湖南省人民政府学位委员会办公室
湖南省教育厅学位管理与研究生教育处

2016 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的,如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示(包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）： A

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）： A201518001002

所属学校（请填写完整的全名）： **国防科技大学**

参赛队员 (打印并签名)：

1. **李运筹**
2. **王凯**
3. **杨泽坤**

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名):

日期：　　年　　月　　日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

2016湖南省研究生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可供评阅时使用）：

评阅人										
评分										
备注										

湖南省第二届研究生数学建模竞赛

题 目　　基于预测的投标报价模型研究

摘 要：

本文针对招标采购中的合理投标报价问题进行研究，详细分析了采购方招标方案的特点以及计分函数的性质，随后从投标方角度出发，将不完全信息下的静态博弈问题转化为基于预测值的优化问题，分析建立数学模型，最终基于对竞争对手的报价预测，为投标方提供精确的报价建议，并对模型进行了有效性检验，总结了模型优缺点。最后定性分析并定量证明了招标方法的漏洞及缺点，并提出了自己的改革建议。

针对问题一，本文首先对算法进行了解构，然后通过公式推导，在假设通过预测已知其它企业报价的条件下，分析了：a). 使自身报价落在有效区间内的报价取值范围。b). 当报价落在有效区间的前提下，使报价得分尽可能高的报价取值范围。然后通过推导演算报价得分公式，分析了下浮比例 a 和减分速率指数 m、n 对报价得分的影响。最后结合一个数据包实例进行了具体的分析，为投标方的报价提供了一些合理的建议。

针对问题二，本文首先使用 Java 对原始数据进行信息提炼，交叉匹配，提出有效信息。随后对每个公司，基于其历史报价数据中每次竞标的货物真实价值与报价的关系，分别采用最小二乘线性回归模型以及灰色预测模型，完全独立地预测该公司针对下一批次货物的报价，相互验证，相互检验，并对前者的拟合效果进行了合理性分析，随后采用熵权组合法融合两个模型，得到最终报价预测值。最后基于对所有公司的报价预测值，结合对计分函数性质的分析，求解中标概率最大的报价值。

针对问题三，基于针对问题二建立的模型，以除合容外所有公司的历史报价数据为训练集预测他们在所求批次上的报价，进而对合容电气进行报价预测，得到所求结果。此外，我们利用 2014 年第三批的真实历史数据对模型进行了有效性检验，本模型推断出来的报价在与真实数据进行共同竞价排名时，能在该批次 111 个有效包中拿到 67 个第一。

针对问题四，本文首先采用一个具体的例子，从定性分析与定量证明两个角度，阐明了现有招标方案可能招致串标问题的两个原因。随后提出采用最接近但同时低于平均值的报价替代方案，并阐述证明了该方案解决串标问题的原因。但是同时，分析了新方案可能引入的追求不合理低价以及系统不稳定两个问题，并为进一步优化指出了方向。

关键词：投标报价；招标策略；有效性；熵权法

1. 问题重述

1.1 背景

在现代商业采购行为中，招标投标被运用得越来越广泛。随着社会的快速发展，招投标所面对的经济对象不断地大型化、复杂化，导致招投标行为出现了多批次化，从而给投标决策提出了新的问题。如何构建并实施有效的投标报价策略、并以此为依据制定出既有合理利润又有竞争优势的报价，关系着投标企业的经济效益乃至于企业的生死存亡。

在常规的评标过程中，招标方会综合考虑与投标方有关的各方面的因素，比如投标方的报价、技术实力、商务能力等。以报价为例，投标方要根据具体的招标和评分方法给出理想的报价，这样才能在激烈的投标竞争中获胜。通常这就需要建立一个与投标报价和中标概率有关的数学预测模型。投标方通过这种方法来预测并给出报价，能够在招标方对其价格评估打分时建立优势，进而提高中标率。

1.2 问题重述

本次招投标问题是关于国家电网对电容器类货物的分批次采购。每批又分若干包，而不同包所包含的电容器规格、数量不同。其中参加投标厂家每年基本固定，主要厂家有 17 家左右（具体见附件）。

本次招标采用综合评标法（价格 60%+技术 30%+商务 10%）。假设各厂在技术、商务等方面实力相当，因此只需要考虑通过合理的报价来提高价格得分，此得分第一就中标。各厂家具体得分采用区间平均下浮双边曲线法（详见附录 1）。

实际投标过程中，由于竞争对手的投标策略是随着市场环境及自身条件的变化而变化的，因此就是对同一个包（货物类型以及对应数量完全相同），同一厂家在不同批次中的报价也可能是不同的。还需要注意价格下浮比例 a（或称下浮系数）以及减分速率指数m、n对报价也会产生一定的影响。

附件1给出了2013年至2014年共6批货物发包清单；附件2给出各批一部分包的价格得分情况；附件3给出了各种型号电容器最高限价。

针对上述情况回答以下四个问题：

1、试对国家电网采用的区间平均下浮双边曲线算法作全面研究分析，给出对投标方有价值的研究结论。特别地，下浮系数及减分速率指数的调整对报价有何影响？

2、假设你负责“合容电气”公司的投标，请在对2013年第5批至2014年第3批共5批数据进行分析的基础上，建立该公司的报价模型以提高中标率。

3、根据你所建立的模型，给出“合容电气”对2014年第4批以下指定各包的具体报价：包24，包29，包41，包42，包,57，包62，包66，包71，包74，包76，包84，包87。

4、请在分析研究的基础上给出关于国家电网招投标方法改革的合理化建议。

1.3 问题分析

问题一研究招标方对各投标方报价所采用的区间平均下浮双边曲线的算法。通过对算法特点的分析，以及下浮系数 a、减分速率指数 m、n 对报价的影响，得出对有利于投标方中标的结论。

问题二要建立“合容电气”公司的报价数学模型。通过对前五批数据的整理、分析、拟合，建立该公司的报价模型。这样在与其他投标方报价竞争的过程中，令“合容公司”能够科学合理地提出报价来提高中标率。

问题三是根据问题二中建立的数学模型针对第六批的部分包预测报价。通过已经建立的模型，对“新”的数据进行报价预测，并将预测结果与附录中实际的结果比较，进而检验报价策略的有效性。

问题四就相对比较开放。从招标方的角度而言，要尽可能避免投标方互相勾结来争取其最大利润的做法；从投标方的角度而言，希望评估的方法尽可能地公平公正公开。所以，科学合理的建议有利于推动招标方法的改革。

2. 原始数据预处理

2.1. 基本假设

1) 各招标方对采购的商品了解充分，并且每个产品的最高限价在一定程度上反应出这种了解。换句话说，招标方基于产品的真实成本制定了最高限价。

2) 招标方是理性的，不会可以将最高限价压低至不合理范围。

3) 商家报价与产品的真实价值有一定的关系，可以用函数（例如最简单的线性函数）来刻画。

2.2 数据分析

每一批招标会分为多个包，而每个包中会包含有多个产品。根据题中所述要求，铁芯形式分为 2 种：铁芯形式的框架式电容器组数与电容器组串联电抗器台数之比为 1:1；空心形式二者之比为 1:3。因此，我们可以将电压、功率规格相同的电容器组与串联电抗按照相应比例组合在一起，每个组合中的电容器组与电抗器为一个整体，我们将每个这样的组合称为一个“产品”，产品为每次采购所需货物的最小单位。

题目中给出的原始数据分为三个部分，分别是：

1) 货物发包清单

包含 2013 年的第五批、第六批以及 2014 年的第一、二、三、四批，总共六个批次的器件。每一批次采购的具体货物包的情况以及包中所含的产品种类、数量均在附件 1 中给出。其他信息如项目单位、需求单位、交货地点、技术规范等在题目所给出信息的基础上无法进行有效利用，因此在我们的模型中将之视为无效信息，排除在外。

2) 价格具体得分

包含从 2013 年第五批开始一直到 2014 年第三批，总共五个批次器件。在每个批次中，每个包的报价公司名称及其报价，以及根据这些报价，招标方采用区间平均下浮双边曲线算法计算得到的各报价公司的得分及排名均在附件 2 中给出。

3) 国家电网电容器规定的最高限价

每一行数据代表我们在前文所述的一个“产品”，该文件给出了每个电容器组与串联电抗器的最高限价。根据铁芯与空心的电容器组与电抗器的数量比例，可以算得每个产品的最高限价。

我们认为，国家电网是一个理性的采购方，不会刻意将最高限价压低到不合理水平。同时国家电网作为招标方，对自己需要采购的产品有充分的了解，能正确认识到每组产品的真实价值，并以此为依据确定自己的最高限价。因此我们有充分的理由相信，最高限价能够反映每组产品的真实成本。

2.3 数据提取

以上对题目给出的原始数据进行了分析，但是原始数据较为杂乱，且大量使用了文字描述，不利于数学分析。因此我们使用 Java，对原始 Excel 表中的数据进行了处理，以此作为我们模型的出发点。具体编程环境为 WINDOWS 10（64bit），Eclipse LUNA，Java 1.7.0_75，代码总量 600 余行（具体代码已经附于附件中以供查阅）。数据处理程序完成的功能包括：

1) 根据给出的最高限价文档，及铁芯种类，计算每组产品的限价，以便进一步处理作为成本的估算价。
2) 统计每个批次每个包中含有的产品种类及数量，进而结合每组产品的最高限价，得出每个批次每个包的成本估算。
3) 统计每个公司的所有投标历史，包括它每次投标的报价，以及对应包的成本估算。
4) 剔除原始数据中不符合规范或者错误的数据。以上各操作都是在剔除不合规范数据的前提下进行的。我们在处理过程中剔除的不符合规范数据包括：
   - 含有电压不是 10kV 的产品的包，共有 146 个。
   - 电容器组与电抗器不满足 1:1 或者 1:3 比例要求的包，共有 46 个。
   - 含有不予考虑产品的包，共有 20 个。

   具体剔除包的清单及原因已附于附件（被剔除包列表.txt）。总包数为 761，剩余有效包数为 549 个；此外由于并非所有公司都参与所有投标，我们舍去了部分参与投标次数过少的公司（公司报价次数统计.txt），选取总参与次数超过 100 次的 21 家公司参与后续分析。最终分析结果同样存于附件中，以供查阅。

3. 模型建立与求解方法

3.1 最小二乘拟合模型

已知一组二维的数据$(x_i, y_i), i = 1,2, \ldots, n$。我们要找到一个函数 y=$f(x)$,使其在某种准则下与所有数据最为接近，即曲线拟合最好。

而在这里我们采用最小二乘法，令：

$$f(\mathrm{x}) = a_1 r_1(x) + a_2 r_2(x) + \cdots + a_p r_p(x)$$

$r_k(x)$为事先选定的一组线性无关的函数；$a_k(k = 1,2, \ldots, p; p < n)$为待定系数。最小二乘准则是使实际值$y_i(i = 1,2 \ldots, n)$与$f(x_i)$的距离$d_i$的平方和最小。

3.1.1 系数a_k的确定

目标函数为：

$$G(a_1, a_2, \ldots a_p) = \sum_{i=1}^{n} (d_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} [f(x_i) - y_i]^2$$

通过对函数 G 求偏导数 $\partial G/\partial a_j = 0$ $(j = 1,2, \ldots, \mathrm{p})$，可以得到关于$a_j(j = 1,2, \ldots, \mathrm{p})$的线性方程组：

$$\sum_{i=1}^{n} r_j(x_i) \left[\sum_{k=1}^{p} a_k r_k(x_i) - y_i \right] = 0\text{，} j = 1,2 \ldots, p$$

$$\sum_{k=1}^{p} a_k \left[\sum_{i=1}^{n} r_j(x_i)\, r_k(x_i) \right] = \sum_{i=1}^{n} r_j(x_i)\, y_i\text{，} j = 1,2 \ldots, p$$

可将该方程组写为矩阵形式：

$$\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{R} \boldsymbol{A} = \boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{Y}$$

其中，

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r_1(x_1) & \cdots & r_p(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1(x_n) & \cdots & r_p(x_n) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A} = [a_1, a_2 \ldots, a_p]^T, \boldsymbol{Y} = [y_1, y_2 \ldots, y_n]^T$$

当$\{r_1(x), r_2(x), \ldots, r_p(x)\}$线性无关时，$R$为列满秩矩阵，$R^T R$可逆。此时，有唯一解$\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{R})^{-\mathbf{1}} \boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{Y}$。

3.1.2 函数$r_k(x)$的选择

恰当地选取$\{r_k(x)\}$是十分重要的。一般情况下，若无法知道 y 与 x 之间的关系，可以将$(x_i,y_i), i=1,2,\dots,n$ 作图，直观地去判断应该用什么样的曲线去拟合。例如常用的曲线，直线：$y=bx+a$；多项式：$y=b_1x^m+\cdots+b_mx+a$等。具体来看用什么样的曲线拟合最好，可以在直观判断的基础上选多种曲线分别拟合然后比较指标看哪条曲线的 G最小。

3.2 灰色预测模型 GM(1,1)

灰色预测模型的特点是使用生成的数据序列而非原始的数据序列。这是一种对原始数据做累加生成（或者其他方法）得到的近似指数规律再进行建模的方法。其优点是利用微分方程充分挖掘系统地本质；能将无规律的原始数据进行生成得到规律性较强的生成序列，运算简单，易于检验，不考虑分布规律，不考虑变化趋势。

3.2.1 GM(1,1)预测模型

这个模型采用一阶的微分方程，且只含 1 个变量的灰色模型[1]。

已有数据序列$x_0=\{x_0(1),x_0(2),\dots,x_0(n)\}$, 一次累加生成序列为（1-AGO)：

$$x_1=\{x_1(1),x_1(2),\dots,x_1(n)\}=\{x_0(1),x_0(1)+x_0(2),\dots,\sum_{i=1}^{n}x_0(i)\}$$

x_1的均值生成序列为：

$$z_1=\{z_1(2),z_1(3),\dots,z_1(n)\}$$

式中，$z_1(k)=0.5x_1(k)+0.5x_1(k-1)\,, k=2,3,\dots,n$

建进而立灰微分方程：

$$x_0(k)+az_1(k)=b\,, k=2,3\dots,n$$

相应的白化微分方程为：

$$\frac{dx_1}{dt}+ax_1(t)=b \qquad (3.1)$$

记$\boldsymbol{u}=[a,b]^T\,, \boldsymbol{Y}=[x_0(2),x_0(3),\dots,x_0(n)]^T\,, \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}-z_1(2) & 1\\ -z_1(3) & 1\\ \dots & \dots\\ -z_1(n) & 1\end{bmatrix}$，由最小二乘法求得目标函数$G(\boldsymbol{u})=(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{u})^T(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{u})$的估计值为:

$$\widehat{\boldsymbol{u}}=[\hat{a},\hat{b}]^T=(\boldsymbol{B}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{Y}$$

进而求解相应的白化微分方程(3.1)可以得出：

$$\hat{x}_1(k+1)=\left(x_0(1)-\frac{\hat{b}}{\hat{a}}\right)e^{-\hat{a}k}+\frac{\hat{b}}{\hat{a}}\,, k=0,1,\dots,n-1,\dots \quad (3.2)$$

3.2.2 GM(1,1)预测步骤

1） 数据检验

为了保证建模方法的可行有效，必须要对已知的数据进行检验处理[2]。通过计算已知数据序列$x_0=\{x_0(1),x_0(2),\ldots,x_0(n)\}$的级比$\lambda(k)=x_0(k-1)/x_0(k),k=2,3,\ldots,n$,检验是否所有的级比都落在可容覆盖域$\Theta=(e^{-\frac{2}{n+1}},e^{\frac{2}{n+2}})$内。如果是，则序列$x_0$可以作为GM（1,1）的数据进行灰色预测。否则，需要对序列x_0做必要的变换处理，使其落入可覆盖域内。常见的方法有平移变换，在这里不赘述。

2） 建立模型

根据方程(3.1)可以建立GM（1,1）模型，并且由(3.2)可以得到预测值：

$$\hat{x}_1(k+1)=\left(x_0(1)-\frac{\hat{b}}{\hat{a}}\right)e^{-\hat{a}k}+\frac{\hat{b}}{\hat{a}}\,,k=0,1,\ldots,n-1,\ldots$$

而且$\hat{x}_0(k+1)=\hat{x}_1(k+1)-\hat{x}_1(k)\,,k=0,1,\ldots,n-1,\ldots$

3） 检验预测值

通常需要检验两个值。一个是残差$\varepsilon(k)$:

$$\varepsilon(k)=\frac{x_0(k)-\hat{x}_0(k)}{x_0(k)}\,,k=0,1,\ldots,n$$

这里$x_0(1)=\hat{x}_0(1)$，若$\varepsilon(k)<0.2$，则可认为达到一般要求；若$\varepsilon(k)<0.1$，则可认为达到较高的要求。

另外一个需要检验地是是级比偏差$\rho(k)$:

$$\rho(k)=1-(\frac{1-0.5a}{1+0.5a})\lambda(k)$$

若$\rho(k)<0.2$,则可认为达到一般要求;若$\rho(k)<0.1$,则可认为达到较高的要求。

4） 预测预报

由GM(1,1)模型得到指定区域内的预测值时，可以根据实际问题的需要，进行相应的预测预报。

3.3 熵权组合预测模型

对于同一个需要建模来进行预测的问题,通常情况下我们可以从多个角度和不同的层次来考虑，进而可以建立多个单项预测模型。每个模型都有其优势及局限性，而通过熵权组合预测可以综合利用单项模型提供的信息，是一种既不否定单项预测也有别于传统预测思想的新型预测方法。与单项模型相比，其具有相对较高的预测精度和较好的稳定性，可以提高预测结果的精确性，并可减少指标确定的经验化，使指标权重的确立具有科学的根据，具有说服力。

熵权组合预测的关键就在于确定各个预测方法的权重。我们将从信息论的角度出发，根据个体预测方法误差指标的信息熵，确定组合预测模型的权重，构建适用于招投标问题的组合预测模型。

3.3.1 组合模型权重的确定

假设我们要选定 m 种单项预测方法，通过 n 个误差指标(比如平方和误差、均方误差等)，则可以构建一个 m＊n 的评价指标值矩阵：

$$P=(p_{ij})_{m*n}$$

其中，$\dot{p_j}$是评价指标$j\ (j=1,2,\dots,n)$的理想值，$\dot{p_j}$的大小因评价指标的不同而异，对于收益性指标则值越大越好，对于损失性指标值越小越好。

评价指标p_{ij}与理想值$\dot{p_j}$的接近度为：

$$D_{ij}=\frac{\dot{p_j}}{p_{ij}}\ ,\dot{p_j}=\min\{p_{ij}\};$$

评价指标 j 对单个预测模型相对重要性的不确定性可用条件熵H_j来度量：

$$H_j=-\sum_{i=1}^{m}\frac{d_{ij}}{d_i}ln\frac{d_{ij}}{d_i}$$

式中$d_{ij}=D_{ij}/\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}D_{ij}$，$d_j=\sum_{i=1}^{m}d_{ij}$

对条件熵H_j作归一化处理：

$$h_j=-\frac{1}{lnm}\sum_{i=1}^{m}\frac{d_{ij}}{d_i}ln\frac{d_{ij}}{d_i}d_{ij}$$

进一步可以确定评价指标 j 的评价权值Q_j：

$$Q_j=(1-\mathrm{h}_j)/\sum_{j=1}^{n}(1-h_j)$$

从而最终得到 i 个单项预测模型的权重：

$$\lambda_i=\sum_{j=1}^{n}Q_jD_{ij}\ (i=1,2,\dots,m);$$

经过上得到各个单项方法的综合评价值，将得到的评价值进行归一化处理得到单一预测方法在熵权组合模型中的权重，形成最终的组合评价模型。

4. 问题求解

4.1 模型假设

我们先对要建立的模型做出一些假设：

1） 每个投标报价的公司在报价过程中没有掌握对方的完全信息，即各个投标竞争者之间的投标报价相互独立；

2） 参加投标的各家企业（17 家左右）之间投标是同时进行而且是相互独立的，彼此之间不存在合作商讨的行为；

3） 各公司的投标人都具有一定的投标经验，决定报价的编制水平比较稳定，属于理性、险中型的投标人；

4） 投标人计算投标报价的方法基本上是相同的，但是因为所要追求的利益不同、各自拥有的企业优势不同，从而导致了投标报价的差异的存在；

5） 模型计算中的数字均以万元为单位。

4.2 问题一模型的分析

4.2.1 符号说明

符号	符号说明
P	投标人的评标价
A	全部有效投标报价算术平均值
A_1	落入 A 的 80%～115%区间里的有效投标报价的算术平均值 A_1
B	竞标基准价
S	报价得分
n、m	减分速率指数
a	下浮比例

4.2.2 算法重述

在本招投标问题中，招标方采用平均下浮双边曲线算法对投标方的报价进行打分。首先对算法进行重述：

1) 共有 N 家企业参与报价，所有企业的报价组成集合$X=\{x(1),x(2)\ldots x(N)\}$。报价低于招标方规定的最高限价的投标价格为有效报价，计算全部有效投标报价算术平均值$A=[\sum_{i=1}^{N}x(i)]/N$ 。（由于招标方规定的最高限价在招投标前已经给出，故可认为所有参与投标的企业的报价均低于最高限价）

2) 将 A 的 80%～115%设定为设定计算基准价的区间，所有落入区间$[0.8A,1.15A]$的有效报价组成集合$Y=\{y(1),y(2),\ldots,y(Ni)\}$，并计算算数平均值$A_1=[\sum_{i=1}^{Ni}y(i)]/Ni$

3) 计算基准价 B。当全部有效报价均在 A 的 80%～115%区间外时，$B=A\times(1-a)$。若有效报价落在 A 的 80%～115%区间内时，$\mathrm{B}=\mathrm{A}_1\times(1-\mathrm{a})$。（式中 a 为下浮比例）

4) 计算报价得分 S。记其中某一企业的评标价为 P，基准价为 B。P≥B 时，$S=(\frac{B}{P})^{n}\times 100$； P<B 时，$S=(\frac{P}{B})^{m}\times 100$。（式中 m、n 为减分速率指数）

5) 根据报价得分从高到低进行排序。

4.2.3 算法分析

由算法的步骤可知，基准价 B 随着企业投标价格的变化而变化。各企业之间的报价相互独立，互不影响。

对其中一家企业进行分析，记该企业评标价为 P，剩余企业的报价未知但是为确定值，记 N-1 家企业报价的平均值为 X。实际的情况为，在 P 变化时，引起 A 变化，从而导致落入区间[0.8A, 1.15A]的报价发生变化，进而引起 A1 变化，而在 A 和 A1 都发生变化时，基准价 B 必然发生变化。

对于实际的竞标，我们希望投标方做到：

1) 根据过往报价情况，在对其余企业报价进行合理分析的基础上，对它们的报价进行预测。

2) 在对竞争对手报价预测的基础上，使自身的报价尽可能落入竞价有效区间内，并且使报价的得分足以赢得竞标。

3) 在确保自身报价能竞标的情况下，此时不必追求过高的得分，而应当使报价尽可能高，让企业的利润最大化。

下面通过公式推导来进一步地分析。

假设某家公司自身报价：P ，其余 N-1 家报价平均值：X

所有企业有效投标报价的算术平均值为：

$$A=\frac{P+(N-1)X}{N} \qquad （1）$$

当所有报价均不落在$[0.8A,1.15A]$区间时，

$$B=(1-a)\left[\frac{P+(N-1)X}{N}\right] \quad （2）$$

当报价落在$[\,0.8A, 1.15A]$区间时有效，此时若希望自身的报价 P 进入有效区间，需要使 P 满足

$$0.8A \le P \le 1.15A \quad （3）$$

代入（1）式可得

$$\frac{0.8P+(N-1)X}{N} \le P \le 1.15\frac{P+\left(N-1\right)X}{N}$$

$$X\frac{0.8(N-1)}{N-0.8} \le P \le X\frac{1.15(N-1)}{N-1.15} \quad （4）$$

为使自身的报价落入有效区间内，需要在对其他企业报价预测的基础上，使自己的报价落入这个范围。由于预测存在误差，为了保险起见，可令区间收尾向内缩进 10% 以提高报价有效率。

当报价 P 落在$[0.8A, 1.15A]$区间时，假设除自身外假设有 N_1-1 个企业的报价落在有效区间内，这些企业报价的平均值为 X_1，则此时算术平均值

$$A1=\frac{P+(N1-1)X1}{N1} \qquad （5）$$

$$B=(1-a)\left[\frac{P+(N1-1)X1}{N1}\right] \quad （6）$$

下面来计算得分：

假设 P 落入了有效范围，根据算法，得分的计算公式为

$$S=\begin{cases}\left(\dfrac{B}{P}\right)^n\times100, P\ge B\\ \left(\dfrac{P}{B}\right)^m\times100, P<B\end{cases}=\begin{cases}\left(\dfrac{(1-a)\left(P+\left(N_1-1\right)X_1\right)}{N_1P}\right)^n\times100, P\ge B\\ \left(\dfrac{N_1P}{(1-a)\left(P+\left(N_1-1\right)X_1\right)}\right)^m\times100, P<B\end{cases} \quad （7）$$

易知，当

$$P=B=(1\text{-a})\left[\frac{P+(N_1-1)X_1}{N_1}\right] \qquad （8）$$

$$P=\frac{(N_1-1)(1-a)X_1}{N_1-1+a} \qquad (9)$$

时报价得分最高，故要使自身报价的得分最高，需使自身的报价尽可能地接近这个值。由式子可知，要求得此时的 P 值，需要对 X_1 进行预测，由于自身报价会对落入有效区间的报价的算数平均值产生影响，因此误差较大。还有一种方法是对每一家企业的报价进行预测，而不是对整体的均值进行预测，此时需要预测的变量较多，误差也相应地有所增加。实际竞标时，需要根据具体情形，并结合自身对相应变量预测准确性的把握进行决策。

下面对得分公式中的三个参数，下浮系数 a、减分速率指数 m 和 n 对得分 S 的影响进行分析。为了便于后续分析，根据算法步骤，首先画出报价得分随报价变化的趋势图（此处只要求画出相互之间的基本关系，不考虑报价 P 对基准价格 B 及其它报价落入有效区间的影响），如下图所示：

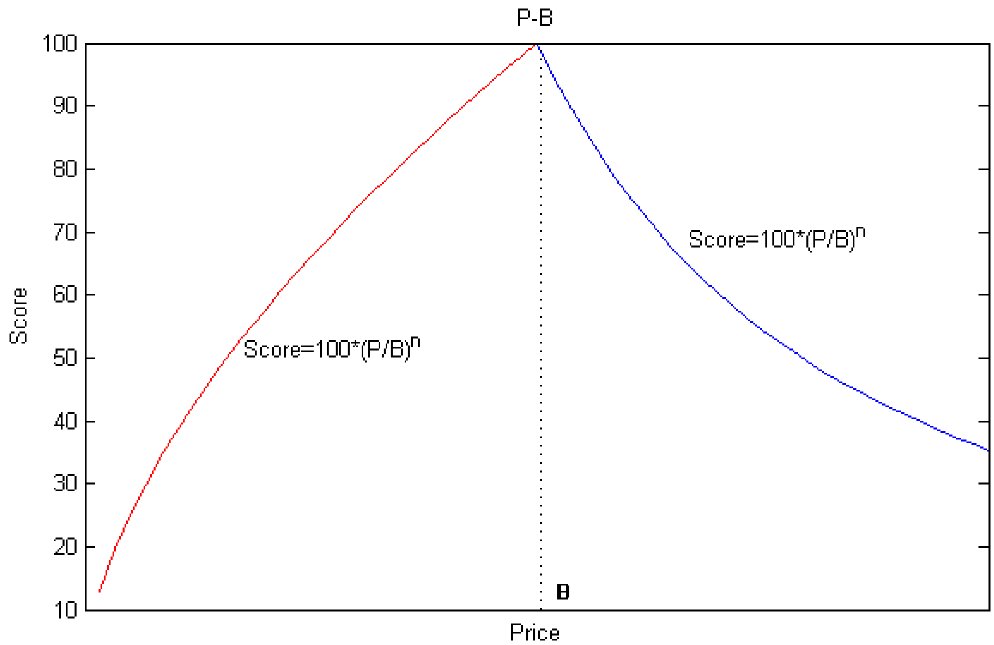


图 4-1 平均下浮双边曲线

从图中可以看出，得分在低于基准价 B 的情况下，报价提高的话，得分上升，而且上升曲线为凸曲线，上升速率越来越慢；当价格高于基准价 B 的时候，报价下降能使得分上升，而且为凹函数，上升速率越来越快。可见对于招标方来说，鼓励投标价格有向低的趋势，又不希望价格过低导致恶意竞争和豆腐渣工程。

在保持 m 和 n 不变的前提下，改变 a 的取值，得到下图：

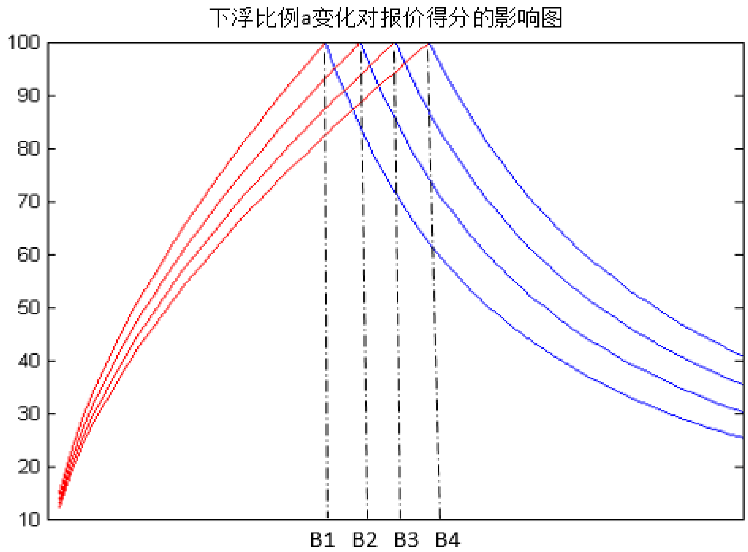


图 4-2 下浮系数 a 对报价得分的影响

由图可知，a 的变化不影响得分曲线的形状，只是使曲线发生了平移。当 a 增大时，曲线左移，B 值随之左移，为了使得分较高，需要降低报价以落在合理区间。可见 a 的值反映了招标方对价格高低的一个调控。

在保持 a 不变的前提下，改变 m 和 n 的取值，得到下图：

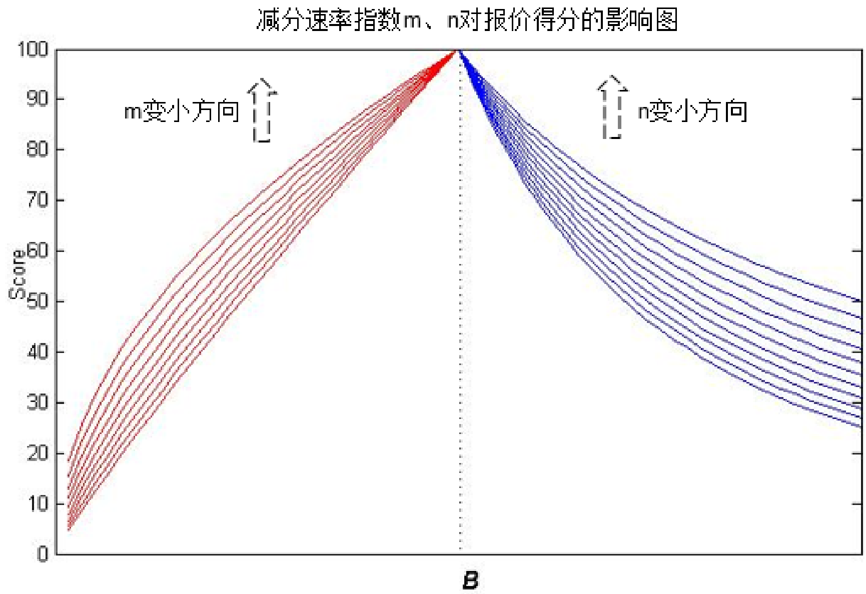


图 4-3 减分速率指数 m、n 对报价得分的影响

由图可知，m 和 n 的改变相互之间不会影响，m 只对（P<B）的区间产生影响，n 只对（P>B）的区间产生影响，并且 m 和 n 的改变影响曲线的形状，而不影响曲线的位置（由 B 值反映）。当 m 和 n 增大时，B 值两侧曲线都变陡峭，即远离 B 值时得分下降速率加快。m 和 n 值反映了招标企业对工程价格和质量的

偏向性，当 n 较大时，投标方应适当降低价格以获得更高的报价得分，当 m 较大时，投标方可以适当地提高报价。

下面结合数据对三个参数进行分析。选用 2013 年第 6 批包 62 的数据来进行分析（因为对于这个包的报价处于区间外的情况较少，说明各企业之间的报价考虑的最为周全，相互之间的竞争最大）。企业报价数据及报价得分如下：

投标人	报价	基准价区间	（万元）		价格得分（区间内）	得分排名(区间内)
合容	53.6679	53.6679			58.63	3
恒顺	61.0740	61.0740	算术平均值A	59.4504	52.36	11
日新	64.5300	64.5300			48.21	16
桂容	71.3100	区间外	算术平均值A1：	58.7092	41.50	17
思源	60.3720	60.3720			53.28	9
永锦	61.2000	61.2000			52.20	12
上虞	54.0540	54.0540	基准价B：	55.7737	58.88	1
苏州	57.8448	57.8448			56.81	6
赛晶	58.0800	58.0800	下浮比例：	0.0500	56.46	7
ABB	59.4206	59.4206			54.56	8
西电	60.8283	60.8283			52.68	10
顺容	56.6190	56.6190			58.66	2
豫电	61.6433	61.6433			51.64	13
泰开	52.2639	52.2639			57.71	4
库柏	63.2500	63.2500			49.68	15
新东北	51.6000	51.6000			57.26	5
欣泰	62.8992	62.8992			50.10	14

表 4-1 企业报价及得分

假设企业中的报价为自身根据以往数据预测得到相应企业此次竞标的报价，编写 Matlab 程序来实现算法。报价 P 独立于表格中的数据，但是 P 值的改变会影响 A、A1 和 B 等参数，因此这是一个动态变化的过程。

令 P 值从所有企业报价最低值的 70%变化到所有企业报价最高值的 120%来进行分析。结果如下三图所示：

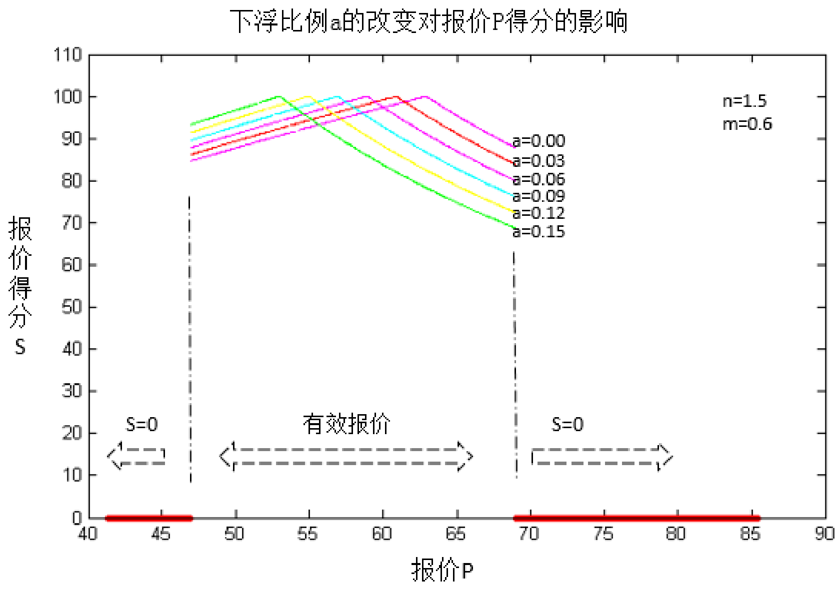


图 4-4 下浮比例 a 的改变对报价 P 得分的影响

当 a 从 0 逐渐上升到 0.15 时，报价 P 的高得分区间向左平移。此时相应地降低报价能提高报价得分。

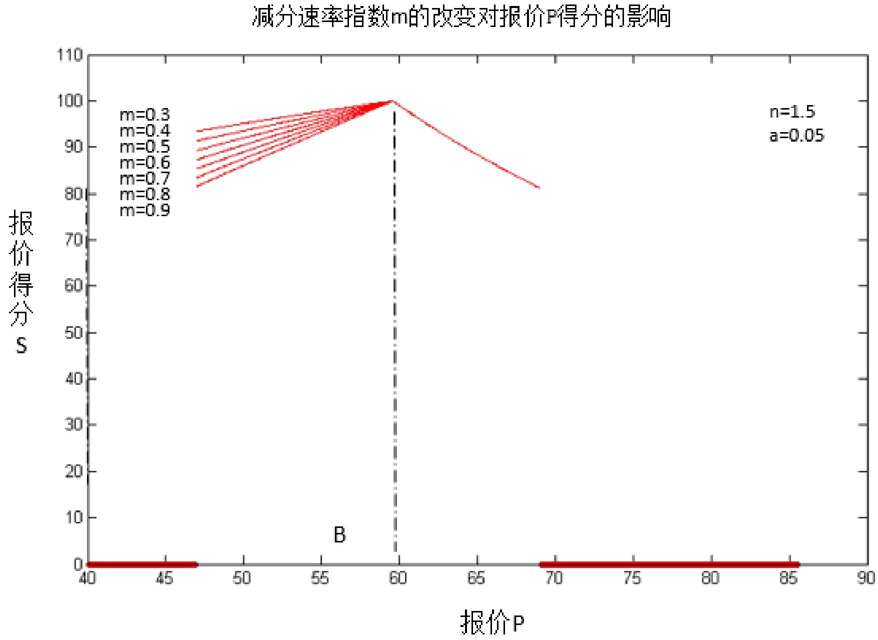


图 4-5 减分速率指数 m 的改变对报价 P 得分的影响

当 m 从 0.3 增加到 0.9 时，B 值左侧的得分曲线开始变得陡峭，此时适当提高报价，可以降低得分下降过快的损失。

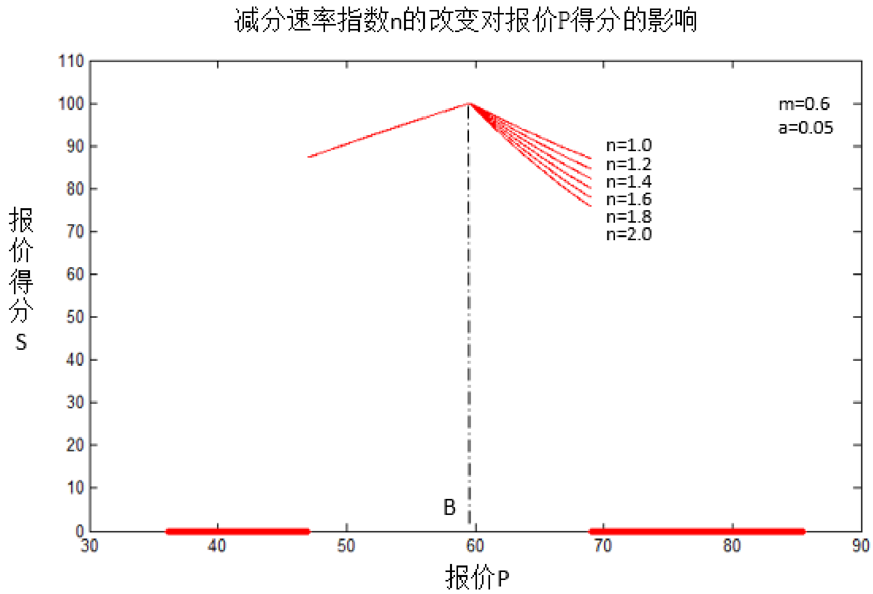


图 4-6 减分速率指数 n 的改变对报价 P 得分的影响

当 n 从 1.0 增加到 2.0 时，B 值右侧的得分曲线开始变得陡峭，此时适当降低报价，可以使得报价得分不至下降过快。

总之，已往的工程投标都采用暗标的方法，即标底事前不公布，而由甲方掌握。投标各方各自制订商务报价，开标后由报价与标底最接近的一方中标，这种方法容易产生腐败现象。而国家电网评标时采用的区间平均下浮双边曲线算法增加了公平性和透明度，避免了暗箱操作的可能性。

其次，对于招标方，虽然希望项目的竞标价越低越好，但是不希望过低的价格导致恶意竞争和偷工减料，区间平均下浮双边曲线算法通过事先对项目的合理评估，使报价落在一个合理的区间，这也是招标方希望看到的。

对于投标方来说，投标方需要根据招标方公布的下浮系数及减分速率指数来调整自己的报价策略。当招标方公布的下浮系数较高时，此时投标方出价应该要在预测其它企业出价的基础上，进行下调，以免与基准价 B 相差过大；当招标方公布的减分速率指数中的 m 较高时，此时应该适当提高报价；当招标方公布的减分速率指数中的 n 较高时，此时应当适当降低报价。

4.3 问题二模型的建立与求解

4.3.1 符号说明

a_{ij}	投标方对包的报价，其中 i代表公司$i = 1,2,\dots,21$， j代表包$j = 1,2,\dots,549$
b_j	通过单件产品最高限价组合计算出的第j个包的“成本”
γ_{ij}	为a_{ij}与b_j的比值
$\widehat{\gamma_{ij}}$	γ_{ij}的预测值
Θ	灰色预测模型中的可容覆盖域
$x_0(k)$	灰色预测模型中的参考序列
$y_0(k)$	灰色预测模型中经线性变换后的参考序列

4.3.2 模型建立与分析

4.3.2.1 最小二乘线性回归模型

在这道题中，我们通过前文所述的数据提取的方法将不同批次中各公司对包的报价a_{ij}提取出来，而后根据每件产品的最高限价计算出每个包的“成本”b_j。

在这里，我们定义一个新的指标$\gamma_{ij}=a_{ij}/b_j$，正常情况下$0<\gamma_{ij}<1$。之所以这样做，而没有直接利用报价a_{ij}与“成本”b_j的关系，是为了进行归一化来统一标准，以便比较不同公司对相同的包以及同一公司对不同的包报价的整体差异情况。

这里有一点需要明确，在已经知道其他公司报价的前提下，遍历寻找最优解。但是什么叫最优解？有两种解释方案：

A. 基于对其他公司报价的预测，让本公司的得分最高，无疑也就意味着让本公司中标的概率尽可能大

B. 基于对其他公司报价的预测，在保证本公司中标的前提下，同时追求报价最高，也就是利润最高。

相对来说，方案 A 的中标概率要比方案 B 大，因为选用方案二可能会在追求利润的过程中，可能会降低本公司最终得分的预期，因而减少中标的概率。考虑题中仅仅要求我们考虑提高中标率，因此我们选择第一种方案。

在本模型中，我们基于历史数据建立了对其他参与投标公司的报价预测模型，在已经其他公司报价预测值的前提下，寻找自身报价的最优点。这种角度的出发点是尽可能增加公司在做选择时掌握的信息程度（事实上，掌握别的公司的报价，已经是本公司在指定自己报价策略所能掌握的最有效的信息了），从而让自己能给出最佳的应对策略。

故对多个公司的γ_{ij}（对每个公司而言i固定，j对应有效的报价）建立散点图。除了合荣公司外，我们要分析其他所有公司的有效数据。以恒顺公司为例，其γ_{ij}的散点图如下：

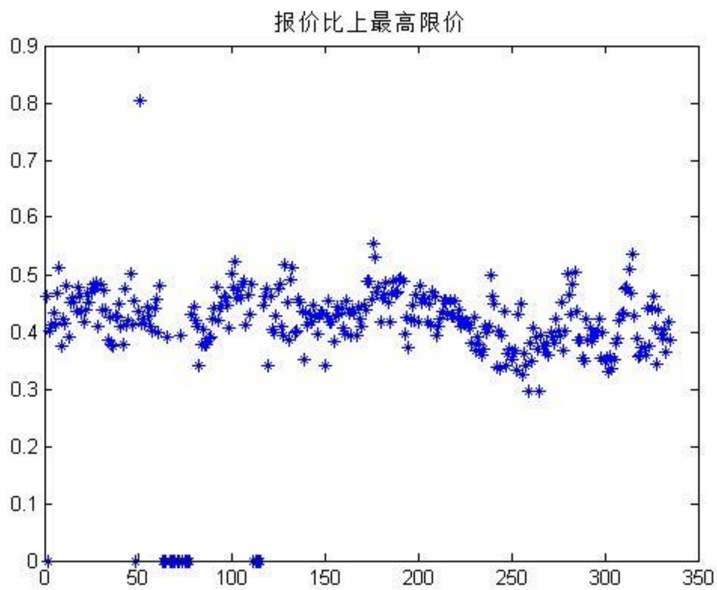


图 4-7 恒顺公司的γ_{ij}散点分布图

经过观察其分布情况，我们选取了一次线性回归模型（即在 3.1.2 中选择函数$r_k(x)$为一条直线）来对γ_{ij}进行拟合。拟合的结果用$\gamma_i = k_i j + e_i$来表示。

在上面的表达式中，前面的部分是与成本相关的，是公司内在的报价逻辑的反应。其影响因素主要是包括公司追求利润的激进程度。可以说这是一个公司一脉相承的报价指导思想，不会因时间，或者针对具体的某次竞标有大范围波动。而后面的偏差项e_i经过制图可以发现其基本满足正态分布，也就是说，报价可看为“成本”加上一个随机扰动项，而这个误差是高斯白（满足标准正态分布）的。其可能会根据具体的招标情况以及同时参与竞标的其他公司的影响，但该随机扰动的幅度也不会太大。同时这也证实了我们所选拟合曲线的合理性。

进一步地，我们选择多项式或者指数拟合，发现效果大打折扣。最终，选择了一元线性回归模型来做拟合。以恒顺公司为例，结果如下：

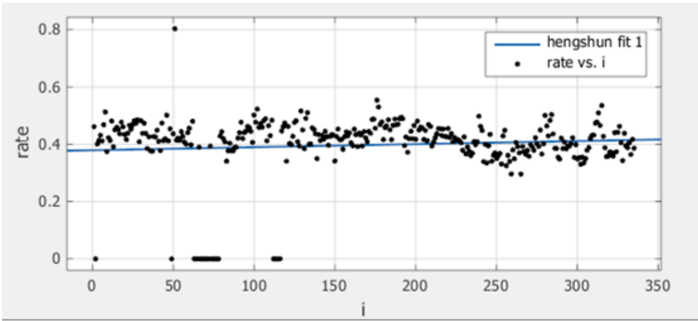


图 4-8 恒顺公司的γ_{ij}拟合曲线

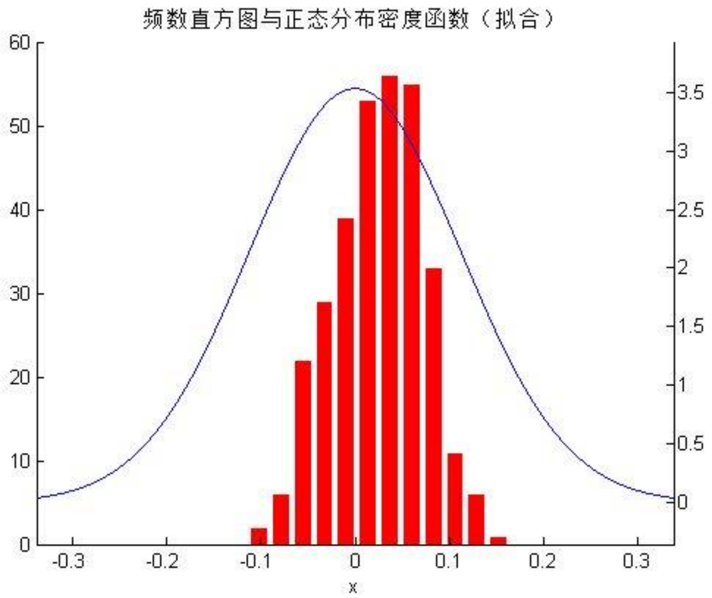


图 4-9 恒顺公司的e_i分布直方图

4.3.2.2 灰色预测模型

将 $\gamma_{ij}\,(j = 1,2 \ldots 549,$取其中的非空有效值) 作 为 模 型 中 的 参 考 序 列

$\{x_0(k)|\mathrm{k}=1,2,\dots,549$；若无有效报价，则记为空$\}$，对方程（3.1）求解得到相应的解，形如（3.2）。在按照 3.2.2 中 GM（1,1）预测模型的步骤进行计算、检验和预测。要注意在计算过程中发现有些点位于可容覆盖域Θ外，要对这些点进行线性变化，即取常数 C，$y_0(k)=x_0(k)+C$，使得序列$\{y_0(\mathrm{k})|\mathrm{k}=1,2,\dots,549\}$的级比全部位于$\Theta$内。

经过计算，可以得到结果如下图：

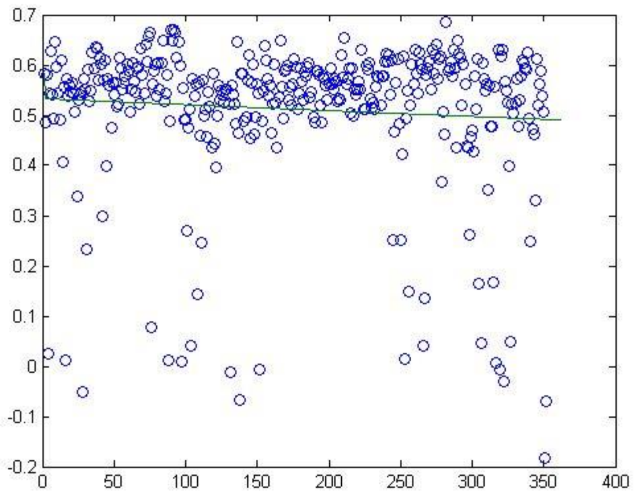


图 4-10 灰色预测模型结果

4.3.2.3 熵权组合预测模型

利用之前的两个单项预测的模型，即最小二乘线性回归模型与灰色预测模型，即 k=1,2。设二者所对应的熵权组合权重分别为λ_1、λ_2[3]。

此模型选用了三个误差指标作为参考项[4]，分别是：

平方误差和：$\mathrm{SSE}=\sum_{j=1}^{549}\left(\gamma_{ij}^{k}-\widehat{\gamma_{ij}^{k}}\right)^2\ \ i=1,2,\dots,21;k=1,2$

均方误差和：$\mathrm{MSE}=\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{j=1}^{549}(\gamma_{ij}^{k}-\widehat{\gamma_{ij}^{k}})^2\ \ i=1,2,\dots,21;k=1,2$

平均绝对误差和：$\mathrm{MAE}=\frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{j=1}^{549}|\gamma_{ij}^{k}-\widehat{\gamma_{ij}^{k}}|\ \ i=1,2,\dots,21;k=1,2$

依据 3.3.1 中所述关于组合模型权重的计算方法，我们可以求得对于合荣电气公司而言，其组合权重系数为：

$$\lambda_1 = \sum_{j=1}^{3} Q_j D_{1j} = 0.618$$

$$\lambda_2 = \sum_{j=1}^{3} Q_j D_{2j} = 0.382$$

4.4 问题三的求解

4.4.1 模型代入

按照我们在 4.3 中建立的数学模型，将本题中针对 2014 年第 4 批指定的包对合荣公司的报价预测如下：

2014年第4批报价预测	
待预测的包	最优报价（万元）
包24	91.99
包29	78.21
包41	77.1
包42	88.47
包57	132.44
包62	71.94
包66	116.36
包71	82.9
包74	23.2731
包76	104.88
包84	122.64
包87	149.69

表 4-2 合荣公司对 2014 年第 4 批产品指定包的报

进一步地，将合荣公司预测的相应报价所对应的分数画出曲线图。其中，横坐标为预测的报价，纵坐标为相应得分。如下图所示，可见当得分最高时，报价约为 149.69 万。

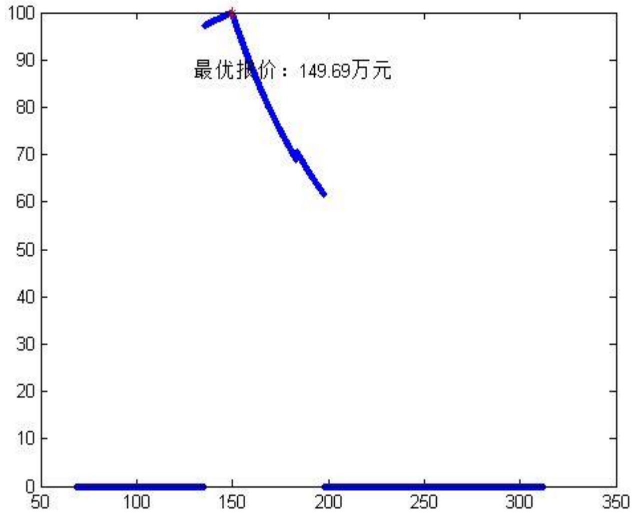


图 4-11 合荣公司对 2014 年第 4 批产品指定包的预测报价与得分

4.4.2 模型有效性分析

除了按照题目中的要求，对合荣公司针对 2014 年第 4 批指定包的报价进行预测外，我们还对 2014 年第三批中包 25 进行模型有效性检验。选用的数据如下：

投标人	报价（万元）	基准价区间			价格得分（区间内）	得分排名(区间内)
顺容	98.70	98.7000			42.66	13
桂林	94.78	94.7800	算术均值A1：	94.8988	46.26	11
合容	88.10	88.1000			53.55	5
中原	91.80	91.8000	算术均值A2：	92.4747	49.32	8
恒顺	104.48	104.48			38.07	14
日新	80.08	80.0800			59.31	1
迪生	114.62	区间外			31.63	17
泰开	86.18	86.1800	基准价B：	83.2272	55.96	3
库伯	108.32	108.32			35.42	15
思源	86.87	86.8700			55.07	4
永锦	96.90	96.9000	下浮比例：	10%	44.26	12
上虞	93.02	93.0200			48.03	9
苏容	91.41	91.4100	备注说明： 1、本次2014年第三批10kV框架式、集合式电容器下浮比例均为：10%。 2、采用区间平均下浮双边曲线算法。		49.74	7
赛晶	83.98	83.9800			58.93	2
ABB	111.54	区间外			33.41	16
西电	93.25	93.2500			47.80	10
新东北	89.25	89.2500			52.18	6
欣泰		区间外			0.00	无

表 4-3 各公司对 2014 年第 3 批产品指定包的报价及得分

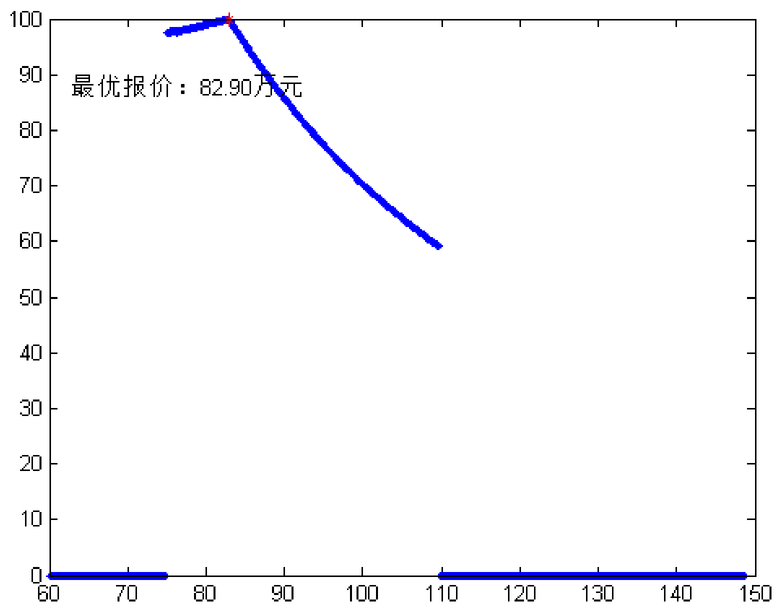
与模型步骤一致，不再赘述详细的过程，仅将过程中重要的结果列出。利用以往数据（2013 年第 5 批、2013 年第 6 批、2014 年第 1 批、2014 年第 2 批）对表格中的公司的报价进行预测，结果如下：

预测得到的企业的报价

顺容	桂林	合容	中原	恒顺	日新
91.23	99.12	80.00	90.13	98.56	76.15
迪生	泰开	库伯	思源	永锦	上虞
115.12	83.14	103.34	80.13	100.03	98.12
苏容	赛晶	ABB	西电	新东北	
90.98	83.54	100.25	88.23	91.55	

表 4-4 各公司对 2014 年第 3 批产品指定包的**预测报价**

利用预测得到的公司报价，代入算法，利用 Matlab 计算得到最优的报价为 82.90 万元，如下图所示：



将此报价作为独立的一家公司的报价，与真实的企业报价数据结合，分析得该报价的报价得分排名第二。故可认为模型具有一定的有效性。

4.5 问题四求解

4.5.1 串标问题

题中所述的国家电网招投标方法事实上可以算作合理低价中标法的一个变种，合理低价法的招标流程可以总结如下[5]：

1） 假如参加投标的人数过少，少于三个人，则简单使用最低价中标法。假如仅一个人，则该投标商直接中标。

2） 假如参加投标的公司超过三家，则：

a） 计算所有公司的报价的平均值 A

b） 计算所有公司报价与平均值之间差值的绝对值 ΔP_{i}

c） 差值 ΔP_{i} 最小的公司中标

d） 假如有一家或多家公司差值相同，在没有额外信息的情况下，则随机决定一家公司中标

题中所给的国家电网模型除了在前期使用平均值增加了一次筛选之外，增加了区间平均下浮双边曲线算法来对最终剩下的符合要求的投标人的报价进行评分，但最核心的思想依旧是：报价最接近平均值的公司中标（暂时未考虑在 $B < P$ 以及 $B \geq P$ 两种情况下评分函数下降曲率不一样的细节，但稍后我们可以看到这并不影响后续分析），下面我们将阐明该模型存在的最主要的问题：它大大增加了投标人串标的可能性。

为了抽象出问题，假如现在有三家公司参与某一批次产品的投标。每个公司 $i = 1,2,3$ 所能提供产品的成本分别为 c_i，这也是每个公司所能接受的最低报价。为了让问题更加清晰，我们假设每个公司知道别的公司的成本。招标机构无法得知这三家机构的成本、信誉等额外信息。假定这三家公司已经在市场上有了长时间的合作，相互之间十分熟悉。不是一般性的前提下，我们假设

$$c_1 < c_2 < c_3$$

也就是说，公司一效率最高成本最低，而公司三效率最低成本最高，招标方公开宣布本次招标的最高限价为 $\mathrm{r} > c_3$。各家公司的报价分别为 (p_1, p_2, p_3)，若算出平均值为 $\mathrm{a}={(p_1 + p_2 + p_3)}\big/{3}$ （这里暂时不考虑第一步筛选，因为在这里考虑各家公司报价相等的情况，此时第一步筛选不会筛选任何公司，不影响后续分析），那么每家公司所能获得的利润函数为：

$$R_{\mathrm{i}}(p_i, a) = \begin{cases} p_i - c_i\,, if\ |\,p_i - a\,| < |\,p_j - a\,|, \forall j \neq i \\ 0\,, o.w. \end{cases}$$

当多家公司提出相同的价格时，形成的死锁通过随机选择中标方来解决。

在这种情况下，假如所有投标方实现串标，统一略低于最高限价报价，无疑会让每个公司获得最高的利润。这是促使投标方串标的原因之一。

同时，除了利润之外，题中所给的招标模型在很大程度上在迫使投标方串标[6]。下面这个例子能很好地阐明：假设现在公司一本为遵纪守法的优秀公司，

但是通过某种渠道，它发现公司二和三已经串通好报价为$c_3 < p_2 = p_3 = p < r$，此时：

- 方案一：若公司一报价 $p_1 = p$，那么平均价$a = p$，公司一获利的期望为：

$$E\left(R_1\right) = \left(p - c_1\right)/3 > 0$$

- 方案二：若公司一报价 $p_1 < p$，那么平均价$\mathrm{a} = (1/3)p_1 + (2/3)p$，显然p的权重比$\mathrm{p}_1$要大，算出来的平均值会更接近于p而不是$\mathrm{p}_1$，这意味着公司一在很大可能上会没有中标，获利期望为0虽然m与n的设置能在一定程度上减缓这种可能，但是这与p、m、n均有关系，而公司一在没有准确把握的前提下，会选择更加稳妥的方案一，从而导致公司一被迫与公司二、公司三串标，即使这不是它的本意。这意味着该模型最终的平衡状态会是所有公司串标且报价略低于最高限价。

4.5.2 改进措施

针对上述提出的问题，我们认为可以对选择中标者的方案进行改进。从以前的采用最接近平局值的报价，修改为采用低于平均值且最接近平均值的报价。下面我们将证明，这破除了上述的串标怪圈。

同样采用上面的例子，三个公司在上述考虑下，达到报价相同的平衡状态。此时没有报价低于平均报价，且每个公司中标的概率是均等的（因为在出现相同差值时，采用随机算法）。这里暂时不考虑双边曲线m、n的影响，而是将模型简化为在平均报价两侧各公司的得分都是线性下降。因为平均报价两侧的函数增减趋势没有变化，所以这样的简化对后续的分析没有影响。

此时公司二与公司三的报价策略仍然为$p > r$，假如$p_1 = p$则公司一的获利期望为$(p - c_1)/3$。但是此时公司一完全可以通过适当降低报价（假如新报价为p_1'）来确保自己中标，进而获得更大的回报。此时新的平均报价会落在区间$\left(p_1', p\right)$，而公司一会是唯一一个报价低于该平均报价的公司，从而，公司一会中标。获利期望为$\left(p_1' - c_1\right) > \left(p - c_1\right)/3$。并且$p_1'$并不需要比p低太多，即使仅仅低一块钱，也能让上述分析成立。这无疑打破了上述纳什平衡，破除了招标方案方面施加给投标人串标的压力。

但是事物皆有两面性，在解决一个问题的同时，往往会引入新的问题，我们并不否认这个新的招标方案在解决串标问题后还存在其他方面的问题，下面对新的招标方案存在的问题进行分析，并提出我们进一步的招标方案设想。

➢ 问题一：容易引起非理性地追求低价。

我们知道最低报价法最大的问题就在于它可能导致投标方先利用不符合实际情况的报价赢得中标，然后再在工程中额外要价，这只会带来更大的损失。而在采用低于平均值且最接近平均值的报价作为中标方后，投标方为了使自己中标，需要提出的价格甚至比最低报价法更低。

在前面的例子中，我们已经知道$c_1 < c_2 < c_3$。各方为了使自己中标概率最大，相互不断降低价格，势必最终会导致公司二与公司三的最终报价定格在其所能承受的成本价，也就是c_2、c_3，在最低报价中标法中，公司一仅仅需要满足报价$p_1 < c_2$即可，但是现在为了让平均值小于c_2 从而使自己中标，公司一的报价必须满足$p_1 < 2c_2 - c_3 < c_2$。也就是说，为了中标，公司一需要拿出比最低报价招标方案更低的价格。这又加剧了不合理压价行为。

➢ 问题二：系统的不稳定性

现在假如需要买的产品最高限价为 1000 万人民币，参与竞标的公司多于三家。通过前面的分析，我们知道在原始模型中，各投标方会将投标价统一在 1000 万人民币，从而获得最大利益。经过改进的模型让其中某个公司只要出价 999 万就可以低于平均价且保证中标。每家公司的投标策略很简单，减少自己的报价就能增大自己的中标概率。

但后续应对所报价的减少量会远远超过 1 万元。假若现在有 5 个公司，其中 3 个报价正好为最高限价 1000 万元，1 个公司报价为 999 万元。我作为投标为了让自己中标，我的报价b_{def}应该满足：

$$\left(b_{def} + 999 + 3*\left(1000\right)\right)/5 \le 999 \Rightarrow b_{def} \le 996$$

更一般地，如果有 N 个公司，其中一个报价 999 万元，其余报价 1000 万元，那么我们的报价应该满足：

$$b_{def} \le \left(N-1\right)*999-(N-2)*1000$$

这意味着我们的报价会在很大程度上依赖于别人的报价以及总的参与投标的人数，投标方自己的投标价格对竞争对手的报价十分敏感，投标方不再主要考虑自身成本、市场等因素，这会导致整个报价系统具有极大的不确定性与不稳定性。也就是说，即使招标的两组产品相互之间并无太大区别，也可能会导致各投标公司的报价有极大出入。这无疑是一个问题。

对于新模型的这些问题，囿于时间在本文中没有办法给出进一步的解决方案。进一步思考的方向包括，可以借鉴 CNIPA 的招标思想[4]，将这些方案进行进一

步的融合。另外，这些问题在一定程度上可以使用基于多因素的投标方案解决，即在投标过程中不仅仅考虑各公司的报价，还进一步考虑各公司的综合实力、信誉、历史合作关系等，再进一步利用层次分析法(AHP)或者模糊综合评价等对各因素进行赋权综合，得出最后的中标结果。

5．总结与展望

5.1 总结与思考

在本次解决招投标问题的建模过程中，首先对海量的数据进行了筛选和提取，然后建立指标，将其建立模型。分别通过最小二乘线性回归模型、灰色预测模型、熵权组合预测模型来处理数据，并证明了所建数学模型的合理有效性。针对问题一，我们对题目中给出的平均下浮双边曲线做出了详尽的分析与解释；针对问题二和问题三，我们也对所建模型的结果和预测做出了分析；而对问题四就做出了比较有针对性的回答。

5.2 展望

在本模型中，我们基于历史数据建立了对其他参与投标公司的报价预测模型，在已经其他公司报价预测值的前提下，寻找自身报价的最优点。这种角度的出发点是尽可能增加公司在做选择时掌握的信息程度（事实上，掌握别的公司的报价，已经是本公司在指定自己报价策略所能掌握的最有效的信息了），从而让自己能给出最佳的应对策略。

但是从另一个角度，本题可以不追求预测别的公司的报价，而采用不完全信息静态博弈模型。所谓不完全信息，指的是竞价双方都无法得知对方的报价，也无法得知与对方报价有关的任何信息。并且每个参与投标的公司都只能有一次投标机会，及在最终开标之前，没有修改的机会，不会有针对别人投标报价再动态修改自身报价的过程，因此称为静态博弈。在这些假设前提下，本体完全可以转化为博弈论模型，推断出让本公司中标概率最高的报价策略。并用 13 年第五批到 14 年第三批的五批数据进行回归检验。

这虽然不是我们采用的思考方向，但也不失为一种有效的解题角度。

参考文献：

[1] 司守奎, 孙兆亮等. 数学建模算法与应用. 北京：国防工业出版社，2015.

[2] 姜启源. 数学模型(第二版). 北京：高等教育出版社，1993.

[3] 蔡锁章. 数学建模原理与方法. 北京：海洋出版社，2000.

[4] CNIPA, Appalto pubblico di forniture ICT: Manuale applicativo, I Quaderni, vol. 24, 2006.

[5] Friedman, L. (1956). “A Competitive Bidding Strategy,” Operation Research, Vol. 4, 1956, pp.104-112.

[6] Grogan, T. (1992). “Low Bids Raise Hidden Costs,” ENR, March 30, 1992, pp. 30-31.

[7] Ioannou, P. G. (1988). “Bidding Models — Symmetry and State of Information,” Journal of Construction Engineering and Management, ASCE, Vol. 114, No. 2. June, 1988, pp.214-232.

附 录

excel_process.m

```
%数据处理

clc;clear;
close all;

a=load('D:\Matlab_files\Math_model\2014 年第四批.txt');
%从 excel 中将数据读取出来
name={'迪生' '桂林' '桂容' '合容' '恒顺' '库柏' '库伯' '日新' '赛晶' '上虞
' ...
    '顺容' '思源' '苏容' '苏州' '泰开' '西电' '欣泰' '新东北' '永锦' '豫电'
'中原'};
for k=1:21
    filepath = ['D:\Matlab_files\Math_model\data\',name{k},'.xls'];
    A(:,k)=xlsread(filepath);
    disp('ok')
end
a=load('all_company.mat');
```

search_for_best_price.m

```
%在预测其他企业报价的情况下，寻找自身报价的最优解

clc;clear all;
close all;

%读取数据,其它公司的预测价
other_comp=load('request_12package.mat');
N=other_comp.b(9,:);
N(17)=[];
%21 家公司，length 为 21
L=size(N,2);

%设置参数，已知 2014 年第四批的参数
m=0.3;n=2;a=0.1;

max_P=0;
best_score=0;
for P=0.8*min(N(1:L)):0.1:1.2*max(N(1:L))
```

```
X=sum(N)/L;    %其余厂家报价
length=0;
for i=1:L
    if(N(i)~=0)
        length=length+1;
    end
end

%自己的报价为 P,其余 N 家的平均报价为 X
A=(P+length*X)/(length+1);
sum1=0;
length1=0;
for j=1:L
    if((N(j)>=0.8*A)&&((N(j)<=1.15*A)))
        length1=length1+1;
        sum1=sum1+N(j);
    end
end
if((P>=0.8*A)&&((P<=1.15*A)))
    disp('P is in the region')
    length1=length1+1;
    sum1=sum1+P;
    A1=sum1/length1;
    B=(1-a)*A1;
    if(P>=B)
            S=100*(B/P)^n;
            if(S>=best_score)
                best_score=S;
                max_P=P;
            end

            plot(P,S,'.');
            hold on;
            %axis([30,90,0,110]);
    else
            S=100*(P/B)^m;
            if(S>=best_score)
                best_score=S;
                max_P=P;
            end
            plot(P,S,'.');
            hold on;
    end
```

```
    else
        disp('P is not in the region')
        S=0;
        plot(P,S,'.');
        hold on;
    end
end

max_P
plot(max_P,best_score,'r*');
text(max_P,best_score,['最优报价',': ',num2str(max_P,'%5.2f'),'万元
'], ...
   'VerticalAlignment','top','Position',[max_P-20 90]);
```

neural_network.m

```
%利用神经网络尝试对数据进行预测


clc;clear;
close all;
data_read=load('guilin.txt');
%a=importdata('guilin.txt');    %读取的是一个结构，更加全面
price_quote=data_read(1:155,2);      %读取报价
price_highest=data_read(1:155,3);   %读取制定的最高限价
rate=price_quote./price_highest;

%输入的都是列矩阵，转换为行矩阵
price_highest=price_highest';
price_quote=price_quote';
rate=rate';

%输入矩阵和输出矩阵
p=[price_highest];
t=[price_quote];

%对输入数据和输出数据进行归一化,归一化处理之后最小值为-1，最大值为 1
[pn,minp,maxp,tn,mint,maxt]=premnmx(p,t);
dx=[-1,1;-1,1;-1,1];

%利用处理好的数据进行训练，建立模型，并用梯度下降法进行训练
net=newff(dx,[1,7,1],{'tansig','tansig','purelin'},'traingdx');
net.trainParam.show=1000;    %1000 轮回显示一次结果
net.trainParam.Lr=0.05;      %学习速率为 0.05
```

```
net.trainParam.epochs=50000;          %最大训练轮回次数为 50000 次
net.trainParam.goal=0.65*10^(-2);     %均方误差
net.train(net,pn,tn);                 %开始训练，pn 为输入样本，tn 为输出样本

%利用训练好的网络对原始数据进行仿真
an=sim(net,pn);     %用训练好的模型进行仿真
a=postmnmx(an,mint,maxt);    %将仿真得到的数据还原为原始的数量级

%将原始的数据仿真结果与已知数据进行对比仿真
%通常需要使用新鲜的数据进行仿真测试


%利用训练好的网络进行预测
%当用训练好的网络对新数据 pnew 进行预测时候，也要做相应的处理

%price_quote_pred=data_read(156:163,2);     %读取报价
price_highest_pred=data_read(156:163,3);     %用于预测的最高价
%rate_pred=price_quote_pred./price_highest_pred;

%输入的都是列矩阵，转换为行矩阵
price_highest_pred=price_highest_pred';
%price_quote=price_quote';
%rate=rate';

pnew=price_highest_pred;
pnewn=tramnmx(pnew,minp,maxp);       %利用原始输入数据的归一化参数对新数据进
行归一化
anewn=sim(net,pnewn);              %利用归一化后的数据进行仿真
anew=postmnmx(anewn,mint,maxt)     %仿真得到的数据还原为原始的数量级
```

greyModel.m

```
%利用灰色预测模型，对各企业 2014 年第 4 批的报价进行预测


clc;clear;
close all;
data_read=load('D:\Matlab_files\Math_model\data\西电.txt');
%a=importdata('guilin.txt');     %读取的是一个结构，更加全面
price_quote=data_read(:,2);     %读取报价
price_highest=data_read(:,3);    %读取制定的最高限价

rate=(price_highest-price_quote)./price_highest;     %两种计算 rate 的方法
%rate=price_quote./price_highest;
```

```
rate=rate;

syms a b;
c=[a b];
A=rate;    %A 为原始数据，B 为原始数据累加
B=cumsum(A);
n=length(A);

for i=1:n-1
    C(i)=(B(i)+B(i+1))/2;    %生成一个累加矩阵
end

%计算待定参数的值
D=A;
D(1)=[];
%D=D';
E=[-C;ones(1,n-1)];
c=inv(E*E')*E*D;
c=c';
a=c(1);b=c(2);

%预测后续的数据
F=[];F(1)=A(1);
for i=2:(n+10)
    F(i)=(A(1)-b/a)/exp(a*(i-1))+b/a;
end
G=[];G(1)=A(1);
for i=2:(n+10)
    G(i)=F(i)-F(i-1);        %得到预测出来的数据
end

G

t1=1:n;
t2=1:n+10;
plot(t1,A,'o',t2,G);
```

predict.m

```
%预测 2014 年第 4 批的报价
clc;clear;
close all;
b_future=importdata('2014_4.mat');
```

```
name={'迪生' '桂林' '桂容' '合容' '恒顺' '库柏' '库伯' '日新' '赛晶' '上虞
' ...
    '顺容' '思源' '苏容' '苏州' '泰开' '西电' '欣泰' '新东北' '永锦' '豫电'
'中原'};

for k=1:length(name)
    filepath = ['D:\Matlab_files\Math_model\data\',name{k},'.txt'];
    b_past=load(filepath);
    price_quote=b_past(:,2);
    price_highest=b_past(:,3);
    rate=price_quote./price_highest;

    i=1:size(rate,1);
    [p1 p2]=polyfit(i,rate',1);

    future_highest_price=b_future(:,1);
    n=future_highest_price;
    for j=1:length(n)
        price_pred(j)=(p1(1)*n(j)+p1(2))*n(j);
    end
    disp('ok')
    price_pred=price_pred';

    %matlab 存储数据到 excel 文件
    %xlswrite('文件存盘位置\文件名字（自己想取的文件名）.xls', 在 matlab 工作窗
口中的数组)

    filename = ['D:\Matlab_files\Math_model\data\',name{k}];
    xlswrite(filename,price_pred);
end
```

main.java

```
/*
* @Date:   2016-04-19 04:33:04
* @Last Modified time: 2016-04-19 05:42:15
*/
package shumo;

import java.io.IOException;

public class main {
    public static void main(String [] args){
```

```java
        System.out.println("正在计算单个产品最高限制价格...");
        maxPrice.getProductPrice();

        System.out.println("正在计算所有package成本价...");
        try {
            packageCostGenerator.getPackageCosts();
        } catch (IOException e) {
            // TODO Auto-generated catch block
            e.printStackTrace();
        }


        for (String comp:Util.comps){
            System.out.println("Handling" + comp);
            new DataGenerator().getData(comp);
        }
//      new DataGenerator().getData("桂林");
//        String outputFileName = "D:/Learn/2016Spring/数学建模/湖南省数学建模竞赛/竞赛试题及相关附件/A题/code/Output/compCount.txt";
//        Util.writeToFile(outputFileName, Util.compCount);
        System.out.println("Program Finished");
    }
}
```

Util.java

```java
/*

* @Date:   2016-04-19 04:33:04
* @Last Modified time: 2016-04-19 05:42:54
*/
package shumo;

import java.io.File;
import java.io.FileInputStream;
import java.io.FileOutputStream;
import java.util.ArrayList;
import java.util.Iterator;
import java.util.List;
import java.util.HashMap;
import java.util.Map;

public class Util {
    static public int EMPTY = 0;
```

```
    static public int IRON = 1;

    static public int ZU = 0;
    static public int TAI = 1;

    static HashMap<String, Integer> compCount = new HashMap<String,
Integer>();
    static HashMap<String, Float> packageCosts = new HashMap<String,
Float>();
    static HashMap<Integer, Integer> productPrice = new
HashMap<Integer, Integer>();

    static String[]comps = {"合容","日新","永锦","西电","赛晶","思源","新
东北","泰开","上虞","恒顺","ABB","顺容","迪生","中原","桂容","库伯","库柏
","桂林","苏州","苏容","豫电","欣泰"};

    public static List<File> getFiles(String path){
        File root = new File(path);
        List<File> files = new ArrayList<File>();
        if(!root.isDirectory()){
            files.add(root);
        }else{
            File[] subFiles = root.listFiles();
            for(File f : subFiles){
                files.addAll(getFiles(f.getAbsolutePath()));
            }
        }
        return files;
    }

    public static void writeToFile(String outputFileName, HashMap
productPrice){
        FileOutputStream fop = null;
        File file;
        try {
            file = new File(outputFileName);
            fop = new FileOutputStream(file);
            // if file doesnt exists, then create it
            if (!file.exists()) {
                file.createNewFile();
            }

            Iterator iter = productPrice.entrySet().iterator();
```

```java
            while(iter.hasNext()){
                String output = "";
                Map.Entry entry = (Map.Entry) iter.next();
                Object key = entry.getKey();
                Object val = entry.getValue();
                output = output + key + "\t" + val + "\n";
                byte[] contentInBytes = output.getBytes();

                fop.write(contentInBytes);
                fop.flush();
            }

            fop.close();

        } catch (Exception e) {
            // TODO Auto-generated catch block
            e.printStackTrace();
        }

    }
}
```