，会失去中标机会；过低，即使中标，也会给工程带来亏本的风险。因此，标价过高或过低都不可取，要从宏观角度对工程(或项目)报价进行控制，力求报价适当，以提高中标率和经济效益。

实际投标中，由于竞争对手的投标策略是随着市场环境及自身条件的变化而变化的，因此就是对同一个包（货物类型以及对应数量完全相同），同一公司在不同批次中的报价也可能是不同的，下一批次各包的报价受当前报价以及历史批次报价的影响。

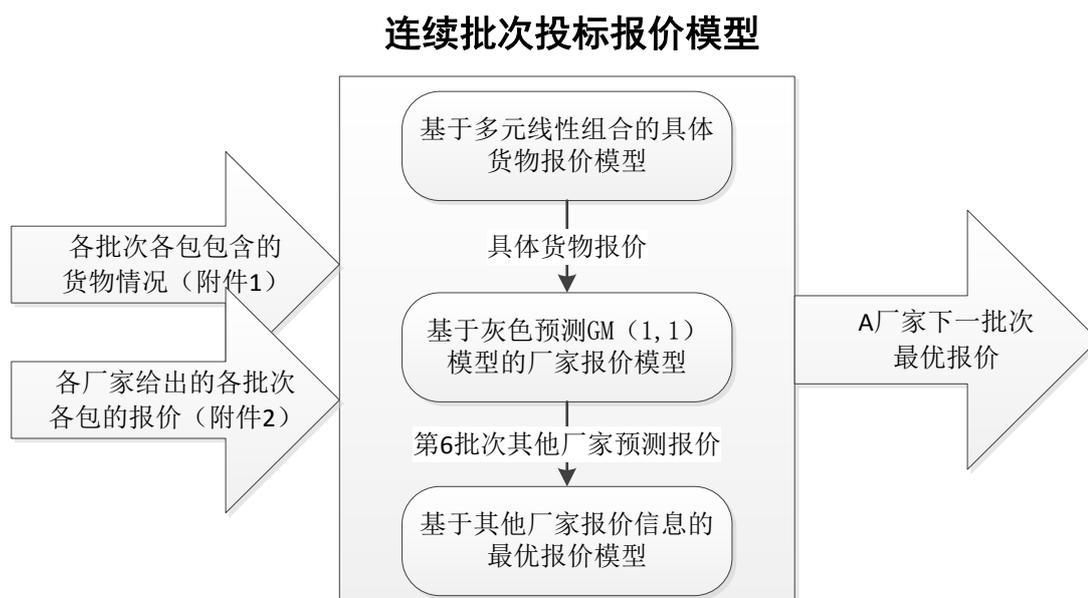


图 6 连续批次投标报价模型总括图

5.1 基于多元线性组合的具体货物报价模型

根据附件 1 中给出的 6 批货物发包清单,我们发现不同批次的货物的不同包中包含的货物是不完全一样的,因此,我们通过每批次中公司对各包的报价以及各包所包含的货物来求得公司对于具体货物的报价。

由于公司对于货物的报价是由公司的生产能力、成本等决定的,因此在同一批次的报价中,同一公司对于不同包中的同种货物的报价应该是固定的。设某批次中有 k 个由 l 种同类型货物组成的包,设 a_{ij} 为第 i 个包中第 j 类货物的数量, b_j 为该包的报价。建立如下的线性方程组:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1l}x_l = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2l}x_l = b_2 \\ \vdots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \cdots + a_{kl}x_l = b_k \end{cases}$$

利用矩阵表示法,记

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1l} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2l} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kl} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_l \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}$$

则线性方程组可以表示为:

$$AX = B$$

通过求解方程组,可以知道各公司在各个批次中对于每个具体货物给出的报价。

5.2 基于 GM (1,1) 灰色预测模型的公司报价模型

5.2.1 GM (1,1) 灰色预测模型

灰色预测是对既含有已知信息又含有不确定信息的系统进行预测,就是对在一定范围内变化的、与时间有关的灰色过程进行预测^{[2][3]}。在本文研究的问题中,各公司对于各货物的报价是在假设公司对于每件货物报价完全相同的基础上,但是实际上求解出来的货物报价是含有不确定信息的。根据连续几批次的报价来预测下一次的报价,该预测是与时间相关的预测,因此采用灰色预测模型进行下一批次公司对各货物的报价预测。

灰色预测法对原始数据样本的要求小,预测方法简单准确,但其预测结果有偏大的特性,实际使用时可以对预测结果乘以一个后验校正系数(0.95)来减少与实际的误差。

(1) 数据检验与处理

为了保证 GM (1, 1) 建模方法的可行性,需要对已知数据做必要的检验处理。设原始数据列为:

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n))$$

计算数列的级比:

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, k = 2, 3, \dots, n.$$

如果所有的级比都落在可容覆盖区间 $X = (e^{\frac{-2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}})$ 内, 则数据列 $x^{(0)}$ 可以建立 GM (1, 1) 模型且可以进行灰色预测。否则, 对数据做适当的变换处理, 如平移变换:

$$y^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) + c, k = 1, 2, \dots, n,$$

取 c 使得数据列的级比都落在可容覆盖内。

(2) GM (1, 1) 模型

设原始数据直接通过检验或者经过处理后通过检验, 用检验后数据建立 GM (1,1) 模型^{[4][5]}, 令:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$$

$$x^{(1)} = \{x^{(1)}(k) | k = 1, 2, \dots, n\}$$

则即 GM (1,1) 模型为:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b$$

其中 a 是发展系数, b 是控制系数。

通过最小二乘法^{[6][7]}求解, 得到解为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n-1$$

根据上式可以得到预测的累积值 $x^{(1)}(k+1)$, 接着利用递归累减进行还原, 得到相应的预测值:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

其中 $\hat{x}^{(0)}(1) = \hat{x}^{(0)}(0)$ 。

(3) 检验预测值

得到预测值后, 计算真实值和预测值相对残差, 即:

$$\varepsilon(k) = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)}, k = 1, 2, \dots, n$$

如果对所有的 $|\varepsilon(k)| < 0.1$, 则认为达到较高的要求: 否则, 若对所有的

$|\varepsilon(k)| < 0.2$, 则认为达到一般要求。

5.2.2 灰色预测模型预测效果检验

预测模型的准确性对于公司的报价十分重要,因此在进行下一步的过程中先对预测模型的预测效果进行检验。根据已有数据,我们将前 4 批的数据作为训练集,将第 5 批的数据作为测试集,用于验证预测效果。

由于各批次只考虑 10kv 的物资,所有含有集合式的包均不考虑,经过筛选我们留下了有效数据,仅对有效数据进行分析。

对于 17 家公司,经过筛选共有 24 类物资,根据它们在附件中顺序我们记为 $w_i(i=1,2,\dots,24)$,具体对应关系如下:

表 1 货物编号

编号	规格型号	电容器组串联电抗器	编号	规格型号	电容器组串联电抗器
w_1	10kV/10 Mvar	空心 (1%、5%、12%)	w_{13}	10kV/3.6Mvar	空心 (1%、5%、12%)
w_2	10kV/10 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)	w_{14}	10kV/3.6Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)
w_3	10kV/8 Mvar	空心 (1%、5%、12%)	w_{15}	10kV/3 Mvar	空心 (1%、5%、12%)
w_4	10kV/8 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)	w_{16}	10kV/3 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)
w_5	10kV/6 Mvar	空心 (1%、5%、12%)	w_{17}	10kV/2 Mvar	空心 (1%、5%、12%)
w_6	10kV/6 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)	w_{18}	10kV/2 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)
w_7	10kV/5 Mvar	空心 (1%、5%、12%)	w_{19}	10kV/1.5 Mvar	空心 (1%、5%、12%)
w_8	10kV/5 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)	w_{20}	10kV/1 Mvar	空心 (1%、5%、12%)
w_9	10kV/4.8 Mvar	空心 (1%、5%、12%)	w_{21}	10kV/1 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)
w_{10}	10kV/4.8 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)	w_{22}	10kV/0.6 Mvar	空心 (1%、5%、12%)
w_{11}	10kV/4 Mvar	空心 (1%、5%、12%)	w_{23}	10kV/0.3 Mvar	空心 (5%)
w_{12}	10kV/4 Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)	w_{24}	10kV/0.3Mvar	铁芯 (1%、5%、12%)

根据前 4 批计算出来的物资报价,预测出第五批具体的报价,由于篇幅因素具体数值展示在附件中。接着检验预测值的效果,根据 5.2.1 中(3)的计算公式,计算各公司预测值的相对残差的情况,如下表所示:

表 2 各公司预测值的相对残差

公司	相对残差<0.1 的比例(%)	相对残差<0.2 的比例(%)
顺容	38	71
桂林	33	67
合容	25	67
中原	29	75
恒顺	33	75
日新	29	71
泰开	58	54
库伯	13	71
思源	50	67
苏容	38	79
ABB	33	58
西电	33	83
新东北	33	67

公司	相对残差<0.1 的比例(%)	相对残差<0.2 的比例(%)
永锦	33	83
上虞	29	75
迪生	33	79
赛晶	13	79
平均数	33	72

根据上表我们知道，大概有 33% 的预测值达到较高的要求，有 72% 的预测值达到一般要求。由于可用于预测的数据值只有四个，数据量较小，难以得到很好的预测结果。因此，在此分析过程中，应用灰色预测模型得到的预测效果有 72% 达到一般要求，说明该模型的预测效果还是很好的。

5.3 基于其他公司报价信息的最优报价模型

在研究某公司 A 的最优报价模型时，设其他公司给出的报价都是已知的（或者是预测得到的）。设第 i 批次中某配置的货物共有 n_i 个公司参加投标报价，需要分析的公司报价为 P_i ，称 P_i 为最优报价，则：

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i-1} x_{i,j} + P_i}{n_i}$$

假设有 n_i^0 个公司的报价为有效报价（最初计算平均值时认为 P_i 是缺失值，不计算在内），即公司的报价位于报价平均算术值的 80%~115% 区间内，重新记为 $x'_{i,j}$ ，则

$$A1_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^0-1} x'_{i,j} + P_i}{n_i^0}$$

则这批货物的基准价 B_i 为：

$$B_i = A1_i(1 - c_i)$$

其中 c_i 为第 i 批次的下浮系数， B_i 为理想基准价，也就是公司在最优报价时所得到的基准价。

根据价格计算得分公式可知，报价越接近基准价，得分越高，因此最优的报价等于理想基准价，即：

$$P_i = B_i$$

联立上述几个公式，可得：

$$P_i = B_i = \frac{(1-c_i) \sum_{j=1}^{n_i^0-1} x_{i,j}}{(n_i-1)+c_i} = \frac{(1-c_i)(n_i^0-1)\bar{X}_{i,其他}}{(n_i-1)+c_i}$$

其中 $\bar{X}_{i,其他}$ 为除 A 厂和无效报价的公司外的其余 n_i^0-1 公司对第 i 批次货物的有效报价的平均值。

计算得到 A 公司的最优报价后，将报价代入 A_i 中计算所有公司的报价平均值，判断有效报价有无发生变化。若有效报价发生了变化，按照新代入 P_i 值再次进行计算新的最优报价，重新进行检验；若有效报价没有发生改变，则说明此时求得的 P_i 值为最优报价，结束计算。

该模型的计算过程可以用如下流程图详细展示：

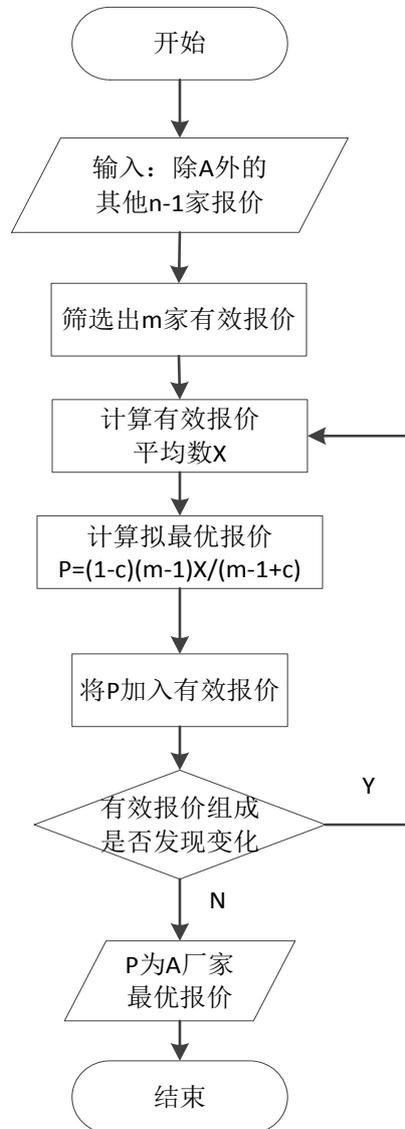


图 7 基于其他公司报价信息的最优报价模型流程图

6 基于数据分析的合容电气公司报价策略

6.1 数据概况

此次项目共有 17 家企业参与投标报价，数据中共给出了 6 批次竞标货物以及一些相关参数信息，具体情况如下：

表 3 各批次的下浮比例、减分速率指标和投标包数

批次	下浮比例	减分速率指标	投标包数
2013 年第五批	5%	0.6, 1.5	54
2013 年第六批	5%	0.6, 1.5	73
2014 年第一批	3%	0.6, 1.5	181
2014 年第二批	5%	0.6, 1.5	187
2014 年第三批	10%	0.3, 2	127
2014 年第四批	10%	0.3, 2	75

6.2 预测 2014 年第 4 批货物其他公司的报价

根据附件 1 中“电容器_货物清单-国网 2014 年第四批”和附件 3“国家电网电容器规定的最高限价”的信息，我们可以得到各包的最高限价，具体各包内的货物配置和包的最高限价内容如下表所示：

表 4 待报价物资表及其限价

包号	物资装配	最高限价
包 24	$w_9 + 2w_{10} + w_{13} + 2w_{14} + w_{15}$	253
包 29	$w_6 + w_{12} + w_{16} + 2w_{17} + 2w_{20} + w_{22}$	208
包 41	$4w_5 + w_9$	197
包 42	$2w_7 + 6w_{20} + 2w_{21}$	222
包 57	$7w_6 + w_{16}$	263
包 62	$w_9 + w_{13} + 6w_{20}$	183
包 66	$4w_3 + w_9 + w_{13} + w_{20}$	292
包 71	$2w_{15} + 5w_{17} + 3w_{20}$	210
包 74	$3w_{20}$	57
包 76	$2w_7 + 2w_{14} + 2w_{15} + 3w_{16}$	283
包 84	$4w_8 + 2w_{12} + 4w_{16}$	342
包 97	$4w_8 + 4w_{12} + 4w_{16}$	416

根据 5.1 中基于多元线性组合的具体货物报价，我们通过求解多元线性方程组得到各公司对各批次各物资的具体报价。接着借助 5.2 中提出的灰色预测模型，计算出各公司在 2014 年第 4 批次中给出的具体物资的报价，然后根据附件 1 中的“电容器_货物清单-国网 2014 年第四批”计算出除了合荣以外各公司给出的各包的报价。

表 5 其他公司 2014 年第 4 批货物的部分报价

公司	包 24	包 29	包 41	包 42	包 57	包 62	包 66	包 71	包 74	包 76	包 84	包 97
顺荣	104.1	88.4	83.8	101.6	134.8	76.2	122.2	94.9	23.3	123.8	137.1	160.2
桂林	98.6	79.4	95.5	89.6	190.6	64.1	131.2	96.7	16.9	123.3	174.7	201.3
中原	98.2	82.3	101.6	77.7	98.8	63.1	151.7	86.4	18.6	112.4	119.3	142.7
恒顺	126.6	79.5	103.2	147.1	177.8	99.9	143.3	96.3	31.1	119.0	207.1	244.0
日新	108.3	105.4	98.5	109.1	106.3	96.3	142.4	110.4	33.9	121.5	146.7	165.4
迪生	117.8	110.7	99.2	112.1	126.7	94.7	132.9	112.8	30.9	118.6	156.7	187.6
泰开	100.5	75.1	90.3	106.4	135.3	78.6	119.4	89.9	25.3	108.0	147.6	172.2
库柏	119.5	102.6	83.3	90.3	94.2	76.4	114.4	95.7	22.2	123.5	101.1	131.7
思源	107.9	131.2	87.1	129.0	149.6	97.1	128.6	120.1	34.1	148.8	138.9	161.4
永景	102.8	80.2	87.3	98.5	132.3	74.5	120.6	92.8	22.1	114.8	144.2	166.8
上虞	100.7	81.3	92.4	83.9	139.2	66.0	131.5	92.4	18.8	119.8	144.4	172.0
苏容	102.5	118.9	104.2	83.4	75.5	77.0	176.2	113.3	27.2	115.9	134.7	164.9
赛晶	102.6	94.8	82.6	100.8	134.8	79.4	121.0	92.9	25.4	123.1	149.0	171.9
ABB	108.3	91.3	84.8	92.2	98.4	82.9	124.1	100.5	25.7	121.7	143.8	172.4
西电	107.3	105.1	83.6	113.8	104.4	82.7	138.2	119.6	29.2	128.8	124.3	154.4
新东北	99.4	90.7	87.0	94.7	119.9	70.4	126.1	92.9	22.0	113.5	118.4	145.3

与上表的最高限价比较,发现所有公司给出的报价都在最高限价以下,故均是有效的。通过预测得到了其他公司的报价对 2014 年第 4 批货物指定包的报价,该数据是给出合荣电气最优报价的基础,预测的准确性直接决定了合荣电气报价的中标率。

6.3 计算合容电气公司 2014 年第 4 批货物的最优报价

根据计算在 6.2 中展示了预测的其他公司 2014 年第 4 批货物的对于各包的报价,借助 5.3 提出的“基于其他公司报价信息的最优报价模型”,我们可以计算出合荣公司对 2014 年第 4 批货物指定包的报价,具体报价如下表所示。

表 6 合容电气 2014 年第 4 批货物指定包最优报价

包号	包 24	包 29	包 41	包 42	包 57	包 62	包 66	包 71	包 74	包 76	包 84	包 87
报价	94.1	80.4	81.9	87.7	112.1	67.1	116.1	87.3	22.0	106.6	124.0	146.8

通过模型求解,合容电气对 2014 年第 4 批以下指定各包的具体报价为:包 24: 94.1 万元;包 29: 80.4 万元;包 41: 81.9 万元;包 42: 87.7 万元;包 57: 112.1 万元;包 62: 67.1 万元;包 66: 116.1 万元;包 71: 87.3 万元;包 74: 22.0 万元;包 76: 106.6 万元;包 84: 124.0 万元;包 87: 146.8 万元。若模型对其它各公司的报价预测是完全正确的,那么合荣的最优报价实际就是基准价;若模型对其它公司的报价预测准确率较高,那么合荣给出的报价也较为接近基准价。因此,根据最优模型给出的报价准确率取决于对其它公司的预测,这和实际生活中的商业情报信息的重要性是一致的。也就是说,我们的模型在预测的基础上给出了于合荣电气最有利的报价。

6.4 验证预测模型和最优报价模型的效果

在 5.2.2 灰色预测模型预测效果检验中,我们计算了各公司 2014 年第 3 批物资的具体物资报价,数据展示在附件 1 和附件 2 中。接下来我们借助预测的合荣公司的 2014 年第 3 批物资报价给出各个包(共 124 个包)的报价,计算中标率,与原中标率做比较。

表 7 合荣用预测值报价的中标率比较

	实际值	预测值	提升比例
中标概率	1.61%	4.84%	200.62%
位于前三名的比例	8.05%	15.52%	92.80%

通过上表我们可以知道,合荣在第三批中实际的中标率只有 1.61%,若是按照预测值进行报价,中标率可以提升至 4.84%,总的来说效果还是不错的。

根据计算得到所有公司 2014 年第 3 批物资的具体物资报价,接下来利用除了合荣公司之外所有公司的物资报价,借助最优报价模型,计算出合荣公司关于 2014 年第 3 批各包的最优报价,然后统计这一批次合荣公司的中标情况,具体展示如下:

表 8 合荣用最优模型报价的中标率比较

	实际值	最优报价	提升比例
中标概率	1.61%	17.74%	1001.86%
位于前三名的比例	8.05%	47.77%	493.41%

根据上表数据显示,显然借助预测计算得到的其他公司的报价和最优报价模型进行计算,得到的合荣公司的最优报价可以使实际中标由原来的 2 次提升到 22 次,中标率进行了大幅度的提升了。

根据分析我们知道,本文中使用的灰色预测模型和最优报价模型是合理且有效的,可以进行 2014 年第 4 批次的预测和报价,并且在 6.3 中为合荣公司提供的报价是合理且有效的。

7 关于国家电网招标投标方法改革的合理化建议

招标投标制度是建设市场的一种准入制度,它为各投标单位提供了一个公开的平台,有利于市场竞争。我国的《招标投标法》实施以来,现有的招标模式基本上可分为两种:有标底招标和无标底招标,具体又可分为几种模式^[8]:

表 9 现代招标模式表

招标模式		中标原则
有标底 招标	标底评标法	以最接近标底价格的投标者中标
	综合评分法	以投标报价、质量、工期、施工组织设计、企业信誉等指标总得分最高的投标人中标
无标底 招标	经评审最低投标价法	以不低于成本的经评审最低投标价格的投标人中标
	平均价格法	以最接近投标人平均投标价格的投标人中标

国家电网招标投标方法采用的是综合评分法进行招标。该评标办法中,技术、价格、商务占的比例分别为 30%、60%、10%,以总分 100 分计。该方法存在以下缺点^{[9][10]}:

(1) 由于假定各公司在技术、商务方面实力基本相当,因此此问题中各公司只需考虑通过合理的报价提高价格得分,只要价格得分第一就认为中标。也就是说,国家电网招投标方法采取的是平均价格法,这种模式是以各投标人的投标报价的算术平均值作为评标价,以最接近评标价的投标报价的投标人为中标人。平均价格法的最大优点在于,可以从根本上解决投标商的恶性低报价问题,能够规避投标人的恶性竞争。其缺点是它把各投标人的生产技术、经营管理及资源条件放在同一水平考虑,不能真正体现企业的优势和竞争能力,也无法最大限度地满足业主要求。平均价格并不一定是合理的价格,可能过高也可能过低,既不能体现承包商的技术水平,也不能反映建筑产品的市场价,压制了市场能量的发挥,排除了企业按自身综合实力和个别成本差别的竞争,违背了价格规律。并且对于公司来说,投标报价变成一件不可捉摸的事情,得靠运气中标,使招标投标流于形式,起不到市场资源配置的作用^[11]。

(2) 难以保证建设发包方获得合理最低报价。综合评估法对商务标的核心是基准价,而基准价反映了投标单价的平均报价水平及招标代理机构对招标工程造价的估算(标底),越接近基准价的报价得分越高,因此,就导致投标单位的投标报价只是为获得报价高分或接近基准价而决策。但获得高分的投标报价并不是合理最低报价。同时,采用综合评估法会引发串标、泄露标底等不正当行为。

针对国家电网现有招投标方法存在的不足,我们基于分析研究的基础上,给出如下合理化建议:

(1) 制定更科学合理的评标比例

国家电网采用的是综合评标法进行招标,技术、价格、商务占的比例分别为30%、60%、10%。这种评标方法往往陷入了一种误区,那就是重价格标而轻技术标。根据国家电网项目的特点,借助专家知识和历史数据分析,对技术、价格和商务评分比例进行修改确定,技术、价格和商务所占总分比例由工程和计划管理部会审确定报主管领导批准后提交给招标中心^[12]。

(2) 正确对待有效报价范围

设立有效报价范围,即限定投标报价在所有公司报价平均数的一定范围内为有效报价,这不利于鼓励竞争,这种作法显然是片面的。因为报价平均数代表的是公司的平均报价,但也并不排斥更低的价格(低于有效标范围下限),因为该公司可能管理先进、生产效率高,导致成本较低,从而给出较低的报价。因此,即使公司的报价在范围下限以下,但只要是这个报价是根据自己企业情况编制的客观合理的价格,我们就不应人为的设置范围来拒绝它。为了防止投标人哄抬标价或恶性压价可能性的产生,通过设置量化标准来确定“异常”报价,舍弃“异常”高价,而对“异常”低价则需要进一步判断合理性的可能。

(3) 考虑合理低价评标法

合理低价评标法,是指对满足招标文件实质性要求的各投标文件,评审出不低于成本的最低投标价格为中标价的一种评标办法。对合理报价,应体现价格低者得分高的原则。合理低价评标法能充分体现“竞争性招投标”的真正内涵,能有效地节约国家电网投资,提高经济效益;可以有力地促进投标单位不断改善经营管理,提高技术水平,加强成本核算,努力提高市场竞争力;同时,也有利于规范市场竞争秩序。

8 模型的优缺点

◆ 优点

- (1) 针对第一问的区间平均下浮双边曲线算法, 本文用简要的阐述和清晰的流程图展示算法的具体内容, 利用敏感性分析研究下浮系数和减分速率指数对投标者的影响。在分析过程中用具体的数据进行分类展示, 更直观展示了下浮系数和减分速率指数与报价得分之间的关系, 为投标者跳着报价策略提供了依据。
- (2) 针对前 5 批次的货物报价, 要进行第 6 批次的预测, 由于数据量较小却存在一定的不确定性, 本文应用灰色预测模型进行建模, 能够得到较好的预测值, 在 5.2 的检验中发现预测相对残差达到一般要求的有 72%, 证明了这一模型引入的可行性。
- (3) 题目中仅仅提供了一批竞标中每个包的报价, 不同批次中编号相同的包中的货物(种类或数量)不完全相同, 给计算增加了难度, 本文通过引入多元线性组合方法, 将货物作为基本元素, 求出了不同批次中各公司对不同货物的报价, 进而巧妙地解决了这一问题。

◆ 缺点

- (1) 本文中假设厂家对同一批次不同包中的同一货物报价是相同的, 以不同的货物为基础元素进行计算, 但在实际问题中, 这是可能有差异的, 本文为了简化进行了假设, 会导致细微的误差。

9 问题的进一步讨论

- (1) 本文在预测中使用了灰度预测的方法, 为了保证预测方法的全面性, 拟在下一步的研究中引入其他预测算法进行计算, 并将结果与灰度预测所得进行比较, 从而判断灰度预测是否更适合本题。
- (2) 本文在假设中令同一批次中不同包的同一种货物报价相同, 但同一货物的报价在实际中是可能出现差异的, 因此导致了一定的误差, 在接下来的工作中可以将它们视为不同元素进行计算, 以消除误差。

参考文献

- [1] 冯卫兵. (2015). 非合作模式下动态下浮比例连续批次投标报价模型. 西安科技大学学报(4), 505-510.
- [2] 谢乃明, & 刘思峰. (2005). 离散 $gm(1,1)$ 模型与灰色预测模型建模机理. 系统工程理论与实践, 25(1), 93-99.
- [3] 江志华, & 朱国宝. (2004). 灰色预测模型 $gm(1,1)$ 及其在交通运量预测中的应用. 武汉理工大学学报:交通科学与工程版, 28(2), 305-307.
- [4] 周瑞平. (2005). $Gm(1,1)$ 模型灰色预测法预测城市人口规模. 内蒙古师范大学学报:自然科学汉文版, 34(1), 81-83.
- [5] 杨华龙, 刘金霞, & 郑斌. (2011). 灰色预测 $gm(1,1)$ 模型的改进及应用. 数学的实践与认识, 41(23), 39-46.
- [6] 穆勇. (2003). 灰色预测模型的精确解法. 济南大学学报:自然科学版, 17(1),

49-50.

- [7] 陈广义, & 吴继周. (1994). 模型系数的最小二乘法拟合. 石油学报(2), 161-165.
- [8] 洪宇. (2005). 应用第二价格密封拍卖理论的招标模式研究. (Doctoral dissertation, 天津大学).
- [9] 肖勇. (2005). 工程建设项目招投标研究. (Doctoral dissertation, 西南交通大学).
- [10] 何星. (2008). 工程项目投标决策和报价模型研究. (Doctoral dissertation, 西安建筑科技大学).
- [11] 李颖. (2005). 基于博弈论的投标报价决策方法. (Doctoral dissertation, 天津大学).
- [12] 乔云云. (2012). 不完全信息下的项目竞标策略贝叶斯博弈分析.

附件

附件 1. 第五批物资的报价值

编号	顺容	桂林	合容	中原	恒顺	日新	泰开	库柏	思源	苏容	ABB	西电	新东北	永锦	上虞	迪生	赛晶
1	41.5	42.0	40.6	40.0	3.2	41.7	19.5	22.5	42.0	42.2	25.9	42.2	42.2	21.8	27.6	28.0	24.0
2	9.6	14.4	48.2	14.4	74.6	12.2	8.6	12.3	16.4	7.7	20.9	70.4	21.9	7.7	13.1	1.4	24.4
3	20.1	29.5	34.3	29.5	23.8	33.4	17.8	18.8	31.5	20.2	22.5	36.2	29.9	20.2	27.5	23.5	22.6
4	19.9	38.2	38.0	38.2	28.4	53.1	22.5	21.5	38.2	24.6	27.8	35.1	45.3	24.6	30.9	35.7	27.6
5	17.1	15.2	29.9	22.4	24.6	27.2	15.2	16.6	24.4	17.0	16.8	21.4	21.4	17.0	17.9	19.6	17.5
6	21.0	26.9	34.8	21.4	16.5	40.6	17.1	19.9	40.8	26.9	21.5	34.2	31.7	19.1	19.2	26.9	20.7
7	12.8	15.5	9.6	34.2	24.5	5.2	10.9	12.3	8.6	15.5	14.1	9.8	12.9	13.1	15.5	15.5	9.8
8	10.1	18.8	18.7	8.6	36.1	30.2	15.8	9.6	32.0	18.8	22.3	19.2	15.2	14.2	18.3	18.8	16.1
9	14.5	16.7	15.0	13.6	5.0	11.3	13.6	16.7	8.6	17.3	19.6	18.6	16.0	13.9	14.8	15.3	14.6
10	14.9	17.7	20.5	15.4	17.1	16.3	15.4	17.7	13.5	21.6	20.2	21.6	17.3	16.1	17.3	18.3	18.3
11	12.1	13.3	27.5	12.2	11.1	25.2	12.2	13.3	19.0	17.0	14.4	17.0	19.0	13.9	15.7	14.9	14.5
12	14.0	15.3	12.9	10.6	18.4	10.4	11.2	15.3	10.6	15.1	15.1	15.1	11.7	13.8	13.5	13.8	12.1
13	13.5	15.2	7.5	13.9	32.7	8.5	9.7	15.2	13.9	3.9	12.2	3.9	9.9	13.0	14.5	16.0	8.0
14	15.8	20.1	10.5	17.1	22.0	12.6	11.7	20.1	14.1	10.8	15.0	10.8	12.0	12.8	15.0	14.5	9.2
15	12.4	11.9	15.2	10.0	10.8	13.9	10.0	11.9	15.5	12.4	11.7	15.3	13.8	12.4	14.5	14.2	10.2
16	9.3	10.0	5.4	11.1	6.4	2.1	11.1	8.0	0.7	12.2	11.4	6.9	8.8	12.2	13.2	14.9	9.9
17	8.8	7.9	6.7	8.8	8.7	7.7	7.9	9.9	9.4	8.0	10.5	11.1	8.0	9.0	8.5	12.2	7.4
18	9.7	7.1	7.8	7.1	11.9	5.9	7.1	9.3	7.0	12.2	10.0	6.7	7.0	8.4	10.2	9.3	6.6
19	6.7	7.0	7.9	7.0	2.1	8.0	7.0	8.0	12.2	9.3	8.4	9.7	14.9	10.8	13.5	8.4	8.5
20	7.1	4.5	5.8	6.5	10.4	7.7	6.5	7.4	8.4	7.4	8.3	9.1	6.2	7.1	6.6	10.6	5.8

21	8.0	10.7	2.3	4.9	17.9	1.0	4.9	10.7	4.5	1.6	7.2	4.7	7.4	3.0	8.1	2.6	1.3
22	26.4	24.7	0.5	14.6	10.7	55.9	3.0	24.7	63.8	6.6	14.6	22.4	1.6	3.9	6.9	9.2	11.1
23	2.1	14.0	7.9	14.0	11.2	9.9	11.1	14.0	8.0	9.3	9.9	8.0	13.8	12.2	13.2	13.8	14.5
24	11.1	10.8	8.5	8.5	8.0	17.0	11.1	7.4	9.7	4.7	10.8	14.9	7.0	6.9	14.9	6.9	11.7

附件 2. 第五批物资的预测报价值

编号	顺容	桂林	合容	中原	恒顺	日新	泰开	库柏	思源	苏容	ABB	西电	新东北	永锦	上虞	迪生	赛晶
1	7.48	5.04	6.49	1.60	0.42	0.83	0.78	4.96	7.56	4.22	7.25	5.07	9.70	4.79	7.74	7.85	6.71
2	2.10	4.03	4.82	1.01	6.72	3.42	1.38	3.20	2.95	1.70	2.09	4.23	0.44	0.54	3.40	0.17	6.34
3	4.01	7.37	4.12	7.08	1.19	4.67	2.86	4.32	1.26	5.44	1.35	8.68	7.48	1.21	2.48	2.12	5.89
4	1.39	5.35	2.66	8.41	6.25	10.61	1.58	3.87	10.33	5.17	6.40	7.03	4.99	6.40	5.25	8.21	5.25
5	0.17	1.83	3.89	4.47	1.97	3.54	1.98	4.66	2.19	0.68	3.19	2.57	5.57	4.60	2.50	0.79	4.38
6	3.37	5.37	3.48	5.99	0.82	6.09	1.37	0.60	10.20	0.81	0.22	4.11	5.39	0.19	4.23	2.15	0.21
7	0.51	3.26	1.72	1.37	4.16	0.78	1.09	2.71	1.46	0.78	0.28	0.78	2.19	0.13	1.71	4.03	1.86
8	1.31	3.01	4.67	0.26	9.39	4.23	4.11	2.69	5.12	3.57	0.22	0.58	3.19	0.57	5.12	1.13	0.97
9	0.29	1.34	1.80	3.67	0.20	0.34	3.13	1.17	0.35	3.28	1.77	1.68	2.39	1.12	3.85	1.99	3.52
10	4.17	3.36	4.72	2.01	0.34	2.28	3.24	0.89	3.77	0.65	0.40	4.74	2.94	2.41	3.98	0.92	2.74
11	0.97	3.73	1.65	2.44	3.12	2.02	0.61	3.47	2.85	4.09	2.46	3.41	2.66	1.11	1.88	0.15	2.62
12	2.37	1.23	0.39	0.74	4.79	1.97	2.58	1.84	2.75	1.51	3.63	1.82	3.05	1.79	1.62	0.69	0.85
13	1.21	2.59	2.10	3.21	4.58	1.79	1.07	1.68	0.84	0.39	3.05	0.19	1.69	3.37	0.43	3.52	1.20
14	2.21	1.21	2.74	0.17	5.50	2.01	3.03	0.60	2.26	0.43	0.30	1.51	1.32	0.90	3.31	4.07	0.09
15	1.12	2.62	4.11	2.60	0.11	3.88	2.70	2.74	2.17	1.61	3.05	4.14	2.21	0.12	1.60	0.57	1.84
16	0.83	0.90	0.92	2.44	1.55	0.19	0.89	1.68	0.14	0.49	0.79	0.82	2.19	0.49	3.17	3.57	2.68

17	0.18	0.16	0.07	0.44	1.48	1.46	0.79	2.78	1.40	1.77	0.32	1.00	0.40	0.99	0.09	1.96	1.27
18	2.22	0.07	1.55	0.28	1.19	1.43	1.78	0.56	0.14	0.24	0.20	1.07	1.47	0.50	2.85	1.95	1.38
19	1.82	0.70	1.50	0.63	0.50	1.36	0.70	2.24	1.83	1.67	0.92	2.33	3.12	0.32	2.02	0.17	0.51
20	1.00	0.27	0.99	0.39	2.80	1.00	0.20	1.11	1.27	1.48	0.83	0.64	1.74	1.00	1.58	2.34	0.64
21	0.87	1.60	0.09	0.20	4.30	0.26	0.34	2.03	0.45	0.29	0.58	1.03	1.77	0.83	0.89	0.54	0.04
22	6.06	1.97	0.02	1.32	0.21	2.24	0.39	2.96	17.24	1.32	3.95	1.34	0.08	0.98	0.14	0.64	2.45
23	0.50	1.12	1.74	3.09	1.35	0.30	0.78	1.26	2.25	1.58	2.19	0.40	1.79	3.41	2.38	3.17	2.31
24	0.22	0.65	0.77	1.96	0.72	1.70	0.11	0.59	0.68	0.61	0.97	2.08	1.12	0.69	4.16	1.92	0.47