



## 2016 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：A

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）：201518001\_017

所属学校（请填写完整的全名）：中国人民解放军国防科学技术大学

参赛队员（打印并签名）：1. 刘伟松

2. 王东

3. 陈侨

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名)：

日期： 2014 年 4 月 18 日

---

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

## 2016 湖南省研究生数学建模竞赛

编号专用页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可供评阅时使用）：

[illegible]

# 湖南省第二届研究生数学建模竞赛

题 目

## 国家电网电容器投标报价策略

### 摘 要：

投标报价问题主要就是根据招标方的招标规则以及在该规则下预测竞争对手采用的竞标策略，从而制定自己的最优决策以获得最大收益。该问题的本质是决策最优化问题。利用给定数据，建立每种型号产品的报价方程，基于最小二乘准则得出最优解。然后在小样本预测前提下，引入灰色理论对下一批数据进行预测，基于区间平均下浮双边曲线算法，引入博弈论思想进行决策，建立针对合容公司的最优报价模型。

**问题一：**根据区间平均下浮双边曲线算法公式，对其进行取对数变换和一阶泰勒展开，并通过控制变量法，分析公式中每个参数的影响，得到不同参数对该公式的影响。

根据分析结果，对投标方可给出如下建议：

- (1) 报价  $P$  越靠近基准  $B$ ，得分越高，中标概率越大。
- (2) 投标方可以适当考虑降低报价，有利于增大中标概率。
- (3) 投标方可根据进行下浮系数  $a$  和减分速率指数  $m$  或  $n$  等变化规律进行报价调整。

**问题二：**首先对附件中的数据进行整合，求出不同产品的平均报价，利用 GM 预测理论建立预测模型，假定所有公司采用利润最大化准则进行报价，结合博弈论思想给出合容公司报价模型。利用前四批数据预测第五批数据来进行报价，得到算法报价并和公司报价比较，对该模型进行评价。此模型报价中标率为 7.69%，远高于合容公司真实的中标率 3.85%，在实际中也比较高。由此模型得到的报价平均得分从 43.73 分提高到 53.38，提高了 22%。并且该模型具有良好的稳健性。

**问题三：**针对合容公司，利用问题二中的报价模型，分别对 14 年第 4 批中的包 24 等 12 包产品进行独立报价，得到如下所示的预测报价：

| 包号   | 预测报价（万元）    | 包号   | 预测报价（万元）    | 包号   | 预测报价（万元）    |
|------|-------------|------|-------------|------|-------------|
| 包 24 | 102.1256963 | 包 57 | 131.5315459 | 包 74 | 24.78194056 |
| 包 29 | 77.23429259 | 包 62 | 79.15508205 | 包 76 | 150.081284  |
| 包 41 | 118.6970109 | 包 66 | 120.8870422 | 包 84 | 187.3151747 |
| 包 42 | 96.22603684 | 包 71 | 78.16208017 | 包 87 | 208.2833    |

**问题四：**基于研究结论，对国家电网招投标方法改革提出如下四点建议：

(1) 在国家电网单次招标过程中，可以在合理区间内取多次下浮系数，并计算所有投标方相应的价格得分，加权平均值之后的价格得分作为投标方的最终价格得分。这样可以有效降低投标方报价偶然性等因素的影响，增大招投标的公平性。

(2) 为了有效降低国家电网的采购成本，可以适当调整减分速率指数  $m$ 、 $n$ ，具体而言：适当减少  $m$ ，或者增大  $n$ 。这样可以明显改变基准值两端的减分速率。在一定程度上可以引导投标方降低报价，从而降低采购成本。

(3) 根据投标方的报价实际情况以及国家电网的采购预算等综合情况，再制定相应的下浮系数  $a$  以及减分速率指数  $m$ 、 $n$ ，从而引导公司报价走向，增大国家电网的招标主动权。

(4) 国家电网可根据历次采购经验，综合考虑投标方的信誉，质量，价格以及售后服务等因素，有选择性的调整区间，达到定向筛选的目的。

**关键词：** 灰色理论 最小二乘法 最优决策报价 预测

# 国家电网电容器投标报价策略

## 1 问题重述和分析

招标投标在现代商业采购行为中运用得越来越广泛。随着社会的发展,招标投标所面对的经济对象不断地大型化、复杂化,招标投标行为多批次化,从而给投标决策提出了新的问题.如何构建并实施有效的投标报价策略、以此为依据制定出既有合理利润又有竞争优势的报价,关系着投标企业的经济效益乃至企业的生死存亡。

国家电网 2013 年至 2015 年每年举行 6 批电容器类货物的招标,每批又分若干包,不同包包含的电容器规格、数量不同。参加投标厂家每年基本固定,主要厂家有 17 家左右(具体见附件)。

国家电网在 2013 年-2014 年采用的是综合评标法进行招标。该评标办法中,技术、价格、商务占的比例分别为 30%、60%、10%,以总分 100 分计。假定各厂家在技术、商务方面实力基本相当,因此此问题中各厂家只需考虑通过合理的报价提高价格得分,只要价格得分第一就认为中标。各投标厂家具体得分大小采用区间平均下浮双边曲线算法(见附录说明 1)

实际投标中,由于竞争对手的投标策略是随着市场环境及自身条件的变化而变化的,因此就是对同一个包(货物类型以及对应数量完全相同),同一厂家在不同批次中的报价也可能是不同的。还需要注意价格下浮比例(或称下浮系数)以及减分速率指数对报价也会产生一定的影响。

附件 1 给出了 2013 年至 2014 年共 6 批货物发包清单,附件 2 给出各批部分包的价格得分情况。附件 3 给出了各种型号电容器最高限价。

**问题一:** 试对国家电网采用的区间平均下浮双边曲线算法作全面研究分析,给出对投标方有价值的研究结论。特别,下浮系数及减分速率指数的调整对报价有何影响?

分析: 分析该区间平均下浮双边曲线算法,影响投标方成本得分主要有以下几个参数:有效报价算术平均值、下浮系数、招标方报价以及减分速率指数等。特别是下浮系数和减分速率指数的变化可能会对投标方价格得分产生影响。通过对算法公式进行泰勒展开分析以及算法参数仿真分析,即可对投标方给出有价值的研究结论;进而分析出下浮系数及减分速率指数的调整对报价产生的影响。

**问题二:** 假设你负责合容电气公司的投标,请在对 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据进行分析的基础上,建立该公司的报价模型以提高中标率。

分析: 通过对 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据的初步观察,数据量比较大并且数据比较分散,没有很好地整合,因此无法提供直接信息,需要再进一步整合数据的基础上进行报价建模。根据整合信息求出每家公司在不同批次中对不同类型产品的平均报价。假设每家公司均有其他 16 家公司的 5 批平均报价信息,该建模问题属于小样本条件下的预测问题,可以结合灰度理论进行预测。如有必要,可对该预测模型进行优化或修改。对所有公司,假定均采用该模型对其余 16 家公司进行报价预测并制定自己的最优报价。对合容公司来说,此时要根据其余 16 家公司制定的最优报价再制定自己的最优报价。使得自己获得较高的价格分数,提高中标率。

**问题三：**根据你所建立的模型，给出合容电气公司对 2014 年第 4 批以下指定各包的具体报价：包 24，包 29，包 41，包 42，包 57，包 62，包 66，包 71，包 74，包 76，包 84，包 87。

分析：根据问题二中求出的最优报价模型，即可给出合容电气公司 2014 年第 4 批中的包 24、包 29 等 12 包的报价。

**问题四：**请在分析研究的基础上给出关于国家电网招投标方法改革的合理化建议。

分析：通过全面研究分析本题中国家电网招标时采用的区间平均下浮双边曲线算法，以及研究该算法对投标方投标策略的影响。引入博弈论思想，综合考虑市场环境、内在需求等因素，从调整下浮系数、减分速率指数以及浮动区间大小等方面，对国家电网招投标方法改革提出合理化建议。

## 2 假设和说明

- (1) 假设所有投标公司的采取策略均为使自身获得最大利益报价，所以可以认为所有投标公司均位于基准价的区间内。
- (2) 假设所有投标公司的投标报价中的预算成本相同。
- (3) 假设所有投标公司的报价习惯、报价原则不会发生突发性的变化，具有时间的连续性。
- (4) 假设所有投标公司均可以预测其他公司的报价信息。
- (5) 各批次只考虑 10kv 的各包。
- (6) 所有批次中含有集合式的包均不予考虑。
- (7) 假定各厂家在技术、商务方面实力基本相当，因此此问题中各厂家只需考虑通过合理的报价。
- (8) 假定相同批次中不同包中同一类别产品价格相同。
- (9) 假定相同批次中同一包中不同交货时间的同一类别产品价格相同。

## 3 符号说明

|       |                      |
|-------|----------------------|
| $N$   | 某批次产品招标中参加招标公司数      |
| $x_i$ | $N$ 个公司中第 $i$ 个公司的报价 |
| $A$   | $N$ 个公司报价算术平均值       |
| $M$   | 报价落在有效区间的公司数         |
| $A_1$ | $M$ 个公司的有效投标报价算术平均值  |
| $B$   | 基准价                  |
| $a$   | 下浮比例                 |

|            |                            |
|------------|----------------------------|
| $P$        | 投标人的评标总价                   |
| $Grade$    | 价格得分                       |
| $grade$    | $\log(Grade)$              |
| $n$        | 减分速率指数                     |
| $m$        | 减分速率指数                     |
| $YQ$       | 预期收益                       |
| $L$        | 纯利润                        |
| $p$        | 中标概率                       |
| $\Delta x$ | 自变量的变化量                    |
| $s$        | 某批次招标中包的总数                 |
| $t$        | 某批次招标中某个包中货物种类数量           |
| $r_{kj}$   | k 公司对某批次招标中某包中第 $j$ 类货物的报价 |
| $a_{ij}$   | 某批次招标中第 $i$ 个包中第 $j$ 类货物数量 |
| $b_{ki}$   | 某批次招标中 k 公司的第 $i$ 个包的报价    |

## 4 模型的建立、求解和分析

### 4.1 区间平均下浮双边曲线算法分析

在本题中，各厂家在技术、商务方面实力基本相当，因此此问题中各厂家只需考虑通过合理的报价提高价格得分，只要价格得分第一就认为中标。假设在某批次产品招标中有  $N$  个公司参与投标报价，报价分别为

$x_i (i=1, 2, \dots, N)$ ，那么算术平均值  $A$  为

$$A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

假设参加该种货物报价的N个公司有M个公司的报价落在有效区间0.8A-1.15A, 假设这M个公司的报价分别为  $x_i'$  ( $i=1,2,...,M$ ), 那么以此范围内的有效投标报价计算出的算术平均值A1为

$$A_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i'$$

如果所有公司全部投标报价均落在有效区间0.8A-1.15A内, 那么此时的基准价B为

$$B = A_1 \times (1-a)$$

如果全部有效报价均在A的80%~115%区间外, 则直接以  $A \times (1-a)$  为基准价B。

其中  $a$  为下浮比例, 本题中下浮比例取  $a \in (0, 0.1)$ 。

计算价格得分方法: 当投标人的评标总价  $P \geq$  基准价B, 得分 = (基准价B/评标总价P)  $n \times 100$ ; 当投标人的评标总价  $P <$  基准价B, 得分 = (评标总价P/基准价B)  $m \times 100$ , 即:

$$Grade = \begin{cases} 100 \left( \frac{B}{P} \right)^n, & P \geq B \\ 100 \left( \frac{P}{B} \right)^m, & P < B \end{cases}$$

由上式可知,  $Grade$  与  $a$ 、 $m$ 、 $n$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $P$  等因素有关。

为了更加清晰的分析区间平均下浮双边曲线算法, 对上面的价格得分计算公式进行取对数操作, 这样可得:

$$grade = \begin{cases} 2 + n \log \left( \frac{B}{P} \right), & P \geq B \\ 2 - m \log \left( \frac{B}{P} \right), & P < B \end{cases} = \begin{cases} 2 + n \log \left( \frac{A}{P} (1-a) \right), & P \geq A(1-a) \\ 2 - m \log \left( \frac{A}{P} (1-a) \right), & P < A(1-a) \end{cases}$$

根据泰勒展开定理, 我们将上式  $grade$  函数在  $\frac{A}{P}(1-a)=1$  处进行泰勒展开, 展开后:

$$grade = \begin{cases} 2 + n \left[ \frac{A}{P} (1-a) - 1 \right] + o \left[ \left( \frac{A}{P} (1-a) - 1 \right)^\alpha \right], & P \geq A(1-a) \\ 2 - m \left[ \frac{A}{P} (1-a) - 1 \right] + o \left[ \left( \frac{A}{P} (1-a) - 1 \right)^\beta \right], & P < A(1-a) \end{cases}$$

其中， $o\left[\left(\frac{A}{P}(1-a)-1\right)^\alpha\right]$ 和 $o\left[\left(\frac{A}{P}(1-a)-1\right)^\beta\right]$ 分别为 $\left(\frac{A}{P}(1-a)-1\right)^\alpha$ 和 $\left(\frac{A}{P}(1-a)-1\right)^\beta$ 的高阶无穷小。当 $\frac{A}{P}(1-a)\leq 1$ 时， $grade$ 以比例系数 $n$ 单调递增；当 $\frac{A}{P}(1-a)>1$ 时， $grade$ 以比例系数 $-m$ 单调递减。

当 $B=P$ 时， $grade$ 取得最大值，当 $P$ 越接近 $B$ ， $grade$ 越大。

一般来说 $n<m$ ，对不同报价 $P$ ，对 $\frac{A}{P_1}(1-a)=1-\Delta x$ 和 $\frac{A}{P_2}(1-a)=1+\Delta x$ ，报价 $P_2$ 得分要比 $P_1$ 高，所以投标方可以适当降低低报价，有利于增大中标概率。

### 1) 下浮系数 $a$

由图 4.1 可以看出不同的下浮系数会对 $grade$ 造成较大的影响。通过改变下浮系数的取值（ $a=0,0.05,0.1$ ），得到图 4.1 所示的三条曲线。

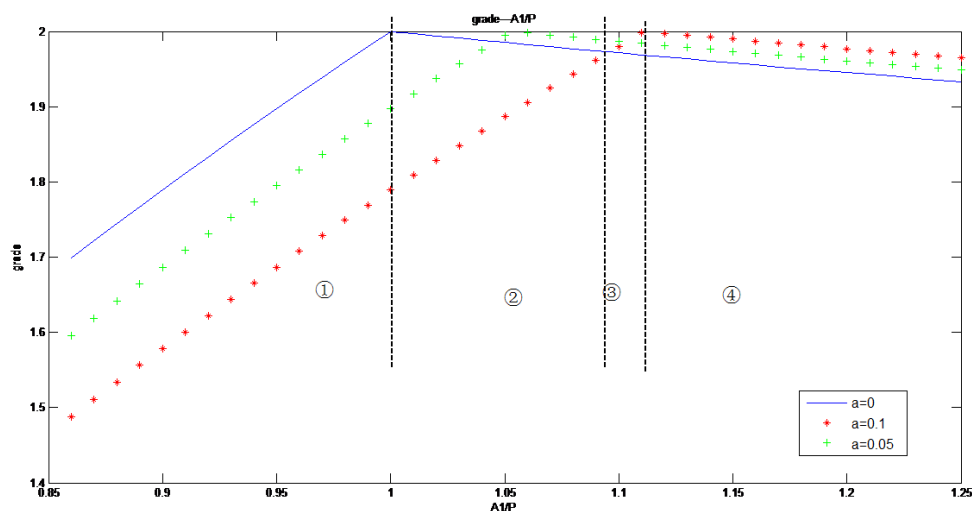


图 4.1 下浮系数和 $grade$ 的关系曲线

由图可知，当 $a$ 变大时（ $a=0$ 变为 $0.1$ ），可以将图像分如图 4 个区域来讨论。

当 $\frac{A}{P}$ 位于区域①，当 $a$ 变大， $grade$ 将会变得更低，对于投标方而言，此时应适当降低报价，以提高 $grade$ 来增大中标概率。

当  $\frac{A}{P}$  位于区域②，当  $a$  变大时，由  $P < A$  变为  $P > A$ ， $grade$  将会变低，对

于投标方而言，此时也应适当降低报价，来提高  $grade$  来增大中标概率。

当  $\frac{A}{P}$  位于区域③，当  $a$  变大时，由  $P < A$  变为  $P > A$ ，但是  $grade$  将会变高，

对于投标方而言，此时不改变报价也有较高中标概率，也可适当调整投标报价。

当  $\frac{A}{P}$  位于区域④，当  $a$  变大时， $grade$  将会变高，对于投标方而言，此时不

改变报价或者适当增大  $P$  来提高中标概率，同时也使利润较之前增大。

## 2) 减分速率指数 $m$ 、 $n$

由图 4.2 可以看出  $m$ 、 $n$  的变化会对  $grade$  造成较大的影响。通过改变  $m$ 、 $n$ ，得到图 4.2(1)和图 4.2 (2) 所示图形。图 4.2 (1) 中， $m$ 、 $n$  沿着  $y$  轴方向逐渐减小。

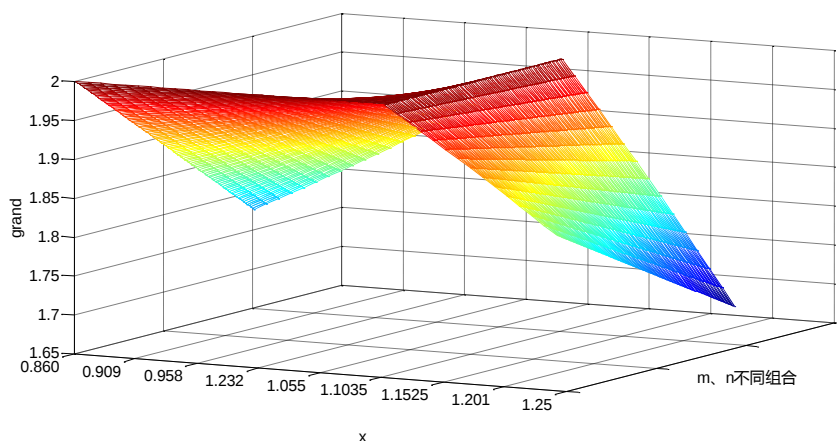


图 4.2 (1) 减分速率指数和  $grade$  三维关系图

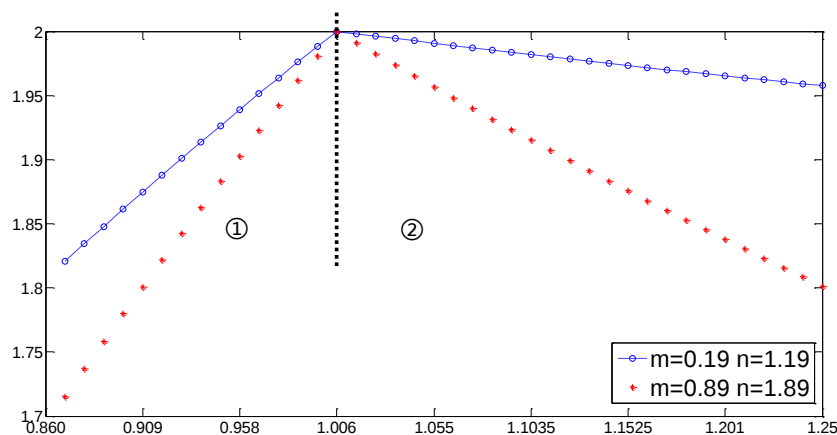


图 4.2 (2) 减分速率指数和  $grade$  二维关系曲线

取  $\begin{cases} m=0.19 \\ n=1.19 \end{cases}$  和  $\begin{cases} m=0.89 \\ n=1.89 \end{cases}$ ，作出图 4.2 (2)，可以将图像分如图 2 个区域来

讨论。

当  $\frac{A}{P}$  位于区域①，此时  $n$  变化会改变  $grade$ ，当  $n$  变大， $grade$  将会变得更低，对于投标方而言，此时应适当降低报价，以提高  $grade$  来增大  $p$ ；当  $n$  变小， $grade$  将会变得更高，对于投标方而言，不改变报价  $p$  也会变大，也可适当调整投标报价以提高  $YQ$  ( $YQ = pL$ )。

当  $\frac{A}{P}$  位于区域②，此时  $m$  变化会改变  $grade$ ，当  $m$  变大， $grade$  将会变得更低，对于投标方而言，此时应适当提高报价，以提高  $grade$  来增大  $p$ ；当  $n$  变小， $grade$  将会变得更高，对于投标方而言，不改变报价  $p$  也会变大，也可适当调整投标报价以提高  $YQ$  ( $YQ = pL$ )。

综上所述，根据对区间平均下浮双边曲线算法进行有效分析，针对投标方可给出如下建议：

- (1) 报价  $P$  越靠近基准  $B$ ，得分越高，中标概率越大。
- (2) 投标方可以适当考虑降低报价，有利于增大中标概率。
- (3) 当下浮系数  $a$  变化时，投标方可根据上面 1) 中给出的结论进行报价调整。
- (4) 当减分速率指数  $m$  或  $n$  变化时，投标方可根据上面 2) 中给出的结论进行报价调整。

## 4.2 基于灰色理论合容公司报价模型的建立

### 4.2.1 GM 预测模型建立

本文通过对 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据进行分析，首先对离散数据包中进行整合。由于铁芯形式的框架式电容器组（不含电抗器）组数：电容器组串联电抗器台数=1:1；空心形式的框架式电容器组（不含电抗器）组数：电容器组串联电抗器台数=1:3，所以原始数据中的 26 种不同类型不同组合的产品组利用 A-Z 进行编码表示，详见附表 1。

建立并求解如下线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}r_{11} + a_{12}r_{12} + a_{13}r_{13} + \cdots + a_{1t}r_{1t} = b_1 \\ a_{21}r_{11} + a_{22}r_{12} + a_{23}r_{13} + \cdots + a_{2t}r_{1t} = b_2 \\ \vdots \\ a_{s1}r_{11} + a_{s2}r_{12} + a_{s3}r_{13} + \cdots + a_{st}r_{1t} = b_s \end{cases}$$

记

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1t} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{st} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ \vdots \\ r_{1t} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_s \end{bmatrix}$$

利用最小二乘准则求解以上方程组  $AR=B$  可以得到 17 家公司 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据中不同货物的平均报价。并对初步得到的平均报价进行筛选处理等操作。

以合容公司为例，可以求出前 5 批 24 种产品平均报价折线图如图 4.3 所示，可以看出同一厂家在不同批次中的报价是不同的。

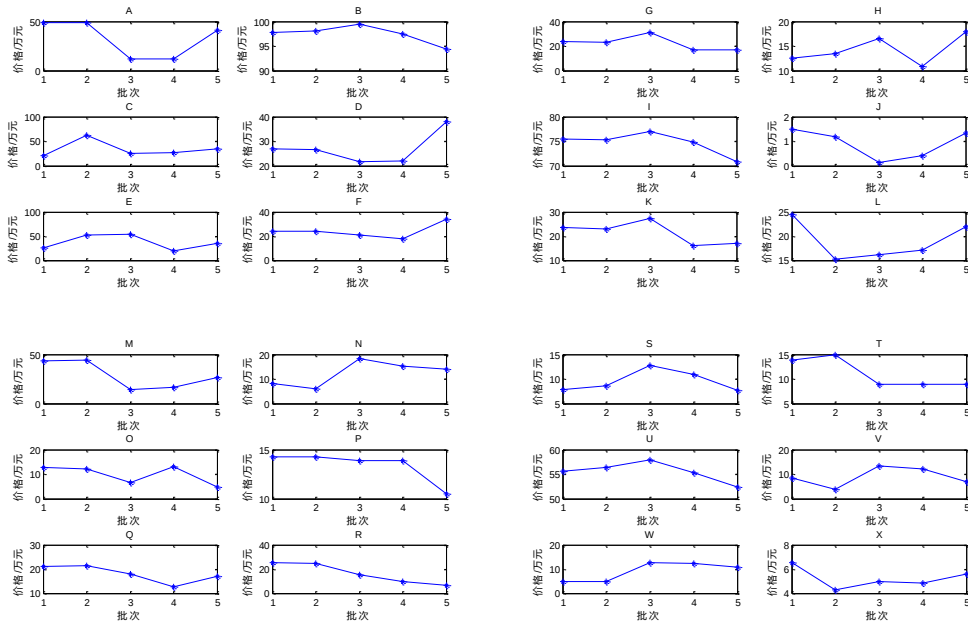


图 4.3 合容公司前 5 批 24 种产品平均报价折线图

为了得到合容电气对其他商家 2014 年第 4 批数据的预测值。这是基于前五次数据对第六次数据的单步预测。为了说明算法的有效性，我们将第 5 批（2014

年第 3 批) 数据当做目标值, 利用前 4 批数据对此进行预测, 并利用预测值进行决策。这个问题属于小样本数据预测, 我们采用灰色系统进行建模。

灰色系统建模是通过数据建立微分方程来拟合给定的时间序列, 从而对数据的发展趋势进行预测。

假设报价数列  $R_1^0 = (r_1^0(1), r_1^0(2), \dots, r_1^0(t))$  为系统特征序列,

$R_i^0 = (r_i^0(1), r_i^0(2), \dots, r_i^0(t)), i = 2, 3, \dots, s$  为相关因素数列序列, 对  $R_i^0$  作累加生成  $R_i^{(1)}$ , 称为  $R_i^0$  的累加生成序列

$$r_i^{(0)}(y) = \sum_{j=1}^y r_i^0(j), y = 1, 2, \dots, t; i = 1, 2, \dots, s$$

$$R_i^{(1)} = (r_i^{(1)}(1), r_i^{(1)}(2), \dots, r_i^{(1)}(t)), i = 1, 2, \dots, s$$

$Z_1^{(1)}$  为  $R_1^{(1)}$  的紧邻均值生成序列, 建立如下形式的微分方程模型

$$\frac{dr_1^{(1)}(y)}{dy} + a_1 z_1^{(1)}(y) = b_1 r_2^{(1)}(y) + b_2 r_3^{(1)}(y) + \dots + b_{s-1} r_s^{(1)}(y)$$

这是一阶  $s$  个变量的微分方程模型, 称为 GM (1,  $s$ ) 模型。

利用最小二乘法对该方程求解, 可得到系数矩阵

其中  $\hat{a} = (a_1, b_1, \dots, b_{s-1})^T$ ;  $y = [r_1^{(0)}(2), r_1^{(0)}(3), \dots, r_1^{(0)}(s)]^T$ 。

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[z_1^{(1)}(1) + z_1^{(1)}(2)] & \frac{1}{2}[r_2^{(1)}(1) + r_2^{(1)}(2)] & \dots & \frac{1}{2}[r_s^{(1)}(1) + r_s^{(1)}(2)] \\ -\frac{1}{2}[z_1^{(1)}(2) + z_1^{(1)}(3)] & \frac{1}{2}[r_2^{(1)}(2) + r_2^{(1)}(3)] & \dots & \frac{1}{2}[r_s^{(1)}(2) + r_s^{(1)}(3)] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\frac{1}{2}[z_1^{(1)}(s-1) + z_1^{(1)}(s)] & \frac{1}{2}[r_2^{(1)}(s-1) + r_2^{(1)}(s)] & \dots & \frac{1}{2}[r_s^{(1)}(s-1) + r_s^{(1)}(s)] \end{bmatrix}$$

模型建立后, 通过求解微分方程得到  $\hat{r}_1^{(1)}(t)$ , 并将其作累减得到模型的还原值  $\hat{r}_1^{(0)}(t)$ , 并与实测原始数据比较, 看是否满足精度要求, 若不满足, 则对残差继续建立 GM 模型进行修正。

具体步骤如下:

Step1: 输入报价序列  $R_i^0$

Step2: 构造数据序列的累加序列  $R_i^{(1)}$

Step3:  $R_i^{(1)}$  的紧邻均值生成  $Z_i^{(1)}$

Step4: 计算发展系数  $a$  和灰色作用量  $b$

Step5: 计算模拟值  $y$

Step6: 计算残差和相对误差

Step7: 判断残差是否满足精度要求, 若满足, 则输出结果; 否则, 返回 Step2。

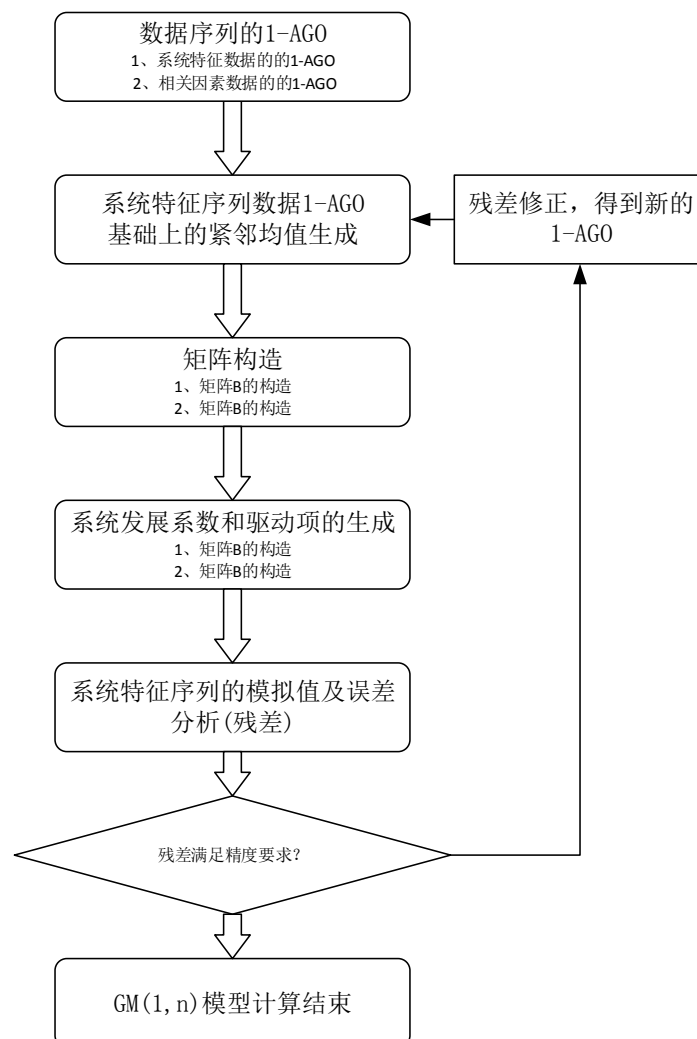


图 4.4 GM 算法流程图

假设通过 GM 预测模型得到所有公司的预测数据为  $\hat{r}_{(1)}, \hat{r}_{(2)}, \dots, \hat{r}_{(N)}$ ，将第 5 批数据清单中的包  $bag_i, (i=1, 2, \dots, q)$  均利用灰色系统模型预测得到的数据进行相应的线性组合得到其余各公司对每包的总报价。

上面得到包  $bag_i, (i=1, 2, \dots, q)$  的总报价记为  $bag_{(i,1)}, bag_{(i,2)}, \dots, bag_{(i,17)}$ 。

根据我们之前假设的每个公司均可以得到所有其他公司以往的报价信息，并均对其他公司进行下一次的报价进行预测。其余公司为了达到最佳的报价，根据之前的分析，每个公司的报价  $P$  均会接近基准  $B$ 。

这时的预测基准为

$$B_i = A \times (1-a) = \frac{1-a}{N} \sum_{j=1}^N bag_{(i,j)}$$

根据之前假设的每个公司均采用最优报价方案，所以其余每个公司的决策为

$$P_i = B_i$$

假设合容电气在这次报价中的最优决策报价为  $P_{opt}$ ， $P_{opt}$  应满足如下关系：

$$\frac{P_{opt} + \sum_{other} P_i}{N} (1-a) = B_{(i)} = P_{opt}$$

其中  $\sum_{other} P_i$  为其他公司的报价之和， $B_{(i)}$  为所有公司决策报价之后的基准。

可得

$$P_{opt} = \frac{(1-a)}{N - (1-a)} \sum_{other} P_i$$

#### 4.2.2 GM 预测模型检测

为了测试 GM 预测模型报价效果，我们对合容公司第五批进行抽取检验，共抽取 26 包数据样本，分别对其进行独立报价  $P_{opt}$ ，再结合第五批实际数据得到合容公司的在 GM 预测模型下报价前后的得分和排名，如表 4.1 所示。

表 4.1 算法报价和公司报价情况比较

| 包号  | 算法报价<br>(万元) | 算法报价<br>得分 | 公司报价<br>得分 | 算法报价<br>排名 | 公司报价<br>排名 |
|-----|--------------|------------|------------|------------|------------|
| 25  | 80.44881     | 59.3919    | 53.55      | 1          | 5          |
| 26  | 87.22235     | 55.2642    | 52.55      | 5          | 7          |
| 27  | 78.87853     | 56.4485    | 35.88      | 10         | 13         |
| 28  | 99.83065     | 41.9939    | 52.38      | 14         | 7          |
| 29  | 105.7884     | 59.7792    | 40.67      | 1          | 14         |
| 30  | 125.6594     | 58.3507    | 13.1       | 3          | 16         |
| 31  | 114.5526     | 58.2753    | 48.03      | 2          | 9          |
| 32  | 115.6243     | 57.1729    | 18.4       | 8          | 17         |
| 33  | 106.8683     | 56.8422    | 42.15      | 5          | 13         |
| 34  | 114.5526     | 58.2272    | 48.3       | 3          | 8          |
| 35  | 114.5526     | 58.3543    | 47.6       | 4          | 9          |
| 36  | 128.4381     | 58.9946    | 32.91      | 4          | 16         |
| 37  | 101.2104     | 37.2454    | 55.6       | 15         | 4          |
| 38  | 83.56205     | 46.9385    | 50.29      | 11         | 7          |
| 39  | 138.2888     | 46.5171    | 39.8       | 10         | 13         |
| 40  | 108.1526     | 40.9968    | 53.39      | 13         | 7          |
| 41  | 54.20985     | 49.122     | 20.49      | 11         | 15         |
| 42  | 62.63933     | 53.5611    | 36.48      | 10         | 13         |
| 57  | 105.124      | 51.65262   | 52.74      | 8          | 6          |
| 62  | 103.9387     | 55.15914   | 43.32      | 4          | 15         |
| 66  | 126.616      | 57.96318   | 59.97      | 5          | 1          |
| 87  | 120.3285     | 46.40514   | 36.73      | 10         | 15         |
| 107 | 92.95251     | 56.45646   | 56.67      | 5          | 5          |
| 121 | 159.4024     | 53.7489    | 40.28      | 10         | 13         |
| 141 | 104.3847     | 56.33094   | 47.18      | 3          | 8          |
| 148 | 122.9302     | 56.80152   | 58.54      | 5          | 3          |

由表4.1可知：第一，参与投标公司的平均中标率提高了2倍左右。从表4.2可以看出，采用文中模型的软件报价比合容公司自行报价的瞄准率有了很大的提高，得分第一名从3.85%提高到7.69%，提高了2倍，前两名比例11.5%。前三名从7.69% 提高至23.08%，提高了3 倍。

可以看出，在参与竞标的17家公司中，参与投标的各公司平均中标率为5.9%，而通过此模型建模得到的报价中标率为7.69%，高于平均中标率，在实际中也比较高。

第二，合容公司采用此模型建模后得到的报价平均得分从43.73分提高到53.38，提高了22%。排名第一频率较公司自行报价提高2倍左右，排名前二频率较公司自行报价提高3倍左右，排名前三频率较公司自行报价提高3倍左右。因此说明该数学模型能有效提高中标率，并且该模型具有良好的稳健性。

表 4.2 算法报价和公司报价中标率比较

| 对比项    | 算法报价    | 公司报价   |
|--------|---------|--------|
| 排名第一   | 7.69 %  | 3.85 % |
| 排名前二   | 11.54 % | 3.85 % |
| 排名前三   | 23.08 % | 7.69 % |
| 平均得分对比 | 53.38   | 43.73  |

### 4.3 合容公司预测报价分析

问题二中建立的报价模型如下图4.5所示。

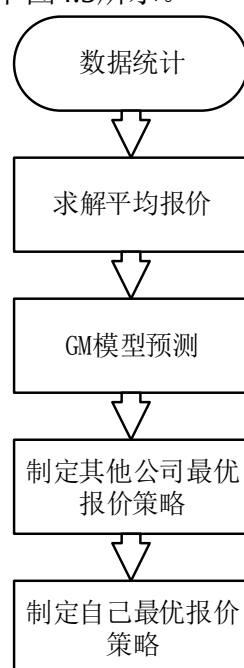


图4.5 报价模型流程图

针对合容公司，利用问题二中基于灰色理论建立的报价模型，分别对14年第4批中的包24，包29，包41，包42，包57，包62，包66，包71，包74，包76，包84，包87共12包产品进行独立报价，得到如表4.3所示的预测报价。

表4.3 合容公司2014年第4批指定包报价表

| 包号   | 预测报价        | 包号   | 预测报价        |
|------|-------------|------|-------------|
| 包 24 | 102.1256963 | 包 62 | 79.15508205 |
| 包 29 | 77.23429259 | 包 66 | 120.8870422 |
| 包 41 | 118.6970109 | 包 71 | 78.16208017 |
| 包 42 | 96.22603684 | 包 74 | 24.78194056 |
| 包 57 | 131.5315459 | 包 76 | 150.081284  |
| 包 84 | 187.3151747 | 包 87 | 208.2833    |

## 4.4 合理化意见

根据本题国家电网招标时采用的区间平均下浮双边曲线算法作全面研究分析，也研究了该算法对投标商投标策略的影响。基于我们的研究结论，对国家电网招投标方法改革提出如下四点合理化建议。

### （1）下浮系数 $a$

在国家电网单次招标过程中，可以在合理区间内取多次下浮系数，并计算所有投标方相应的价格得分，加权平均值之后的价格得分作为投标方的最终价格得分。这样可以有效降低投标方报价偶然性因素的影响，增大招投标的公平性。

### （2）减分速率指数 $m$ 、 $n$

在国家电网单次招标过程中，为了有效降低国家电网的采购成本，可以适当调整减分速率指数 $m$ 、 $n$ ，具体而言：适当减少 $m$ ，或者增大 $n$ 。这样可以明显改变基准值两端的减分速率。在一定程度上可以引导投标方降低报价，从而降低采购成本。

### （3）增大主动权

根据单次招标时投标方的报价实际情况以及国家电网的采购预算等综合情况，再制定相应的下浮系数 $a$ 以及减分速率指数 $m$ 、 $n$ ，从而引导公司报价走向，增大国家电网的招标主动权。

### （4）区间调整动态化

在国家电网单次招标过程中，根据国家电网历次采购经验，综合考虑投标方的信誉，质量，价格以及售后服务等因素，有选择性的调整区间，达到定向筛选的目的。

## 5 结论

### 5.1 问题一

根据区间平均下浮双边曲线算法公式，对其进行取对数变换和一阶泰勒展开，并通过控制变量法，分析公式中每个参数的影响，得到不同参数对该公式的影响。

根据分析结果，对投标方可给出如下建议：

（1）报价  $P$  越靠近基准  $B$ ，得分越高，中标概率越大。

（2）投标方可以适当考虑降低报价，有利于增大中标概率。

（3）投标方可根据进行下浮系数  $a$  和减分速率指数  $m$  或  $n$  等变化规律进行报价调整。

### 5.2 问题二

首先对附件中的数据进行整合，求出不同产品的平均报价，利用 GM 预测理论建立预测模型，假定所有公司采用利润最大化准则进行报价，结合博弈论思想给出合容公司报价模型。利用前四批数据预测第五批数据来进行报价，得到算法报价并和公司报价情况比较，得到该模型的评价。

此模型得到的报价中标率为7.69%，远高于合容公司真实的中标率3.85%，在实际中也比较高。由此模型得到的报价平均得分从43.73分提高到53.38，提高了22%。并且该模型具有良好的稳健性。

### 5.3 问题三

针对合容公司，利用问题二中的报价模型，分别对 14 年第 4 批中的包 24 等 12 包产品进行独立报价，得到如下所示的预测报价。

表 5.1 合容公司 12 包产品预测报价

| 包号   | 预测报价（万元）    | 包号   | 预测报价（万元）    | 包号   | 预测报价（万元）    |
|------|-------------|------|-------------|------|-------------|
| 包 24 | 102.1256963 | 包 57 | 131.5315459 | 包 74 | 24.78194056 |
| 包 29 | 77.23429259 | 包 62 | 79.15508205 | 包 76 | 150.081284  |
| 包 41 | 118.6970109 | 包 66 | 120.8870422 | 包 84 | 187.3151747 |
| 包 42 | 96.22603684 | 包 71 | 78.16208017 | 包 87 | 208.2833    |

### 5.4 问题四

基于研究结论，对国家电网招投标方法改革提出如下四点建议：

（1）在国家电网单次招标过程中，可以在合理区间内取多次下浮系数，并计算所有投标方相应的价格得分，加权平均值之后的价格得分作为投标方的最终价格得分。这样可以有效降低投标方报价偶然性因素的影响，增大招投标的公平性。

（2）为了有效降低国家电网的采购成本，可以适当调整减分速率指数 $m$ 、 $n$ ，具体而言：适当减少 $m$ ，或者增大 $n$ 。这样可以明显改变基准值两端的减分速率。在一定程度上可以引导投标方降低报价，从而降低采购成本。

（3）根据投标方的报价实际情况以及国家电网的采购预算等综合情况，再制定相应的下浮系数 $a$ 以及减分速率指数 $m$ 、 $n$ ，从而引导公司报价走向，增大国家电网的招标主动权。

（4）国家电网可根据历次采购经验，综合考虑投标方的信誉、质量，价格以及售后服务等因素，有选择性的调整区间，达到定向筛选的目的。

## 6 模型的优缺点

### ◆ 优点

- （1）GM 预测理论建模方法简单, 意义明确。
- （2）GM 系统建模只不需要具体了解系统内部结构，也不关心每个因素的具体作用，只关心总的表现。
- （3）GM 预测理论建模所需信息量少,适用于小样本预测，计算简便, 预测精度较高, 这是通常的数理统计预测方法所不能比拟的。
- （4）在决策报价时，利用博弈论思想进行动态决策，可提高决策的准确性和有效性。

### ◆ 缺点

- （1）由于 GM(1, s)预测本质上仍然是利用惯性原理进行预测的, 如果数据波动幅度较大，则无法进行精确预测。
- （2）对一个内部结构基本稳定的系统对象进行预测时, 占有尽可能多的原始数据将有利于提高预测精度, 同时预测期不宜过长, 否则惯性将衰减, 而影响预测精度。
- （3）对于实际问题中，GM 模型的适用范围有限，有可能预测出现野值。

- (4) 在求解平均报价时，方程求解结果可能出现野值，野值会使下一步 GM 模型预测精确度降低。

## 7 问题的进一步讨论

针对论文中没有考虑到的问题以及模型的缺点，在下一步研究中我们可以针对以下方面进行进一步改进。

(1) 进一步确定每家公司各个产品的成本，运用预期利润最大化原则作为每个公司的最佳决策，使得预测决策更符合实际情况。

(2) 在求解平均报价时，方程求解结果可能出现野值。考虑到投标方短期报价不会出现突变，有一定连续性，所以要对野值进行修正处理，使平均报价更符合实际。

(3) 由于不同公司同一批次的报价之间存在一定的关联性（见附录三），我们可以利用基于灰色关联度 GM 模型进行预测，这样能提升预测结果的准确性。

## 参考文献

- 【1】冯卫兵. 非合作模式下动态下浮比例连续批次投标报价模型[J]. 西安科技大学学报, 2015, 35(4): 505-510.
- 【2】袁林, 王永县, 朱涛. 面向复杂标的物的投标决策模型[J]. 清华大学学报: 自然科学报, 2006, 46(12): 2053-2056.
- 【3】邓培林, 袁建新. 基于招投标博弈报价策略分析[J] 数学的实践与认识, 2011, 41(12): 94-96.
- 【4】曾波, 刘思峰. 基于灰色关联度的小样本预测模型[J] 统计与信息论坛, 2009, 24(12): 22-26.
- 【5】赵志峰, 邵光辉. 改进的灰色模型在小样本数据预测中的应用[J] 路基工程, 2009, (5): 62-63.
- 【6】Raudenbush S W, Brayk A S. Hierarchical linear models: application and data analysis methods[M]. 2nd ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2002: 23-35.
- 【7】黎建强. 多风险因素的投标报价决策方法[J]. 运筹与管理, 2002, 11(2): 1-9.
- 【8】郭清娥, 王雪青, 基于交叉评论和模糊理论的工程项目投标决策方法研究[J]. 运筹与管理, 2012, 21(6): 100-104.
- 【9】孔政. 基于博弈论的投标报价策略研究. 硕士学位论文, 2008
- 【10】王倩茹. 基于灰色模型的预处理方法和智能模型. 硕士学位论文, 2013
- 【11】邓聚龙. 灰色预测与决策[M] 武汉华中理工大学出版社. 1986: 4-15

## 附录一

### 问题一的程序代码

%此程序用来探究区间平均下浮双边曲线算法

```
clc;
close all;
clear all;
x=0.86:0.01:1.25;
a=0:0.01:0.1;
Grand=[];
m=0:0.01:1;
n=1:0.01:2

for i=1:1:40
    if x(i)>=1
        Grand(i,:)=2-m*log(x(i)); %m
    else Grand(i,:)=2+n*log(x(i));%
    end
end

figure()
mesh(Grand);
hold on;
ylabel('x');
zlabel('grand');
set(gca,'yticklabel',{'0.860','0.909','0.958','1.006','1.055','1.1035','1.1525','1.201','1.25'});
set(gca,'xticklabel',{' '});

figure,
plot(Grand(:,20))
hold on;
plot(Grand(:,90),'r*')
set(gca,'xticklabel',{'0.860','0.909','0.958','1.006','1.055','1.1035','1.1525','1.201','1.25'});
```

%此程序用来探究下浮系数对 **grade** 的影响

```
clc;
close all;
clear all;
x=0.86:0.01:1.25;
a1=0;
a2=0.1;
Grand=[];
Grand1=[];
Grand2=[];
m=0.3;
n=2;
for i=1:1:40
    if x(i)>=1
        Grand(i)=2-m*log(x(i));%m
    else Grand(i)=2+n*log(x(i));
    end
end
figure();
plot(x,Grand);
hold on;
for i=1:1:40
    if 0.9*x(i)>=1
        Grand1(i)=2-m*log(0.9*x(i));%m
    else Grand1(i)=2+n*log(0.9*x(i));
    end
end
plot(x,Grand1,'r*');
for i=1:1:40
    if 0.95*x(i)>=1
        Grand2(i)=2-m*log(0.95*x(i));%m
    else Grand2(i)=2+n*log(0.95*x(i));
    end
end
plot(x,Grand2,'g+');
```

## 问题二的程序 MATLAB 代码

```
%% 此程序是用最小二乘准则来求解多元一次方程组程序
comp_name={'顺容','桂林','合容','中原','恒顺','日新','泰开','库柏','思源','永锦','上虞',
',','苏容','赛晶','ABB','西电','新东北','欣泰','迪生'}

coff = xlsread('data_5_coff.xlsx');
pric= xlsread('data_5_baojia.xlsx');

coff(isnan(coff)) = 0;
pric(isnan(pric)) = 0;

%求解方程, 超定方程
solve=[];
[m,n]=size(pric);
for i=1:n
    solve(:,i)=coff\pric(:,i);
end

%价格修正, 按照整套计算
[s_m,s_n]=size(solve);
for i=1:s_m
    if((mod(i,2)))&(i~=23)
        solve(i,:)=solve(i,:)*3;
    end
end
solve(22,:)=solve(22,:)*3;

figure
for i=1:6
    subplot(3,2,i)
    plot(solve(:,i),'*');
    hold on
    plot(solve(:,i));
    set(gca,'xtick',[1:26]);
    set(gca,'xticklabel',{'A' 'B' 'C' 'D' 'E' 'F' 'G' 'H' 'I' 'J' 'K' 'L' 'M' 'N' 'O' 'P' 'Q'
'R' 'S' 'T' 'U' 'V' 'W' 'X' 'Y' 'Z'});
    xlabel('型号代码');ylabel('价格/万元');title(comp_name(i));
end

figure
for i=1:6
    subplot(3,2,i)
    plot(solve(:,i+6),'*');
```

```

hold on
plot(solve(:, i+6));
set(gca, 'xtick', [1:26]);
set(gca, 'xticklabel', {'A' 'B' 'C' 'D' 'E' 'F' 'G' 'H' 'I' 'J' 'K' 'L' 'M' 'N' 'O' 'P' 'Q'
'R' 'S' 'T' 'U' 'V' 'W' 'X' 'Y' 'Z'});
xlabel(' 型号代码'); ylabel(' 价格/万元'); title(comp_name(i+6));
end

figure
for i=1:6
subplot(3, 2, i)
plot(solve(:, i+12), '*');
hold on
plot(solve(:, i+12));
set(gca, 'xtick', [1:26]);
set(gca, 'xticklabel', {'A' 'B' 'C' 'D' 'E' 'F' 'G' 'H' 'I' 'J' 'K' 'L' 'M' 'N' 'O' 'P' 'Q'
'R' 'S' 'T' 'U' 'V' 'W' 'X' 'Y' 'Z'});
xlabel(' 型号代码'); ylabel(' 价格/万元'); title(comp_name(i+12));
end

```

## 附录二

附表 1

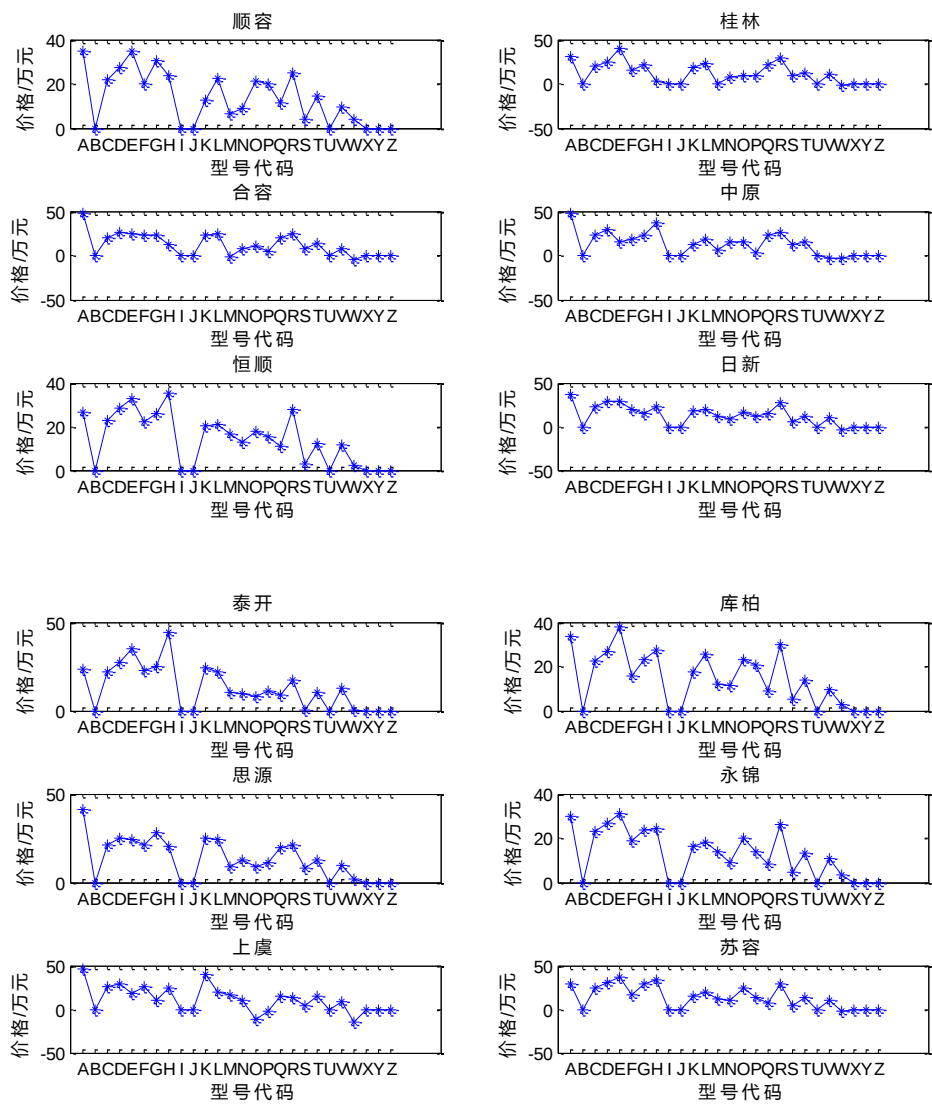
26 种不同类型不同组合的产品组编码表

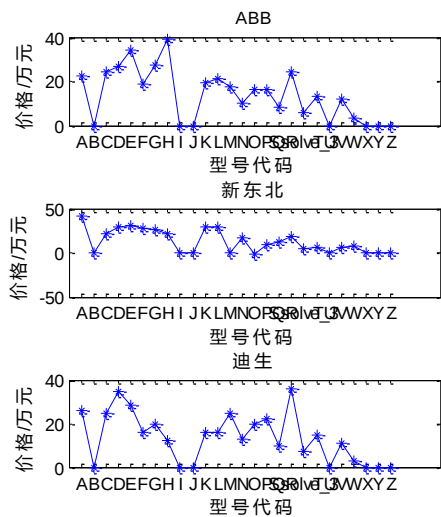
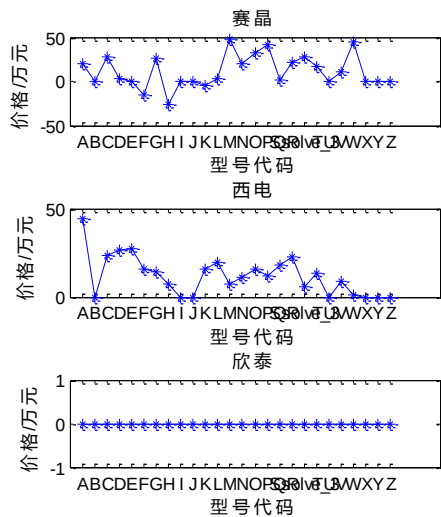
| 规格型号          | 限价            |    | 单台电容器容量          | 限价 | 编号 |
|---------------|---------------|----|------------------|----|----|
| 10kV/10 Mvar  | 空心（1%、5%、12%） | 5  | 单台 /417kvar      | 40 | A  |
| 10kV/10 Mvar  | 铁芯（1%、5%、12%） | 23 | 单台 /417kvar      | 40 | B  |
| 10kV/8 Mvar   | 空心（1%、5%、12%） | 5  | 单台 /334kvar      | 36 | C  |
| 10kV/8 Mvar   | 铁芯（1%、5%、12%） | 22 | 单台 /334kvar      | 36 | D  |
| 10kV/6 Mvar   | 空心（1%、5%、12%） | 4  | 单台 /334kvar      | 27 | E  |
| 10kV/6 Mvar   | 铁芯（1%、5%、12%） | 20 | 单台 /334kvar      | 27 | F  |
| 10kV/5 Mvar   | 空心（1%、5%、12%） | 4  | 单台 /417kvar      | 22 | G  |
| 10kV/5 Mvar   | 铁芯（1%、5%、12%） | 20 | 单台 /417kvar      | 22 | H  |
| 10kV/4.8 Mvar | 空心（1%、5%、12%） | 4  | 单台 /200kvar      | 29 | K  |
| 10kV/4.8 Mvar | 铁芯（1%、5%、12%） | 20 | 单台 /200kvar      | 29 | L  |
| 10kV/4 Mvar   | 空心（1%、5%、12%） | 4  | 单台 /334kvar      | 20 | M  |
| 10kV/4 Mvar   | 铁芯（1%、5%、12%） | 17 | 单台 /334kvar      | 20 | N  |
| 10kV/3.6Mvar  | 空心（1%、5%、12%） | 3  | 单台 /200kvar      | 19 | O  |
| 10kV/3.6Mvar  | 铁芯（1%、5%、12%） | 12 | 单台 /200kvar      | 19 | P  |
| 10kV/3 Mvar   | 空心（1%、5%、12%） | 3  | 单台 /334kvar      | 15 | Q  |
| 10kV/3 Mvar   | 铁芯（1%、5%、12%） | 10 | 单台 /334kvar      | 15 | R  |
| 10kV/2 Mvar   | 空心（1%、5%、12%） | 3  | 单台 /334kvar      | 12 | S  |
| 10kV/2 Mvar   | 铁芯（1%、5%、12%） | 10 | 单台 /334kvar      | 12 | T  |
| 10kV/1.5 Mvar | 空心（1%、5%、12%） | 3  | 单台 /100kvar      | 12 | U  |
| 10kV/1 Mvar   | 空心（1%、5%、12%） | 3  | 单台 /334kvar      | 10 | V  |
| 10kV/1 Mvar   | 铁芯（1%、5%、12%） | 10 | 单台 /334kvar      | 10 | W  |
| 10kV/0.6 Mvar | 空心（1%、5%、12%） | 3  | 单台 /100（200）kvar | 10 | X  |
| 10kV/0.3 Mvar | 空心（5%）        | 3  | 单台 /100（200）kvar | 10 | Y  |
| 10kV/0.3Mvar  | 铁芯（1%、5%、12%） | 8  | 单台 /100（200）kvar | 10 | Z  |

附录三

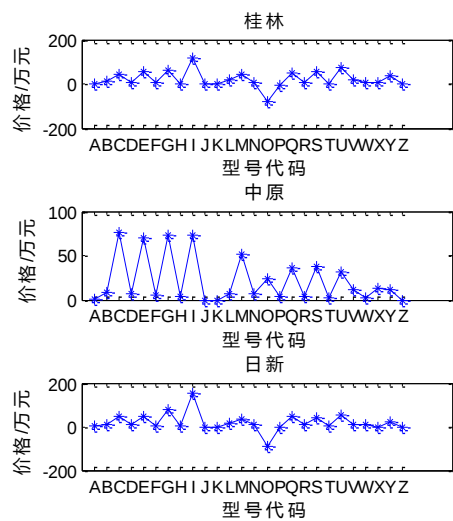
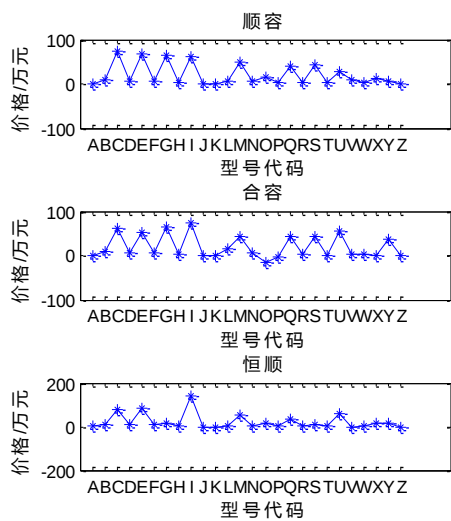
不同批次、不同公司对不同型号产品的平均报价折线图

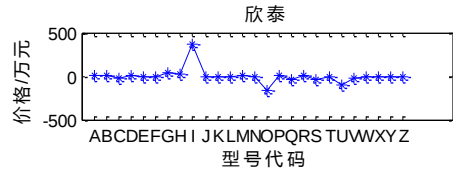
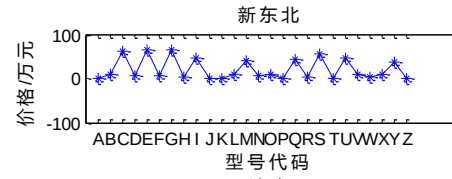
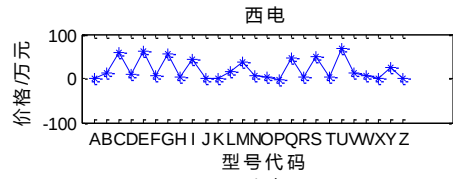
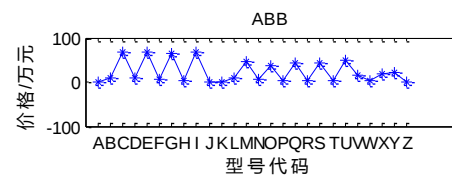
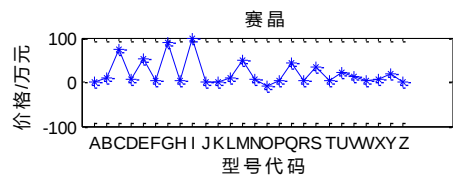
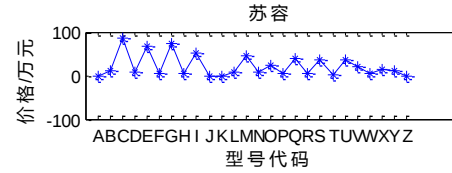
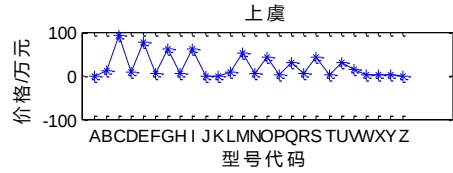
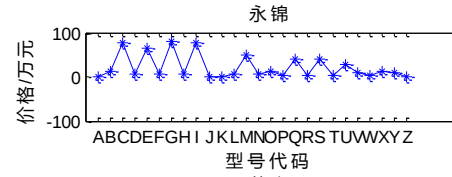
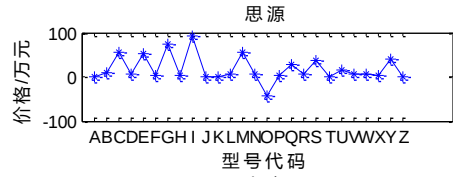
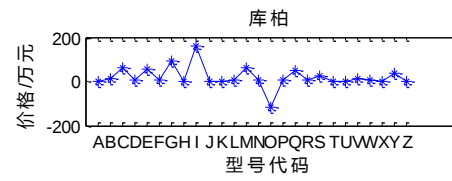
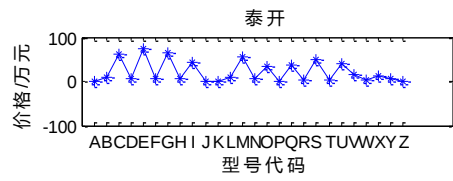
2013 年第五批





## 2013 年第六批





2014 第一批

