



2016 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：A

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）：201518001016

所属学校（请填写完整的全名）：国防科学技术大学

参赛队员（打印并签名）：

1. 胡 玥
2. 王 曦
3. 董 仕

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名)：

日期： 2015 年 4 月 19 日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

2016 湖南省研究生数学建模竞赛

编号专用页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可供评阅时使用）：

[illegible]

湖南省第二届研究生数学建模竞赛

题 目 国家电网电容器投标报价策略

摘 要：

随着电容器等电力设备的采购实行招投标制度，而且投标报价问题逐渐呈现复杂化、多批次化的新趋势，如何制定合理的报价策略，进而在投标竞争中取胜，关系着设备制造企业的经济效益乃至生死存亡。

本文是对连续批次、下浮系数可变的投标报价问题的研究。通过对区间平均下浮双边曲线算法的深入研究，定性分析下浮系数及减分速率指数对报价的影响，同时考虑可变的下浮系数，建立连续批次的动态报价模型。

针对问题 1，我们通过分析区间平均下浮双边曲线算法中的价格得分函数的函数性质，得出以下结论：①.当评标总价 P 等于基准价时，投标人的价格得分为满分；②.评标总价 P 越接近基准价 B ，价格得分越高；③.当评标总价 P 大于或小于基准价 B 时，都有相应的扣分，且评标总价高于基准价的扣分比评标总价低于基准价的扣分多。进一步建立可变下浮系数的最优报价模型，在不同的下浮系数下，分析最优报价的变化情况，得出最优报价随着下浮系数增大而减小的结论。同理分析不同的减分速率指数对于最优报价的影响，发现减分速率指数只影响最后的价格得分，并不影响最优报价。

针对问题 2，由于不同批次、同种配置的货物包报价不同，首先确定每种货物的平均报价，进而基于问题 1 所建立的最优报价模型，研究同种货物、相邻批次的最优报价之间的关系，建立连续批次的动态报价预测模型：

$$P_{i+1}^* = k_i \cdot P_i^* = \frac{(m_{i+1} - 1)(1 - a_{i+1})}{(m_i - 1)(1 - a_i)} \cdot \frac{m_i - 1 + a_i}{m_{i+1} - 1 + a_{i+1}} \cdot \frac{f(B_i)}{\bar{X}_i} \cdot P_i^*.$$

经检验，该模型是合理的。

针对问题 3，从合容电气公司的角度出发，利用问题 2 的模型预测该公司 2014 年第 4 批次指定的 12 个货物包的报价，结果如下表所示。

包号	预测报价（万元）	包号	预测报价（万元）	包号	预测报价（万元）
24	89.3102	57	157.5889	74	21.0617
29	88.3163	62	66.2616	76	102.8115
41	75.1918	66	113.6507	84	117.28
42	77.9053	71	78.1025	87	141.196

针对问题 4，结合关于投标报价问题的研究结论，向国家电网提出了几条有关招投标方法改革的建议。

关键词 区间平均下浮双边曲线算法 可变下浮系数 减分速率指数
连续批次的动态报价预测模型 投标报价策略

1. 问题重述

电力工业是国家的基础行业，是国民经济发展的基石。随着电力设备的采购实行招投标制度，电力行业迅速掀起竞争的浪潮。然而，招投标所面向的经济对象不断地大型化、复杂化、多批次化，从而给投标决策提出新的问题。于是，电力设备制造企业如何运用有效的投标报价策略、制定合理的报价，进而在投标竞争中取胜，关系着投标企业的经济效益乃至企业的生死存亡。

国家电网 2013 年至 2015 年每年举行 6 批电容器类货物的招标，每批又分若干包，不同包包含的电容器规格、数量不同。另外，参加投标厂家每年基本固定，主要厂家有 17 家左右。

国家电网在 2013 年-2014 年采用的是综合评标法进行招标。该评标办法（以总分 100 分计）中，技术、价格、商务分别占 30%、60%、10%，假定各厂家在技术、商务方面实力基本相当，则招标部门只需通过价格得分来决定中标厂家。各投标厂家价格得分的计算采用区间平均下浮双边曲线算法。

实际投标中，由于竞争对手的投标策略是随着市场环境及自身条件的变化而变化的，因此，对货物配置相同的包，同一厂家在不同批次中的报价也可能是不同的。还需要考虑价格下浮比例以及减分速率指数对报价的影响。

附件 1 给出了 2013 年至 2014 年共 6 批货物发包清单，附件 2 给出各批部分包的价格得分情况，附件 3 给出了各种型号电容器的最高限价。请研究以下问题：

1. 试对国家电网采用的区间平均下浮双边曲线算法作全面研究分析，给出对投标方有价值的研究结论。特别地，下浮系数及减分速率指数的调整对报价有何影响？
2. 假设你负责合容电气公司的投标，请在对 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据进行分析的基础上，建立该公司的报价模型以提高中标率。
3. 根据你所建立的模型，给出合容电气公司对 2014 年第 4 批以下指定各包的具体报价：包 24，包 29，包 41，包 42，包 57，包 62，包 66，包 71，包 74，包 76，包 84，包 87。
4. 请在分析研究的基础上给出关于国家电网招投标方法改革的合理化建议。

2. 问题分析

投标报价问题实质上是一个不完全信息的静态博弈过程。所谓不完全信息，是指各投标厂家无法完全掌握竞争对手的投标信息，而对于曾经交过手的已知竞争者，也只具备他们的历史报价数据，同时，参与者的投标策略随着市场环境及自身实力的变化而变化，所以，竞争对手当前的报价策略是不得而知的。所谓静态博弈，可以认为投标报价是同时采取的行动。博弈参与者，即投标厂家在互相保密的情况下做出报价决策，而后，招标人按照相关文件设定的评标方法决定中标厂家。其核心问题是各投标厂家如何制定合理报价，使得中标可能性及中标收益最大。

问题 1 中，国家电网采用区间平均下浮双边曲线算法用于综合评标，以各投标厂家在有效报价范围内的报价平均值的下浮调整后的结果作为基准价（即标底），根据评标总价与基准价之间的大小关系，计算出最终的价格得分。价格得分越高，

中标可能性越大。于是，以算法原理为基础，分析影响价格得分的诸多因素，比如，基准价、竞争对手的报价、下浮系数以及减分速率指数等等，再结合附件所给数据，定性研究上述因子对最优报价以及中标报价的影响。最后，基于上述分析结果，以最大价格得分为目标，提出对投标方有价值的研究结论。

问题 2 中，作为合容电气公司的投标人，在熟悉所有竞争对手实力及投标策略的前提下，如何根据已有的投标经验和客观数据，建立合理的报价模型，最大化合容电气公司的中标可能性是研究投标报价策略的核心问题。然而，实际的招投标问题呈现复杂化、多批次化的特点，具体的，竞争对手的投标策略会随着市场环境及自身条件的变化而变化，对于己方投标人而言，很难准确预测竞争对手的实际报价，故准确估计其他竞争对手的报价策略对于投标人而言至关重要；另外，实际报价不仅与投标人的历史报价策略有关，也与当前的招标环境及自身条件有关，投标厂家对于不同批次的同等货物的报价往往存在差异，故连续批次货物的下浮系数是需要考虑的因素；还有，招标人采用的评标方法本身赋予所有招标人的报价策略一种内在的复杂联系，随机性更大，从而使合理制定报价变得更加困难。

附件中不同包配置的货物类型、数量不同，所以，研究不同投标厂家对不同货物包的报价不太可行。然而，每个包是所有电容器类货物的按需组合，且电容器类货物的所有种类可统计得到，于是，有必要从已知数据确定每类货物的平均报价。

针对多批次的报价问题，需要考虑连续批次的下浮系数对报价的影响，从而根据前一批的已知统计数据计算该投标厂家当前批次的最优报价，于是，建立可变下浮系数的动态报价预测模型。

问题 3 中，利用问题 2 中建立的最优报价模型，结合附件所给历史数据，预测 2014 年第 4 批次指定各包的合理报价，使得中标可能性最大化。

问题 4 中，结合模型的优缺点以及现有的评标方法本身的特点，提出关于国家电网招投标方法改革的几点建议。

3. 模型假设

- 1) 假设投标厂家在技术和商务方面实力相当；
- 2) 假设计算基准价的区间设定为全部有效投标报价算术平均值的 80%~115%；
- 3) 由于参加投标的 17 家设备制造厂家每年基本固定，故假设投标人具备充分的项目投标经验且对招标方以及项目本身的要求有全面认识，并充分掌握己方企业以及竞争对手的竞标实力和经营现状；
- 4) 假设所有厂家以非合作形式参与投标，即不存在竞争对手之间的合作联盟；
- 5) 假设各批次只考虑 10kv 的包且只考虑框架式电容器成套设备；

4. 符号说明

符号	说明	备注
x_i	投标厂家的初始报价（万元）	$i = 1, 2, \dots, n; n = 17$
A	所有报价的算数平均值（万元）	—
x'_i	投标厂家的有效报价（万元）	$i = 1, 2, \dots, m; m < n$
A'	有效报价的算数平均值（万元）	—
B_i	第 <i>i</i> 批次的基准价（万元）	$i = 1, 2, \dots, 5$
$\bar{X}'_i$	第 <i>i</i> 批次除投标人外的其余投标厂家有效报价的算术平均值（万元）	$i = 1, 2, \dots, 5$
P_i^*	第 <i>i</i> 批次投标人的最优报价（万元）	$i = 1, 2, \dots, 5$
a_i	第 <i>i</i> 批次基准价的下浮系数	$i = 1, 2, \dots, 5$
m, n	减分速率指数	—
k_i	第 <i>i</i> + 1批次最优报价与第 <i>i</i> 批次最优报价之比	$i = 1, 2, \dots, 5$

5. 模型的建立、求解与检验

5.1 区间平均下浮双边曲线算法

由假设 1 知，不考虑各投标厂家在技术和商务方面的差异，则价格得分的高低是能否中标的关键，国家电网采用区间平均下浮双边曲线算法进行评标。

设某种配置货物包有 n 个设备制造厂家参与投标活动，报价分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则所有报价的算数平均值为，

$$A = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right). \quad (1.1)$$

由假设 2 知，计算基准价的有效区间为 $[0.8A, 1.15A]$ ，若设 n 个投标厂家中有 m 个厂家的报价落入该有效区间，且这 m 个厂家的报价对应的初始报价为 $x'_1, x'_2, \dots, x'_m$ ，则有效报价的算术平均值为，

$$A' = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m x'_i \right). \quad (1.2)$$

投标厂家对不同批次、同一个包的报价会因市场环境的变化而做出相应的下浮调整，于是，基准价是在有效报价的算术平均值基础上进行相应的下浮调整得到的，

$$B = A' \times (1 - a). \quad (1.3.1)$$

其中， a 为价格下浮系数，与货物所属批次有关。如果 $m = n$ ，即全部报价均在有效区间 $[0.8A, 1.15A]$ ，则有 $A' = A$ ，于是，基准价为，

$$B = A \times (1 - a). \quad (1.3.2)$$

记投标人的评标总价为 P ，则其价格得分为，

$$S = \begin{cases} \left(\frac{B}{P}\right)^n \times 100, & P \geq B \\ \left(\frac{P}{B}\right)^m \times 100 = \left(\frac{B}{P}\right)^{-m} \times 100, & P < B \end{cases} \quad (1.4)$$

其中， m, n 为减分速率指数，通常取 $m = 0.6, n = 1.5$ 。

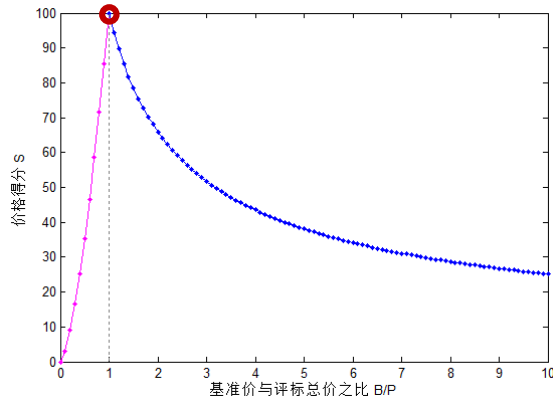


图 1. 基准价/评标总价(B/P)与价格得分 S 的关系

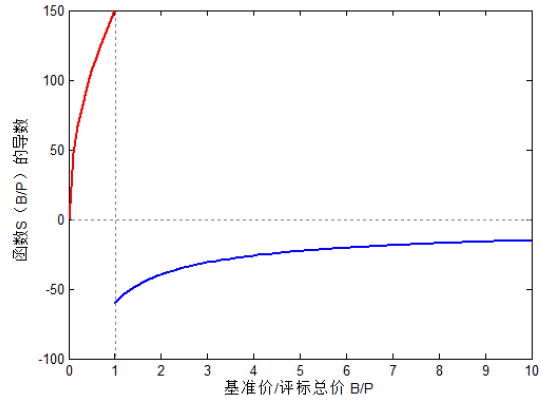


图 2. 价格得分函数的导函数图像

价格得分关于基准价与评标总价之比的函数图像如图 1 所示，其导函数图像如图 2 所示。由函数性质及图像可知，

- 1) 当 $P = B$ 时，即投标人的评标总价等于基准价，其价格得分取得最大值（满分），由此可见，报价越接近基准价，得分越高；
- 2) 由图 1 得分函数的单调性可知，当 $P > B$ ($\frac{B}{P} < 1$) 或 $P < B$ ($\frac{B}{P} > 1$) 时，即评标总价大于或小于基准价时，都有相应的扣分。
- 3) 由图 2 函数导数的变化知，在评标总价大于基准价时，得分函数斜率变化越来越大，而在评标总价小于基准价时，得分函数斜率变化越来越小。或者从图 1 的最高点出发，可以理解为评标总价高于基准价的扣分比评标总价低于基准价的扣分高。可见，评标总价越接近基准价，越能中标。

另外，区间平均下浮双边曲线算法得到的基准价难以预测，因为基准价取决于所有投标厂家的报价，并不由招标方单方面决定。加之，各投标厂家既想中标又想最大化利润，但由于报价高于基准价的扣低于报价低于基准价的扣分，所以，要想通过高报价中标似乎很难成功，这样一来，招标人迫使参与投标的各设备制造厂家相互竞争。与此同时，最低价格竞标往往也不能成功，从而避免亏本竞标的存在，保证投标厂家的微利。总而言之，该算法使得投标价格正好符合“合理低价中标”的原则。

5.1.1. 可变下浮系数的最优报价模型

上述对区间平均下浮双边曲线算法的研究只考虑下浮系数和减分速率指数为常数的情况，然而，事物往往受多重因素影响，并不是一成不变的。实际招标中连续批次货物的下浮系数是变化的。要研究下浮系数对报价的影响，我们有必要保证其他可变因子保持不变。

于是，基于区间平均下浮双边曲线算法建立可变下浮系数报价模型，研究下浮系数对最优报价的影响。

• 模型的建立

假设 n 个设备制造厂家参与某货物包的投标活动，其中己方投标人的最优报价记为 P^* ，其余 $n-1$ 个设备制造厂家的报价分别为 $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ ，则所有报价的算术平均值为

$$A = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n-1} x_i + P^* \right). \quad (1.5)$$

设 m 个投标厂家（含己方投标厂家）的报价落入有效区间 $[0.8A, 1.15A]$ ，且其余投标厂家的报价分别记为 $x'_1, x'_2, \dots, x'_{m-1}$ ，则有效报价的算数平均值为

$$A' = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^{m-1} x'_i + P^* \right). \quad (1.6)$$

那么，基准价为，

$$B = A' \times (1 - a) = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^{m-1} x'_i + P^* \right) \times (1 - a) \quad (1.7)$$

其中，变量 a 为下浮系数，又由下浮系数固定的得分函数（式 1.4）知，报价越接近基准价，得分越高，则最优报价

$$P^* \approx B \quad (1.8)$$

于是，联立式(1.7)、(1.8)，有方程

$$P^* \approx B = \frac{1-a}{m} \left(\sum_{i=1}^{m-1} x'_i + P^* \right) \quad (1.9)$$

整理得投标厂家的最优报价为，

$$P^* \approx \frac{(m-1)(1-a)\bar{X}'}{m-1+a} \quad (1.10)$$

其中， $\bar{X}'$ 为除己方投标厂家外的其余 $m-1$ 个设备制造厂家的有效报价的算数平均值。

• 模型的求解

取 $a \in [0, 0.2]$, $\bar{X}' = 500$, $m = 15$ ，则最优报价随下浮系数的变化图像如图 3 所示。

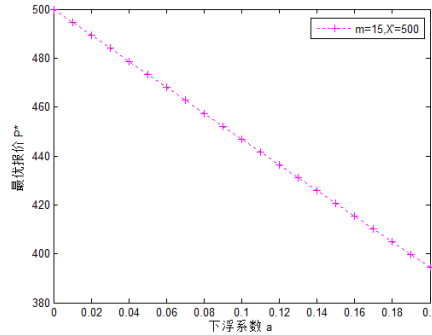


图 3. 最优报价关于下浮系数的函数图像 ($m=15, \bar{X}' = 500$)

由图 3 可知，下浮系数与最优报价之间呈近似的线性关系，即随着下浮系数的增大，最优报价逐渐减小，且当下浮系数 $a = 0$ 时，最优报价即为有效报价的算术平均值。

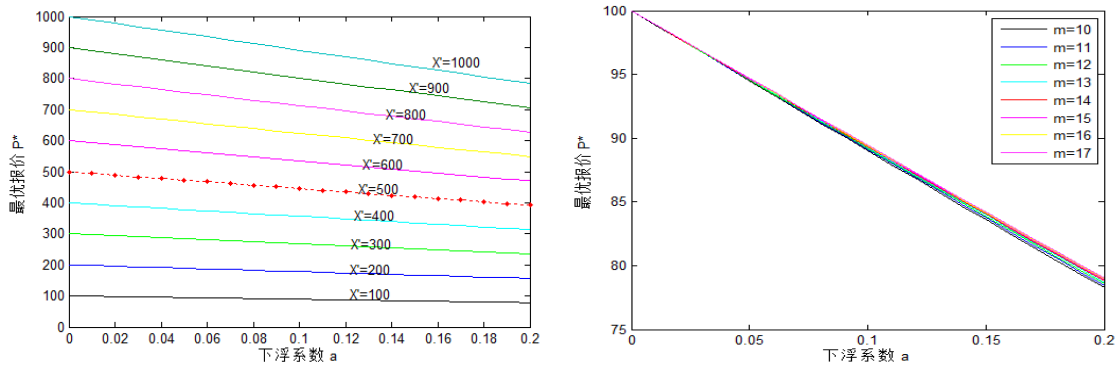


图 4. 最优报价关于下浮系数的变化图像（考虑不同的参数 $\bar{X}$ 和 m ）

图 4 分别是在不同的参数 $\bar{X}$ 和 m 下，最优报价随这下浮系数增大的变化图像，可见， $\bar{X}$ 、 m 的不同取值对于最优报价关于下浮系数的影响是一致的，所以，只考虑特定的 $\bar{X}$ 和 m 来分析下浮系数调整对报价的影响是合理的。

• 模型的检验

从附件 2 提取不同批次、相同配置货物包的二元数据对<下浮系数，基准价>，得到表 1 所示数据。

表 1 附件 2 中提取的数据

货物批次	201305	201306	201401	201402
包号	21	7	20	18 ($\times \frac{3}{4}$)
下浮系数 a	5%	5%	3%	5%
基准价 B	96.0454	97.8334	96.6658	123.5293 (92.6470)
有效投标数	15	16	11	12
有效报价均值	101.1004	102.9825	99.6555	130.0308 (97.5231)
中标价	95.75	98.0694	93.68	123.16 (92.37)
价格得分	59.89	59.78	58.88	59.89
中标人	合容	苏容	合容	库柏

这里，以基准价作为最优报价，价格得分是加权（60%）后的结果，其中 2014 年第一批的包 20 货物组合（3 组 9 台）的数量是 2014 年第 2 批包 18 货物（4 组 12 台）的四分之三，于是，其基准价、有效投标均值、中标价均乘以 0.75 得到同样配置的货物数据。由表中红色数据可知，随着下浮系数从 3%调整为 5%，相同配置货物的最优报价从 96.6658 万元减少到 92.6470 万元。

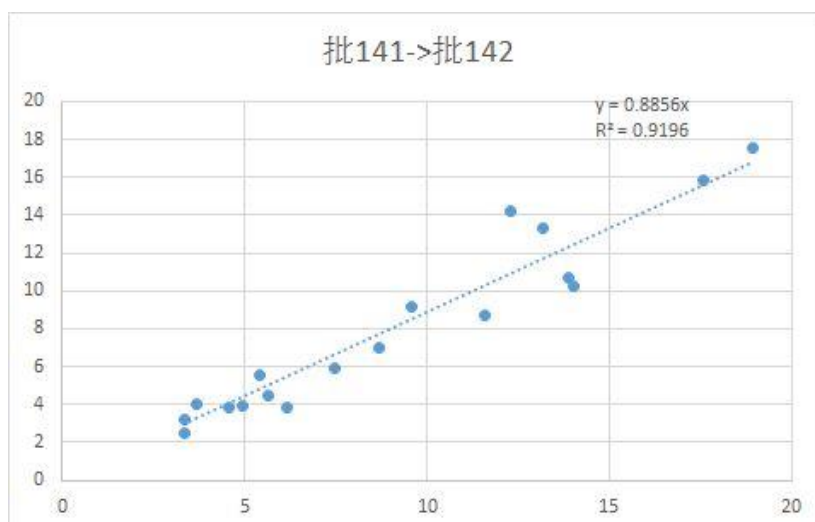


图 5. 2014 年第 1 批次到 2014 年第 2 批次的基准率变化

另外，统计数据，得到 2014 年第 1 批次到 2014 年第 2 批次的基准价的变化情况如图 5 所示，可见，可变下浮系数的最优报价模型是合理的。

5.1.2. 减分速率指数的影响

减分速率指数决定着评标总价大于或小于基准价时扣分的大小。于是，要研究该因子对报价的影响，对于式（1.4）得到的价格得分函数

$$S = \begin{cases} \left(\frac{B}{P}\right)^n \times 100, & P \geq B \\ \left(\frac{P}{B}\right)^m \times 100 = \left(\frac{B}{P}\right)^{-m} \times 100, & P < B \end{cases}$$

分别为 m, n 赋予题目所给的两组值，通过研究函数图像（如图 5 所示）的变化分析减分速率指数对报价的影响。

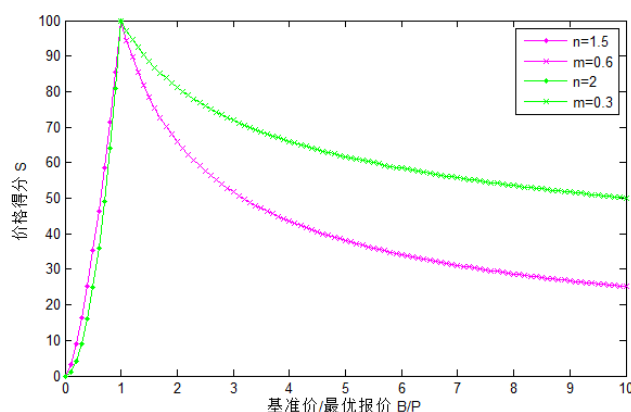


图 6. 减分速率指数对价格得分的影响

由图 6 可知，随着 n 值的增大，评标总价高于基准价时的扣分幅度增大；而随着 m 值的减小，评标总价低于基准价时的扣分幅度减小。但是，由得分函数知，减分速率指数在基准价和投标人的评标总价给定时，只影响最后的价格得分，并未直接影响投标者的报价，仅在连续批次相同货物报价时，根据基准价和价格得分的变化对下一批的报价做出适当的调整。具体而言，当投标人发现此次报价低于基准价但价

格得分却高于前一轮得分时，则会在此次投标过程中提高该货物的报价；当投标人发现报价低于基准价且得分更低，则会稍微降低此货物的报价。

5.2 连续批次的动态报价模型

当招标人采用区间平均下浮双边曲线算法来评标时，由式（1.4）可知，价格得分取决于基准价与评标总价的大小关系，又由式（1.7）知，基准价取决于其余投标人有效报价的算术平均值 A' 以及当前批次的下浮系数 a 。于是，根据历史数据准确把握其余投标人的报价策略并确定连续批次间基准价的动态变化关系很重要。然而，货物包的报价因配置货物种类及数量的不同往往很难预测，故预测所有不同种类货物的平均报价，进而通过包内所含货物的报价之和来估计不同招标厂家对每一个货物包的报价。

5.2.1 不同货物平均报价预测模型

• 模型的建立

设某批次有 n 个货物包（覆盖所有 m 个电容器货物种类）， $A=\{a_{ij}\}$ 为每个包所含货物的数量矩阵， a_{ij} 为第 i 个包中包含的第 j 种货物的数量； $B=\{b_{ij}\}$ 为该批次所有厂家对所有包的报价矩阵， b_{ij} 为第 j 个投标厂家对第 i 个包的报价； $X=\{x_{ij}\}$ 为投标厂家对所有货物的报价矩阵， x_{ij} 为第 i 个投标厂家对第 j 种货物的报价，于是，得方程组

$$\begin{aligned} A \cdot X &= B \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nm}x_m = b_n \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

• 模型的求解

根据题目的描述与对相应数据的统计分析，可将模型中的所有电容器归结为49种类型的组合商品，即 $m=49$ ；且由题意，已知5批次货物包的报价，那么，对应的5个方程组为，

$$\begin{cases} A_{135} \cdot X_{135} = B_{135} \\ A_{136} \cdot X_{136} = B_{136} \\ A_{141} \cdot X_{141} = B_{141} \\ A_{142} \cdot X_{142} = B_{142} \\ A_{143} \cdot X_{143} = B_{143} \end{cases}$$

其中，下标为对应批次号，A、B的具体元素值通过对附件1、2所有数据处理得到，采用matlab编程求解上述方程组，解得5个批次中17家投标企业的对不同货物的报价，见附录1中的数据，其中，17家投标厂家对2013年第5批前10种货物的报价如表2所示。

表 2. 17家投标厂家对2013年第5批前10种货物的报价

货物号 厂家号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	22.19	2.53	5.19	1.78	11.18	5.84	10.27	8.13	11.78	9.08

2	27.94	1.98	0	3.55	10.25	9.12	6.68	3.13	0	6.04
3	24.56	1.87	0	3.19	8.58	6.04	7.46	7.38	0.61	9.26
4	17.65	3.32	5.09	1.81	9.54	5.47	15.86	7.32	8.95	13.44
5	22.07	2.95	0	2.34	8.80	7.04	12.72	5.20	4.12	7.22
6	17.55	3.58	1.87	0.94	7.73	4.74	4.72	3.61	4.05	10.28
7	20.63	2.47	4.65	1.90	10.86	4.85	17.08	9.02	13.36	12.04
8	23.98	2.47	3.22	3.41	9.27	8.35	5.48	3.72	2.31	12.07
9	18.85	2.83	0	1.80	11.12	4.69	14.59	7.58	5.86	10.17
10	16.29	3.46	4.51	2.43	10.54	4.50	12.40	6.29	9.41	10.39
11	23.45	2.33	2.61	2.51	11.18	7.79	8.99	5.49	4.02	10.26
12	24.70	1.19	8.16	2.76	3.21	6.61	0	0	0	16.03
13	18.49	2.91	5.27	2.22	10.62	4.57	15.26	7.77	7.88	9.48
14	18.88	1.84	3.33	2.26	9.14	4.55	10.72	5.64	8.84	12.11
15	20.32	2.50	0	1.92	7.42	6.32	5.67	1.83	0	9.95
16	17.79	2.99	3.39	2.77	11.61	5.02	21.83	7.33	14.19	13.06
17	23.84	0	0	0	30.69	0	0	0	0	0

5.2.2 可变下浮系数的动态报价模型

在 5.1.1 小节中，我们已经定性研究同一批次货物的下浮系数对最优报价的影响，发现下浮系数的调整对报价影响非常大。对于上述给定的数据，分别计算顺容公司 5 个批次的所有货物包的平均报价，并绘制连续两批次报价的关系图（如图 7）。

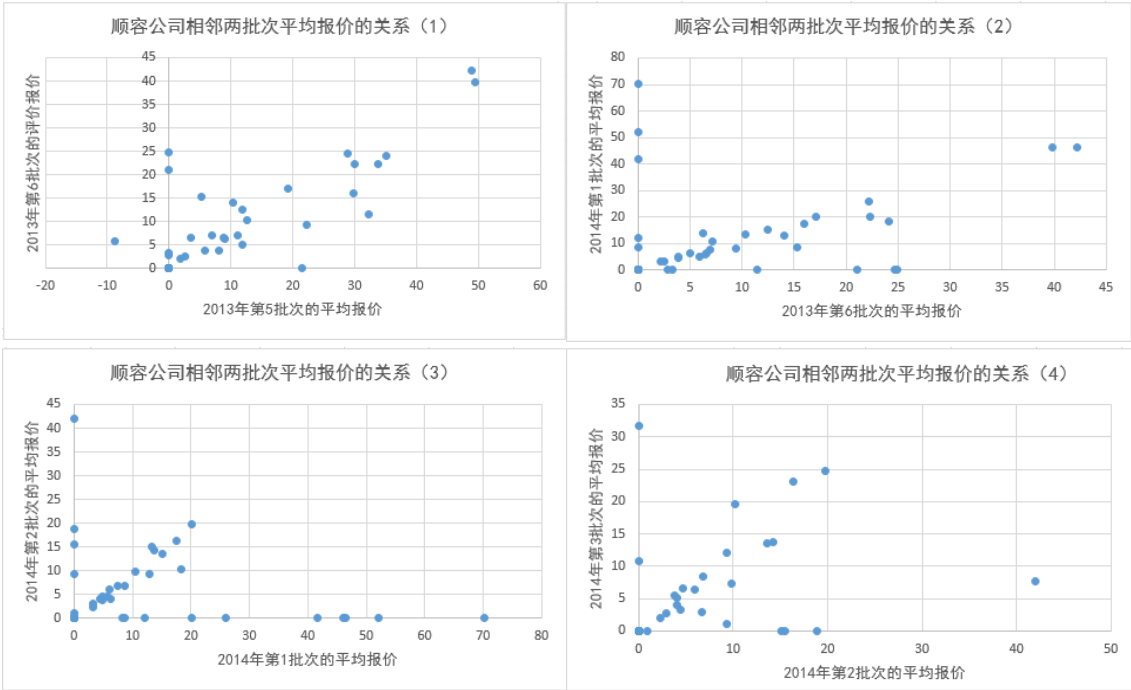


图 7. 顺容公司相邻两批次平均报价的关系分布图

由图 6 的连续两批次的分布可以看出，大致呈现出线性关系，即第 $i+1$ 批的报价 X_{i+1} 与第 i 批的报价 X_i 有关，且存在系数变量 k ，满足

$$X_{i+1} = k \cdot X_i. \quad (2.2)$$

另外，由式 (1.8) 知，最优报价 P^* 可以认为是投标厂家报价的线性组合，那么，必然也满足上述关系，即有

$$P_{i+1}^* = k_i \cdot P_i^*. \quad (2.3)$$

• 模型的建立

式 (1.10) 给出可变下浮系数的最优报价模型，

$$P^* \approx \frac{(m-1)(1-a)\overline{X'}}{m-1+a} \quad (2.4)$$

则第 i 批货物包的最优报价为

$$P_i^* \approx \frac{(m_i-1)(1-a_i)\overline{X'_i}}{m_i-1+a_i} \quad (2.5)$$

其中， m_i 为第 i 批投标活动中落入有效报价区间 $[0.8A, 1.15A]$ 的投标厂家有 m 个， $\overline{X'_i}$ 为 m_i-1 家投标企业的有效报价的算术平均值， a_i 为第 i 批次基准价的下浮系数。同理设第 $i+1$ 批投标活动中参与竞标的有 n_{i+1} 家设备制造厂家，其中， m_{i+1} 家的报价落入有效区间，除过己方投标人外，其余 $m_{i+1}-1$ 家企业的报价分别为 $x'_{i+1,j}$ ，

$j=1,2,\dots,m_{i+1}-1$ ，则最优报价 P_{i+1}^* 为

$$P_{i+1}^* \approx \frac{(m_{i+1}-1)(1-a_{i+1})\overline{X'_{i+1}}}{m_{i+1}-1+a_{i+1}} \quad (2.6)$$

其中， $\overline{X'_{i+1}}$ 为除己方投标厂家外的其余 $m_{i+1}-1$ 家投标企业的有效报价的算术平均值， a_{i+1} 为第 $i+1$ 批次基准价的下浮系数。

联立式 (2.3)、(2.5)、(2.6)，有

$$\begin{aligned} k_i &= \frac{P_{i+1}^*}{P_i^*} \approx \frac{\frac{(m_{i+1}-1)(1-a_{i+1})\overline{X'_{i+1}}}{m_{i+1}-1+a_{i+1}}}{\frac{(m_i-1)(1-a_i)\overline{X'_i}}{m_i-1+a_i}} \\ &= \frac{(m_{i+1}-1)(1-a_{i+1})}{(m_i-1)(1-a_i)} \cdot \frac{m_i-1+a_i}{m_{i+1}-1+a_{i+1}} \cdot \frac{\overline{X'_{i+1}}}{\overline{X'_i}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中， k_i 为第 i 批最优报价到第 $i+1$ 批最优报价的变化系数，上式中第 $i+1$ 批次除己方投标厂家外的其他 $m_{i+1}-1$ 个投标厂家的有效报价的算术平均值为 $\overline{X'_{i+1}}$ 是未知的，所以，通过此式预测第 $i+1$ 批的最优报价是不可行的。

于是，我们试图寻找 $\overline{X'_{i+1}}$ 与已知量的关系，从而对式 (2.7) 进行近似替换，得到可行的预测模型。由式 (1.9) 知，

$$\begin{aligned} B_i &= \frac{1-a_i}{m_i} \left(\sum_{i=1}^{m_i-1} x'_i + P_i^* \right) \\ &= \frac{1-a_i}{m_i} [(m_i-1)\overline{X'_i} + P_i^*] \end{aligned}$$

$$= (1 - a_i) \left[\overline{X'_i} + \frac{P_i^* - \overline{X'_i}}{m_i} \right]$$

由于 P_i^* 近似等于 $\overline{X'_i}$ ，故 $B_i \approx (1 - a_i)\overline{X'_i}$ ，可见第 i 批货物的基准价与其余 $m_i - 1$ 个有效报价的算术平均值有关，即有

$$\overline{X'_i} \approx \frac{B_i}{1 - a_i} \quad (2.8)$$

实际报价中，相同配置的货物包在后一批次的报价需要参考前一批次的报价进行适当的调整，所以， B_{i+1} 与 B_i 存在某种关系，那么，我们猜想 $\overline{X'_{i+1}}$ 与 B_i 也存在着某种关系

$$\overline{X'_{i+1}} = f(B_i) \quad (2.9)$$

具体的函数关系形式需要从历史数据中挖掘，至此，连续批次的最优报价预测模型可由已知数据计算得到，即

$$P_{i+1}^* = k_i \cdot P_i^* = \frac{(m_{i+1} - 1)(1 - a_{i+1})}{(m_i - 1)(1 - a_i)} \cdot \frac{m_i - 1 + a_i}{m_{i+1} - 1 + a_{i+1}} \cdot \frac{f(B_i)}{\overline{X'_i}} \cdot P_i^* \quad (2.10)$$

• 模型的求解

在上述预测模型中，最重要的是从历史批次报价数据中挖掘除合容电气公司外的其他投标厂家有效报价的算术平均值关于前一批基准价的函数关系。

问题 3 要求通过上述模型给出合容电器对指定各包的报价预测。首先，通过对附件给出的 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批报价数据，借助 Matlab 和 Excel 分析和处理数据，并根据式 (2.7) 计算得到合容公司相邻两批次的货物最优报价间的比例系数见表 3，

表 3. 相邻两批次的最优报价间的比例系数

i	1	2	3	4	5
k_i	0.76	0.875	0.80	0.87	0.92

将上述结果代入式 (2.10)，计算得到对应 2014 年第 4 批指定货物包的最优报价，该报价为表 4 中的预测报价。

表 4. 相同货物的预测报价以及前一批基准价

基准价	9.8038	39.7192	2.1388	1.6212	0	2.6334
预测报价	9.4008	35.9252	2.3402	5.8614	4.1197	2.1979
基准价	6.6413	3.8488	8.5233	0	0	3.4785
预测报价	7.5671	4.0119	8.5346	3.4913	0	3.3645
基准价	10.3387	4.7773	11.4284	3.9588	16.0520	3.3958
预测报价	11.0483	4.4406	11.9580	4.6816	15.5198	4.0098
基准价	16.4133	5.6130	22.3238	4.2786	7.7521	28.9617
预测报价	14.8064	5.0956	21.2935	6.4338	6.8743	21.0598

• 模型的检验

在上述预测结果基础上，画出相同货物预测报价以及前一批基准价（见表 4）二者关系的散点分布图，如图 7 所示。

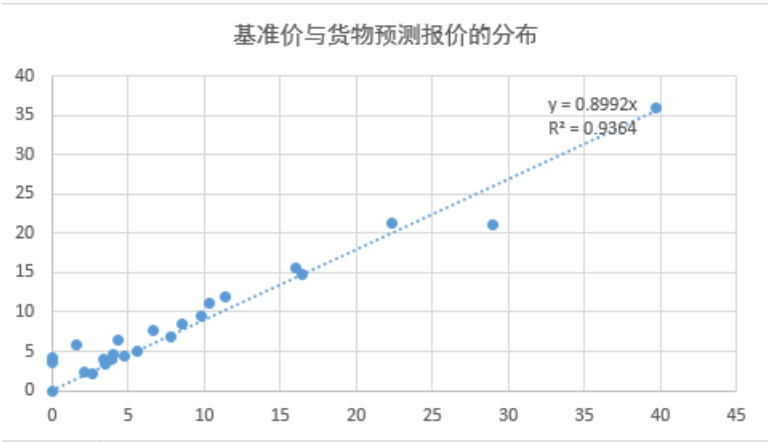


图 8. 货物基准价与预测报价的关系

由图 8 可以看出，上一批基准价与预测报价有着一定的线性关系，该模型预测的报价符合之前建立的模型，在误差限允许范围内，中标的概率也应该可以有个较大的提高。

通过上述建立的模型得到的货物预测报价，我们可以求得 2014 年第四批所指定包的预测报价，报价如表 5 所示。

表 5. 2014 年第 4 批指定包的报价预测结果

包号	预测报价（万元）	包号	预测报价（万元）	包号	预测报价（万元）
24	89.3102	57	157.5889	74	21.0617
29	88.3163	62	66.2616	76	102.8115
41	75.1918	66	113.6507	84	117.28
42	77.9053	71	78.1025	87	141.196

5.3 关于国家电网招标投标方法改革的建议

投标报价策略是指投标方参与投标竞争的方式和手段，目的是竞争，竞争的重点是技术、质量、价格、管理、经验和信誉等综合实力，根据上述研究结论，特向国家电网提出关于招投标方法改革的几点建议。

- 1) 合理的评价方法对于保障投标人的公平性以及保证招标人的项目完成质量至关重要。目前采用的综合评标法只考虑技术、价格和商务，且比例分别为 30%、60%和 10%，而现实中的招投标活动往往复杂的多，涉及的影响因素也更多，所以，建议增加更多影响因素并调整占比；
- 2) 不同的招标项目侧重点不同，即招标人的意图及喜好不同。建议投标人根据招标人意图制定灵活性高的报价策略，比如，设备技术要求高、难度大，则投标

人的报价可以稍微高些；对于刚刚起步的企业，则可以通过较低价格和较高质量来占领市场；

- 3) 相同配置的货物包，投标厂家可以按照“合理低价中标”的原则制定合理的报价策略；
- 4) 区间平均下浮双边曲线算法的基准价完全依赖于投标厂家的报价，当出现投标人恶意串通，或者工程项目过于复杂，可能会导致投标人做出的预算与合理价格存在较大偏差。于是，建议采用复合标底，即综合招标人的自编标底和投标人报价来确定基准价，这样综合投标方和招标方两方面的因素，使招标过程更加公正。

6. 模型的评价与扩展

6.1 模型的评价

• 优点

- 1) 大多数传统的工程项目投标报价决策问题都是基于概率统计或者博弈论知识所建立的静态模型，本文的模型针对实际项目报价多批次化的问题，充分考虑不同批次报价之间的动态调节关系，建立基于历史数据的动态报价预测模型，能够准确把握竞争对手的现状并制定出切实合理的报价策略，使得中标的可能性最大化。
- 2) 本模型思路清晰、原理简单，易于理解，求解过程较为容易。

• 不足与改进

模型所求得的报价是在投标厂家技术、商务实力相当的假设前提下才能确保中标可能性最大，然而，现实并不是这么简单，综合评标法当考虑这单方面的加权得分时，此模型未必能够提高中标可能性。另外，模型仅考虑竞争者这一单一的英影响因素，而且竞争者的投标策略并不是一成不变的，鉴于此，综合考虑多方面因素，并建立更完善的模型是为实际投标报价问题制定合理、可行的报价模型的最本质和最有效的方法。

6.2 模型的扩展

鉴于上述模型的局限性及改进思路，需要建立多因素报价决策模型。实际投标过程中，电力设备投标报价决策中涉及诸多定性的因素，分为招标方因素、竞争者因素、投资方因素、项目自身因素以及其他的因素，进一步细化得到如表 3 所示的电力设备投标报价影响因素，

表 4. 电力设备投标报价过程的定性影响因素细化
电力设备投标报价的影响因素

招标方因素	• 招标方实力	投标方因素	• 自身实力
	• 招标流程公平程度		• 企业经营状况
	• 招标方信誉		• 预期利润
	• 招标方偏好		• 电力设备的市场占有率

竞争者因素	• 竞争对手实力 • 竞争对手经验状况 • 竞争对手数量	项目自身因素	• 项目对设备的特殊要求 • 招标设备的采购量 • 供货条件 • 项目收益水平
-------	--	--------	--

结合上述因素综合考虑投标企业，对于招标方和中标方而言更加公平、合理。由于评价因素的模糊性特点，需要采用模糊综合评价方法给出合理打分；再结合神经网络，通过学习历史报价数据，找出不同变量之间的内在联系，从而摆脱评判过程的随机性以及评标专家主观上的不确定性，使得投标决策过程更加科学合理。于是，建立基于模糊综合评价和神经网络的投标决策模型，其中，模糊综合评价对影响因素进行定量化处理，采用 BP 神经网络在历史报价数据上进行训练，从而预测未知的项目报价。

建立模糊报价决策模型的具体过程如下，

- 1) 确定评价因素集，此问题中选取 15 个评价因素，即神经网络的输入节点数为 15；
- 2) 根据各因素的特征对神经网络的输入因子采用“专家打分法”进行分级处理，即为不同投标厂家定量化表示各因素，运用模糊综合评价法得到神经网络的期望输出值；
- 3) 确定 BP 神经网络的结构，即选择输入节点、隐藏层节点以及输出节点；
- 4) 从历史报价数据中选取一定数量的训练样本和测试样本，输入样本后系统按最小均方误差学习规则进行学习，并调整权值矩阵和阈值向量，当误差减小到要求范围后，系统停止学习，权值矩阵确定；
- 5) 输入投标厂家的因素得分，得到相应的报价结果。

参考文献

- [1]. 姜启源. 数学模型 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [2]. 吴新鸣. 博弈论在电力设备投标报价决策中的应用[D]. 华北电力大学(北京) 华北电力大学, 2012.
- [3]. 王彭. 电力设备投标报价决策研究——以国家电网某省公司集中招标项目为例[D]. 山东大学, 2012.
- [4]. 吴元元. 基于模糊数学与人工神经网络的投标报价决策系统[D]. 天津大学, 2003.
- [5]. 黎建强, 詹文杰, 张金隆等. 多风险因素的投标报价决策方法[J]. 运筹与管理, 2002, 11(1):1-10.
- [6]. 冯卫兵. 非合作模式下动态下浮比例连续批次投标报价模型[J]. 西安科技大学学报, 2015(4):505-510.

附录

1. 问题 1 的 matlab 程序: task1.m task2.m task3.m

```
%% task1.m
figure;
x1=0:0.1:1;
y1=x1.^1.5.*100;
plot(x1,y1,'r');
hold on;
x2=1:0.1:10;
y2=x2.^-0.6.*100;
y=[y1,y2];
x=[x1,x2];
plot(x2,y2,'b');

figure;
y11=x1.^0.5.*150;
y22=x2.^(-0.6).*(-60);
plot(x1,y11,'r');
hold on;
plot(x2,y22,'b');
```

2. 问题 2: AllOut.m 用于求解方程组最小二乘解

```
%% AllOut.m
z = 5;
AArray={A135,A136,A141,A142,A143};
BArray={B135,B136,B141,B142,B143};
lenBC = [68,75,181,181,148];
lenBO = [49,45,47,48,24];
A = cell2mat(AArray(z));
B = cell2mat(BArray(z));
AOUT=zeros(lenBO(z),2);
for i=1:20
    TEMP=A;
    a=B(:,i);

    for m=1:lenBC(z)
        if TEMP(m,:) == 0
            a(m) = 0;
        end
    end

    for j=1:lenBC(z)
        if a(j)==0
            TEMP(j,:)=A(j,:).*0;
        end
    end
    AOUT(:,i)=TEMP\a;
end
```

大部分的数据提取过程是在 Excel 中完成的,其他提取数据信息的代码使用到 C++、Java 以及 Matlab 语言,具体代码详见附件文件夹 code\C++、code\Java 以及 code\Matlab,其他统计数据详见附件文件夹 data\Q1、data\Q2、data\Q3.