

2016 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：A 题

我们的参赛报名号为（如果组委会设置报名号的话）：201518001005

所属学校（请填写完整的全名）：中国人民解放军国防科学技术大学

参赛队员（打印并签名）：1. 牛丽琨

2. 余杨广

3. 何建轮

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名)：

日期： 2016 年 4 月 19 日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

湖南省第二届研究生数学建模竞赛

题目 国家电网电容器投标报价策略

摘要：

本文首先对国家电网现行的报价评分算法，即区间平均下浮双边曲线算法进行了讨论，特别分析了下浮系数和减分速率对报价的影响。然后，建立了非合作模式下连续批次货物下浮比例可变时相邻两批货物理想基准价比例关系模型，采用了支持向量机（SVR）回归和最小二乘回归两种方法来拟合并估计其他厂家的报价，通过 IOWA 算子将上述两种方法综合起来，得到理想基准价。考虑到它与实际基准价存在偏差，我们进一步创新得提出了基于统计学的最优报价模型，估计出实际基准价的概率分布，最终基于统计学求得使价格得分最高时的最优报价（由于报价向基准价左偏和右偏时减分程度不同，故最优报价并不等于基准价的期望）。

我们分析了历史上 5 批数据，共有 24 种不同器件，17 个厂家参与投标。由于每批各包的货物配置不同，我们建立了一个针对器件单价的模型，然后拟合出其他厂家报价与上批基准价、下浮系数、减分速率指数之间的关系。基于下浮比例可变投标报价模型计算出理想基准价，以此为中心向左向右等步长搜索，找到使价格得分的导数最接近零的值作为最优报价。

最后，我们从招标人、投标人、招标代理机构和监督机构四方面分别给出了关于招标投标方法改革的合理化建议。

关键词：最优报价 理想基准价 IOWA 统计学

一、问题重述

1.1 问题背景

招标投标在现代商业采购行为中运用得越来越广泛。随着社会的发展,招标投标所面对的经济对象不断地大型化、复杂化,招标投标行为多批次化,从而给投标决策提出了新的问题.如何构建并实施有效的投标报价策略、以此为依据制定出既有合理利润又有竞争优势的报价,关系着投标企业的经济效益乃至企业的生死存亡。

1.2 问题提出

国家电网2013年至2015年每年举行6批电容器类货物的招标,每批又分若干包,不同包包含的电容器规格、数量不同。参加投标厂家每年基本固定,主要厂家有17家左右。

国家电网在2013年-2014年采用的是综合评标法进行招标。该评标办法中,技术、价格、商务占的比例分别为30%、60%、10%,以总分100分计。假定各厂家在技术、商务方面实力基本相当,因此此问题中各厂家只需考虑通过合理的报价提高价格得分,只要价格得分第一就认为中标。各投标厂家具体得分大小采用区间平均下浮双边曲线算法。

实际投标中,由于竞争对手的投标策略是随着市场环境及自身条件的变化而变化的,因此就是对同一个包(货物类型以及对应数量完全相同),同一厂家在不同批次中的报价也可能是不同的。还需要注意价格下浮比例(或称下浮系数)以及减分速率指数对报价也会产生一定的影响。

1、试对国家电网采用的区间平均下浮双边曲线算法作全面研究分析,给出对投标方有价值的研究结论。特别,下浮系数及减分速率指数的调整对报价有何影响?

2、假设你负责合容电气公司的投标,请在对2013年第5批至2014年第3批共5批数据进行分析的基础上,建立该公司的报价模型以提高中标率。

3、根据你所建立的模型,给出合容电气对2014年第4批以下指定各包的具体报价:包24,包29,包41,包42,包57,包62,包66,包71,包74,包76,包84,包87。

4、请在分析研究的基础上给出关于国家电网招标投标方法改革的合理化建议。

二、问题分析

假定各厂家在技术、商务方面实力基本相当,本问题中各厂家只需考虑通过合理的报价提高价格得分,只要价格得分第一就认为中标。因此本问题简化了投标的模型,我们不需要考虑市场、成本、利润、产品质量还有投标中的博弈策略问题,单纯建立一个使得价格得分尽可能高的投标报价模型,提高中标率是本次建模的最终目标。

2.1 针对问题一

问题一要求对区间平均下浮双边曲线算法进行全面研究分析。根据算法，报价越接近基准价时，得分越高，中标的可能性越大。其中有两个因素的变化对投标报价影响较大：下浮系数和减分速率指数。下浮比例的调整会导致报价算术平均值的调整，最终的基准价又是在下浮后的算术平均值基础上再下浮，最终影响报价时会出现一个下浮比例的叠加，因此下浮比例的变化对投标报价影响非常大。减分速率指数的影响没有下浮系数那么大，它只与最终的价格得分有关系，我们分两种情况进行了详细的讨论。

2.2 针对问题二

问题二要求建立报价模型以提高中标率。首先，我们基于区间平均下浮双边曲线算法研究了企业在非合作模式下的投标报价问题，提出了理想基准价及最优报价的概念，建立了一个非合作模式下、连续批次货物下浮比例可变时相邻两批货物理想基准价比例关系的模型。此模型考虑到不同报价延续性等问题，在提高中标率的同时可以保持较高的稳健性。在模型中，需要拟合其他厂家以往的报价并估计这一次的报价，此估计直接影响着理想基准价计算的准确性，我们首先采用了支持向量机（SVR）回归和最小二乘回归两种方法来拟合历史数据，预测本次报价。然后通过 IOWA 算子将上面两种方法的结果综合起来，得到一个更好的预测模型。

考虑到上述模型求得理想基准价通常并不等于实际基准价，若此时以理想基准价作为最优报价，会承担一定的风险。我们在此模型的基础上进行了优化，创新得提出了基于统计学的最优报价模型。通过历史数据和数学上的概率分布，估计出实际基准价的概率分布，用此分布计算价格得分，求其极值。由于报价向基准价左偏和右偏时，它的减分速率指数不同，即减分的程度并不相同，我们将其称为惩罚因子，故最终求得的最优报价并不等于实际基准价的期望（即理想基准价），但是却能保证基于统计学的得分最高。

2.3 针对问题三

根据问题二中建立的模型，我们对 2013 年第 5 批至 2014 年第 3 批共 5 批数据进行分析，共有 24 种不同的器件，17 家厂家参与投标。统计了参与投标的 17 个厂家报价落入有效区间的概率，各厂家各批次各个包中每种类型的器件数量和投标总价。由于每批货物都有数量不等的包，但历史上同一包中物资的配置也均不相同，与之前建立模型的前提有冲突。因此我们针对每一种器件，拟合它们的单价，得到某批次某包的评标总价。然后基于这些数据运用 SVR 和最小二乘分别拟合了报价，并计算了这两种算法的精确度，进而采用 IOWA 算子组合预测模型将两种方法综合起来，拟合出其他厂家报价与上批基准价、下浮系数、减分速率指数之间的关系。

依据历史数据计算得到实际基准价分布的方差，基于下浮比例可变投标报价模型，计算出理想基准价，以此为基础，向左向右等步长搜索，搜索区间根据分布的方

差确定，找到使价格得分的导数最接近零的值作为最优报价。

针对 2014 年第 4 批指定包的具体参数，我们运用之前建立的模型，计算了这些包的具体报价。

2.4 针对问题四

我们参考之前建立的模型与结果，并考虑商家串通恶意竞价建立了简单的模型。从招标人、投标人、招标代理机构和监督机构四方面分别给出了关于招投标方法改革的合理化建议。

三、符号说明

符号	名称与意义
B	实际基准价
B'	理想基准价
H_i	第 i 批货物的最优报价
P	评标总价
x_i	第 i 个公司的报价
DF	价格得分
a	下浮系数
m, n	减分速率指数
n_i	第 i 批中某种配置的货物参加投标报价的厂家数
m_i	第 i 批货物报价在有效报价区间的厂家个数
λ_i	连续两批次理想基准价比

四、模型假设

(1) 假设各厂家在技术、商务方面实力基本相当，我们只需要考虑通过合理的报价尽可能提高价格得分，只要价格得分第一就认为中标。因此本问题简化了投标的模型，我们不需要考虑市场、成本、利润、产品质量还有投标中的博弈策略问题，提高中标率是本次建模的最终目标。

(2) 假设参与投标的各厂家是非合作的模式，并且彼此不知道其他人的投标价格。即在建模时可以当作相互独立的个体考虑，不必考虑合作或者其他策略。

(3) 假设我们计算出来的理想基准价与实际基准价之间的偏差服从正态分布。根据文献[4]及经验，我们认为它服从正态分布，从而根据历史数据计算得到的具体参数基于统计学解出最优报价。

五、问题一：区间平均下浮双边曲线算法分析

假定各厂家在技术、商务方面实力基本相当，因此问题中各厂家只需考虑通过合理的报价提高价格得分，只要价格得分第一就认为中标。各投标厂家具体得分大小采用区间平均下浮双边曲线算法。

我们对区间平均下浮双边曲线算法进行了全面研究分析，报价越接近基准价时，得分越高，中标的可能性越大。其中有两个因素的变化对投标报价影响较大：下浮比例的调整会导致报价的调整，接着影响基准价的变化，最终影响投标的报价，会出现一个下浮比例的叠加，因此下浮比例的变化对投标报价影响非常大。减分速率指数的影响没有下浮系数那么大，它只与最终的价格得分有关系，我们分两种情况进行了详细的讨论。

5.1. 区间平均下浮双边曲线算法

算术平均值 A ：设某种配置货物有 n 个公司参加报价，报价分别为 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.1)$$

算术平均值 A_1 ：设参加该种配置货物报价的 n 个公司有 m 个公司的报价落入 $(0.8A, 1.15A)$ 有效区间，其报价分别为 $x'_i (i=1, 2, \dots, m)$ ，则

$$A_1 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x'_i \quad (5.2)$$

当 $m = n$ 时(即参加该种配置货物报价的 n 个公司全部落入 $(0.8A, 1.15A)$ 有效区间) 时， $A_1 = A$ 。基准价 B 为

$$B = A_1 \times (1 - a) \quad (5.3)$$

其中， a 为下浮比例(或下浮系数)连续批次货物下浮比例可变。如果全部有效报价均在 A 的 $80\% \sim 115\%$ 区间外，则直接以 $A \times (1 - a)$ 为基准价 B 。

价格得分计算公式

$$DF = \begin{cases} 100 \left(\frac{B}{P} \right)^n (P \geq B) \\ 100 \left(\frac{P}{B} \right)^m (P < B) \end{cases} \quad (5.4)$$

其中， P 为投标人的评标总价； m, n 为减分速率指数。实际中一般 $m = 0.6$ ， $n = 1.5$ 。

可以看出，报价越接近基准价时，得分越高，中标的可能性越大。因此，建模的主要目标就是对历史数据的分析，得到尽可能接近真实情况的理想基准价。

5.2 下浮系数对报价的影响

不同批次货物在投标报价时，下浮比例的调整对报价影响非常大。例如，当下浮比

例从 3%调整为 5%时,各厂家为了追求报价最高分,势必会导致报价算术平均值 A 和算术平均值 A_1 值的下浮,最终的基准价又是在下浮后的算术平均值 A_1 值基础上再下浮 5%,会出现一个下浮比例的叠加,因此下浮比例大小及下浮比例的变化对投标报价影响非常大。下面我们依据区间平均下浮双边曲线算法进行一下分析计算。

设第 i 批中某种配置的货物共有 n_i 个厂家参加投标报价,其中报价在有效报价区间的厂家有 m_i 个。设需要投标的 A 厂家原报价为 x_{i,m_i} ,其余 $m_i - 1$ 个厂家报价分别为 $x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m_i-1}$ 。

第 i 批货物的价格得分为 DF_i ,基准价为 B_i ,下浮系数为 a_i ,则

$$\begin{aligned} B_i &= (1 - a_i) \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij} = (1 - a_i) \bar{x}_{i,m} \\ &= (1 - a_i) \left[\frac{m_{i-1} \bar{x}_{i,其他} + x_{i,m}}{m_i} \right] \\ &= (1 - a_i) \left[\frac{m_{i-1} \bar{x}_{i,其他} + x_{i,其他}}{m_i} + \frac{x_{i,m} - x_{i,其他}}{m_i} \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

由于在实际问题中 $\frac{x_{i,m} - x_{i,其他}}{m_i}$ 较小,因此

$$B_i \approx (1 - a_i) \bar{x}_{i,其他} \quad (5.6)$$

由式 (5.6) 可得

$$\bar{x}_{i,其他} \approx \frac{B_i}{(1 - a_i)} \quad (5.7)$$

基准价大小直接决定着各厂家报价的得分大小,在对第 $i + 1$ 批相同配置的货物进行报价时,各厂家将会参考第 i 批该配置的货物报价情况。下面我们分两种情况进行讨论。

(1) $a_{i+1} \geq a_i$ 时

$$B_{i+1} = (1 - a_{i+1}) \left[\frac{(m_{i+1} - 1) \bar{x}_{i+1,其他} + x_{i+1,m}}{m_{i+1}} \right] \approx (1 - a_{i+1}) \bar{x}_{i+1,其他} \quad (5.8)$$

此时

$$B_i [1 - (a_{i+1} - a_i)] \leq \bar{X}_{i+1,其他} \leq B_i \quad (5.9)$$

可以看出,下浮系数的增加导致算术平均值的减小,同时基准价又是算术平均值与下浮系数的乘积倍的关系,影响进一步叠加,导致基准价进一步减小,此时为了保证价格得分 $DF_{i+1} \geq DF_i$,需要调整报价。

当 $P_i \geq B_i$ 时, 由于 B_i 的减小, 需要降低报价。当 $P_i < B_i$ 时, 由于 B_i 的减小, 得分会增加, 此时甚至可以适当提高报价以增加利润。具体量化的报价值在问题二中会在建立报价模型的基础上进一步讨论。

(2) $a_{i+1} \leq a_i$ 时,

$$B_i \leq \bar{X}_{i+1,其他} \leq B_i[1 - (a_{i+1} - a_i)] \quad (5.10)$$

可以看出, 下浮系数的减小导致算术平均值的增大, 同时基准价的影响进一步叠加, 导致基准价进一步增大, 此时当 $P_i \geq B_i$ 时, 由于 B_i 的增加, 得分会增大, 此时可以适当提高报价来取得更大的利润。当 $P_i < B_i$ 时, 由于 B_i 的增大, 此时需要提高报价使得分至少保持和变化之前一样。

综上可得

$$\therefore \bar{X}_{i+1,其他} = f(B_i, a_{i+1}, a_i) \quad (5.11)$$

$$\therefore P_{i+1} = f(m_i, m_{i+1}, a_{i+1}, a_i) \quad (5.12)$$

可以看出, 连续两批次货物中即使包配置完全相同, 下浮比例相同, 此时这两批次的基准价也不同, 因此会导致中标价不同。

综上, 下浮比例的调整会导致报价的调整, 接着影响基准价的变化, 最终影响投标的报价, 会出现一个下浮比例的叠加, 因此下浮比例的变化对投标报价影响非常大。

5.3 减分速率指数对报价的影响

下面我们分析减分速率指数对报价的影响。由于减分速率指数只与价格得分有关, 而价格的得分决定了能否中标。因此我们在调整减分速率指数的情况下, 分析当想获得至少相同的价格得分 (大于或等于当前得分) 时, 对此时报价的影响。

第 i 批货物的价格得分为

$$DF_i = \begin{cases} 100\left(\frac{B}{P_i}\right)^n (P_i \geq B) \\ 100\left(\frac{P_i}{B}\right)^m (P_i < B) \end{cases} \quad (5.13)$$

只有减分速率指数调整时, 第 $i+1$ 批货物的价格得分为

$$DF_{i+1} = \begin{cases} 100\left(\frac{B}{P_{i+1}}\right)^{n'} (P_{i+1} \geq B) \\ 100\left(\frac{P_{i+1}}{B}\right)^{m'} (P_{i+1} < B) \end{cases} \quad (5.14)$$

下面分两种情况进行讨论。

(1) $P \geq B$ 时,

1.当 n 变小时, 即 $n' < n$ 时:

因为实际中 n 的取值一般为 1.5, 2 等, 大于 1。所以此时即使 P_{i+1} 不作变化, 最后得分 DF_{i+1} 仍旧大于 DF_i 。也就是说, 此时的报价环境变得宽松, 不改变报价情况下得分依旧比之前高, 为了获得更大的利益, 此时可以适当提高报价。保守起见, 提高到之前得分的情况下作为提价的上限。

$$DF_{i+1} = DF_i \quad (5.15)$$

$$\left(\frac{B}{P_i}\right)^n = \left(\frac{B}{P_{i+1}}\right)^{n'} \quad (5.16)$$

$$\therefore n \ln\left(\frac{B}{P_i}\right) = n' \ln\left(\frac{B}{P_{i+1}}\right) \quad (5.17)$$

$$\therefore \ln P_{i+1} = \ln B - \frac{n'}{n} (\ln B - \ln P_i) \quad (5.18)$$

即此时可适当提高报价, 在至少保持之前得分的前提下, 最高提价到 (5.18) 成立的 P_{i+1} 值。

2.当 n 变大时, 即 $n' \geq n$ 时:

因为实际中 n 的取值大于 1, 因此要想达到之前的得分, 必须降低报价 P_{i+1} , 至少降低到式 (5.26) 中得分相同的情形。至多降到基准价 B 。

下面用图 5.1 形象得表示当 $P \geq B$ 时报价与减分速率指数的关系。方便起见, 用 100 作为基准价, 保持相同得分的情况下, 报价随指数的变化。

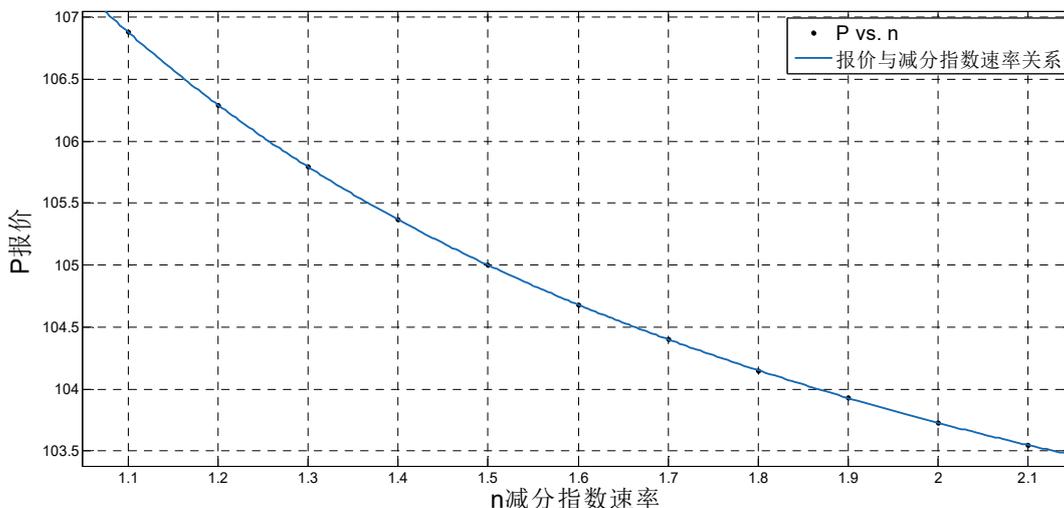


图 5.1 $P \geq B$ 时报价与减分指数速率的关系

(2) $P < B$ 时,

1. 当 m 变大时, 即 $m' \geq m$ 时:

因为实际中 m 的取值一般为 0.6, 0.3 等, 大于 1。当 m 变大时, 不改变报价时得分会降低, 为了至少保持当前的得分, 必须提高 P_{i+1} 值, 最多到基准价 B , 最少提价使得得分相同, 此时

$$\left(\frac{P_i}{B}\right)^m = \left(\frac{P_{i+1}}{B}\right)^{m'} \quad (5.19)$$

$$\therefore \ln P_{i+1} = \ln B + \frac{m}{m'}(\ln B - \ln P_i) \quad (5.20)$$

即此时必须提价, 至少使得 (5.20) 成立, 最多提价到基准价 B 。

2. 当 m 变小时, 即 $m' < m$ 时:

因为实际中 m 的取值一般大于 1。因此当 m 变小时, 即使不改变报价得分依旧会升高, 中标率会增加。考虑到利益, 不必降价, 反而可以适当提价来增加自己的利润。

下面用图 5.2 形象得表示当 $P < B$ 时报价与减分速率指数的关系。

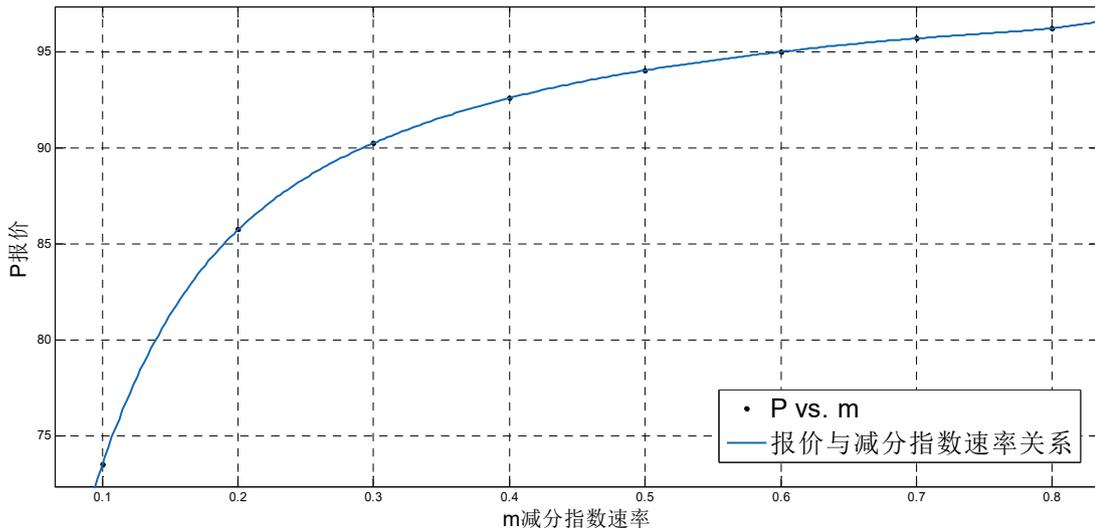


图 5.2 $P < B$ 时报价与减分指数速率的关系

从图形中可以看出, m 变化时报价的变化程度比 n 要剧烈。即在基准价左边和右边, 减分速率指数的影响程度不同。当报价低于基准价时更明显。因此在模型 6.2 中, 最优报价并不等于理想基准价, 它向左偏和向右偏影响的程度不同导致了我们在追求最高得分时可以基于统计学求得最优报价。

六、问题二：报价模型建立

首先, 我们基于区间平均下浮双边曲线算法研究了企业在非合作模式下的投标报价问题, 提出了理想基准价及最优报价的概念, 建立了一个非合作模式下、连续批次货物下浮比例可变时相邻两批货物最优报价比例关系的模型。此模型考虑到不同报价延续性

等问题，在提高中标率的同时可以保持较高的稳健性。根据此模型我们可以通过上一年的历史数据求得下一次的理想基准价，并可以将其作为最优报价。在此模型的求解中，我们需要对其他厂家以往的报价进行拟合，并估计这一次的报价，此估计直接影响着理想基准价计算的准确性，我们首先采用了支持向量机（SVR）回归和最小二乘回归两种方法来拟合历史数据，预测本次报价。然后通过 IOWA 算子将上面两种方法的结果综合起来，得到一个更好的预测模型。

在此模型的基础上我们组进行了优化，创新得提出了基于统计学的最优报价模型。考虑到上述模型求得理想基准价通常并不等于实际基准价，若此时以理想基准价作为最优报价，会承担一定的风险。我们进一步优化此模型，以统计学为基础，通过历史数据和数学上的概率分布，估计出实际基准价的概率分布，用此分布计算价格得分，求其极值。由于报价向基准价左偏和右偏时，它的减分速率指数不同，即减分的程度并不相同，我们将其称为惩罚因子，故最终求得的最优报价并不等于实际基准价的期望（即理想基准价），但是却能保证基于统计学的得分最高。在求解方程的过程中，无法得到解析解，因此我们基于上面模型求出的理想基准价，进行了数值解的求解。在下面内容中进行详细说明。

6.1 非合作模式下浮比例可变投标报价模型

6.1.1 理想基准价求解模型

设第 i 批中某种配置的货物共有 n_i 个厂家参加投标报价，其中报价在有效报价区间的厂家有 m_i 个。设需要投标的 A 厂家原报价为 x_{i,m_i} ，其余 $m_i - 1$ 个厂家报价分别为

$x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m_i-1}$ ，则基准价

$$B_i = (1 - a) \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} x_j = m_i (1 - a) \bar{x}_m \quad (6.1)$$

设 A_i 为第 i 批中该种配置的货物的算术平均值， $A1_i$ 为落在有效报价区间的 m_i 个厂家的货物算术平均值。为使 A 厂家价格得分最高，设 A 厂家投标报价为 H_i （ H_i 一般不等于 x_{i,m_i} ），称 H_i 为最优报价，则

$$\frac{\sum_{j=1}^{m_i-1} x_{i,j} + H_i}{m_i} = A1_i \quad (6.2)$$

若全部报价均落在有效报价区间，则

$$A1_i = A_i \quad (6.3)$$

则该批货物基准价 B_i 为

$$B_i' = A1_i(1 - a_i) \quad (6.4)$$

定义 B_i' 为理想基准价，所谓理想基准价就是当 A 厂家在最优报价时所得到的基准价。

由价格计算得分公式 (5.4) 可知，报价越接近基准价，得分越高。因此取最优报价为理想基准价。

联立公式 (5.22) (5.23) (5.24)，可得

$$\begin{aligned} H_i = B_i' &= \frac{(1 - a_i) \sum_{j=1}^{m_i-1} x_{i,j}}{(m_i - 1) + a_i} \\ &= \frac{(1 - a_i)(m_i - 1)\bar{X}_{i,其他}}{(m_i - 1) + a_i} \end{aligned} \quad (6.5)$$

其中， $\bar{X}_{i,其他}$ 为除 A 厂家外其余的 $m_i - 1$ 个厂家对第 i 批该配置货物报价的平均值。

同理设第 $i + 1$ 批中该种配置的货物共有 n_{i+1} 个厂家参加投标报价，其中报价在有效报价区间的厂家有 m_{i+1} 个。设需要投标的 A 厂家原报价为 $x_{i,m_{i+1}}$ ，其余 $m_{i+1} - 1$ 个厂家报

价分别为 $x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m_{i+1}-1}$ 。设理想的基准价为 B_{i+1}' ，可得

$$H_{i+1} = B_{i+1}' = \frac{(1 - a_{i+1})(m_{i+1} - 1)\bar{X}_{i+1,其他}}{(m_{i+1} - 1) + a_{i+1}} \quad (6.6)$$

$$\lambda_i = \frac{H_{i+1}}{H_i} = \frac{B_{i+1}'}{B_i'} = \frac{(1 - a_{i+1})(m_{i+1} - 1)\bar{X}_{i+1,其他}}{(m_{i+1} - 1) + a_{i+1}} \cdot \frac{(1 - a_i)(m_i - 1)\bar{X}_{i,其他}}{(m_i - 1) + a_i} \quad (6.7)$$

$$= \frac{m_{i+1} - 1}{m_i - 1} \cdot \frac{(m_i - 1) + a_i}{(m_{i+1} - 1) + a_{i+1}} \cdot \frac{1 - a_{i+1}}{1 - a_i} \cdot \frac{\bar{X}_{i+1,其他}}{\bar{X}_{i,其他}}$$

式中 λ_i 为连续两批次理想基准价比公式。

如果已知第 i 批各厂家报价情况（即 $\bar{X}_{i,其他}$ 已知），要对第 $i + 1$ 批进行报价，可由此

公式推得理想基准价，最优报价越接近基准价，得分越高，中标的可能性越大，取理想基准价作为最优报价。此模型针对已有的静态报价模型考虑到不同批次报价延续性问题，在提高中标率的同时可以保持较高的稳健性。但是以理想基准价作为最优报价并不准确，我们在 6.2 中对此问题进行了优化改进。

此时 $\bar{X}_{i+1,其他}$ 未知，我们在 6.1.2 中进一步建模进行拟合。

6.1.2 其他厂家报价估计模型

由于其他厂家的报价估计值 $\bar{X}_{i+1,其他}$ 直接影响着我们计算的理想基准价的精度，十分重要。因此我们单独讨论这个问题。我们首先采用了支持向量机（SVR）回归和最小二乘回归两种方法来拟合历史数据，预测本次报价。然后通过 IOWA 算子将上面两种方法的结果综合起来，得到一个更好的预测模型。

6.1.2.1 支持向量机预测模型（SVR）

支持向量机是一种基于统计学习理论的新型机器学习技术。

支持向量机回归（SVR）：回归问题我们可以理解成，根据输入值 x_i 一输出值 y_i 的数据集 $(x_i, y_i) (i=1, \dots, M)$ ，其中， M 是训练样本数， y_i 是第 i 个标量输出， x_i 是第 i 个输入向量，求解输入值和输出值之间的关系。

在支持向量回归中，首先需要将输入向量映射到 h 维的特征空间，再在特征空间中构建优化超平面

$$f(x) = W^T x g(x) + b \quad (6.8)$$

其中， $g(x)$ 是将输入向量 x 映射到特征空间中的映射函数， W 是 h 维权重向量， b 是偏置项。

在现实测量数据过程中，总会存在一定的误差，从而使得预测值 $f(x)$ 和观测值 y 之间存在着一定的差距，因而需要引入损失函数，下面为不敏感损失函数的定义：

$$L^\varepsilon(x, y, f) = |y - f(x)|_\varepsilon = \max(0, |y - f(x)| - \varepsilon) \quad (6.9)$$

其中， ε 是一个小的正数。

定义估计输出 $f(x)$ 和实际输出 y 之差，即残差为：

$$D(x, y) = y - f(x) \quad (6.10)$$

理想的回归结果应该使所有的残差均在 $(-\varepsilon, \varepsilon)$ 范围之内。数据点 (x, y) 和超平面

$D(x, y) = 0$ 之间的距离等价于 $\frac{|D(x, y)|}{\|W^*\|}$ 。其中， W^* 为

$$W^* = (1, -W^T)^T \quad (6.11)$$

假设各个数据点与超平面之间的距离最大为 δ ，而具有最大间隔的训练数据满足 $|D(x, y)| = \varepsilon$ ，因此有 $\delta \|W^*\| = \varepsilon$ 。

为了处理在 ε 精度下函数 f 不能估计的数据，现引入以下的非负松弛变量 ξ_i 和 ξ_i^* ：

$$\xi_i = \begin{cases} 0 & \dots \dots D(x_i, y_i) - \varepsilon \leq 0 \\ D(x_i, y_i) - \varepsilon & \dots \dots \text{其他} \end{cases} \quad (6.12)$$

$$\xi_i^* = \begin{cases} 0 & \dots \dots \varepsilon - D(x_i, y_i) \leq 0 \\ \varepsilon - D(x_i, y_i) & \dots \dots \text{其他} \end{cases} \quad (6.13)$$

要最大化间隔 δ ，就需要最小化 $\|W^*\|$ ，又因为 $\|W^*\|^2 = \|W\|^2 + 1$ ，最小化 $\|W\|^2$ 就可以获得最大间隔。因此，可将回归问题转化为下面的优化问题：

$$\min Q(W, b, \xi_i, \xi_i^*) = \frac{1}{2} \|W\|^2 + C \sum_{i=1}^M (\xi_i + \xi_i^*) \quad (6.14)$$

对应的约束条件为

$$\begin{cases} y_i - W^T g(x_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i & (i=1, \dots, M) \\ W^T g(x_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* & (i=1, \dots, M) \\ \xi_i \geq 0, \xi_i^* \geq 0 & (i=1, \dots, M) \end{cases} \quad (6.15)$$

其中， C 是平衡回归误差与最大间隔的边际系数。

引入非负拉格朗日乘子 $a_i, a_i^*, \eta_i, \eta_i^*$ ，则可以转化为下面的无约束问题：

$$\begin{aligned} \min Q(W, b, \xi_i, \xi_i^*, a, a^*, \eta, \eta^*) &= \frac{1}{2} \|W\|^2 + C \sum_{i=1}^M (\xi_i + \xi_i^*) - \sum_{i=1}^M a_i [\varepsilon + \xi_i \\ &- y_i + W^T g(x) + b] - \sum_{i=1}^M a_i^* [\varepsilon + \xi_i + y_i - W^T g(x) - b] - \sum_{i=1}^M (\eta_i \xi_i + \eta_i^* \xi_i^*) \end{aligned} \quad (6.16)$$

对应于原问题最优解，令式 (6.16) 对 W, b, ξ, ξ^* 的偏导都为零，则

$$\frac{\partial Q}{\partial W} = W - \sum_{i=1}^M (a_i - a_i^*) g(x) = 0 \quad (6.17)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = \sum_{i=1}^M (a_i - a_i^*) = 0 \quad (6.18)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi_i} = C - a_i - \eta_i = 0 \quad (6.19)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \xi_i^*} = C - a_i^* - \eta_i^* = 0 \quad (6.20)$$

将式 (6.17) — (6.20) 代入 (6.16), 可得到以下的对偶问题:

$$\begin{aligned} \max Q(a, a^*) = & - \sum_{i,j=1}^M (a_i - a_i^*)(a_j - a_j^*) g^T(x_i) g(x_j) \\ & - \varepsilon \sum_{i=1}^M (a_i + a_i^*) + \sum_{i=1}^M y_i (a_i - a_i^*) \end{aligned} \quad (6.21)$$

对应的约束条件为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M (a_i - a_i^*) = 0 \\ 0 \leq a_i \leq C, 0 \leq a_i^* \leq C \end{cases} \quad (6.22)$$

同时, 优化解还应该满足 KKT 互补的条件:

$$[\varepsilon - y_i + W^T g(x_i) + b] = 0 (0 < a_i < C) \quad (6.23)$$

$$[\varepsilon + y_i - W^T g(x_i) + b] = 0 (0 < a_i^* < C) \quad (6.24)$$

在求解优化问题后, 就可以得到回归函数为:

$$f(x) = \sum_{i=1}^M (a_i - a_i^*) g^T(x_i) g(x) + b \quad (6.25)$$

6.1.2.2 最小二乘线性回归

最小二乘法是一种数学优化技术。它通过最小化误差的平方和寻找数据的最佳函数匹配。利用最小二乘法可以简便地求得未知的数据, 并使得这些求得的数据与实际数据之间误差的平方和为最小。

对给定的数据点集 (x_i, y_i) , 寻求与点集的距离平方和 $E^2 = \sum [p(x_i) - y_i]^2$ 为最小的曲线 $y = p(x)$ 。

最小二乘法的矩阵形式为

$$Ax = b \quad (6.26)$$

在数值计算领域，我们通常是计算 $\min \|Ax - b\|$ ，解出其中的 x 。其中一种常见做法是对 A 进行 QR 分解， Q 是正交矩阵， R 是上三角矩阵，则有

$$\min \|Ax - b\| = \min \|QRx - b\| = \min \|Rx - Q^{-1}b\| \quad (6.27)$$

6.1.2.3 基于 IOWA 算子的组合预测模型

设某指标序列样本值为 $\{x_t, t = 1, 2, \dots, N\}$ ，存在 m 种可行的单项预测方法对其进行预测， x_{it} 是第 i 种方法的第 t 时刻的预测所得值， $i = 1, 2, \dots, m$ ， $t = 1, 2, \dots, N$ 。令

$$a_{it} = \begin{cases} 1 - \left| \frac{x_t - x_{it}}{x_t} \right| & (\text{当 } \left| \frac{x_t - x_{it}}{x_t} \right| < 1 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } \left| \frac{x_t - x_{it}}{x_t} \right| \geq 1 \text{ 时}) \end{cases} \quad (6.28)$$

则 a_{it} 是第 i 种预测方法在第 t 时刻的预测精度， $a_{it} \in [0, 1]$ 。现在把预测精度 a_{it} 看作预测值 x_{it} 的诱导值，从而 m 种单项预测方法在第 t 时刻的预测精度和其对应的预测值就组成了 m 个二维数组 $(\langle a_{1t}, x_{1t} \rangle, \langle a_{2t}, x_{2t} \rangle, \dots, \langle a_{mt}, x_{mt} \rangle)$ ，将这 m 种单项预测方法在第 t 时刻的预测精度值序列 $a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{mt}$ 按照从大到小的顺序进行列。

设 $a\text{-index}(i)$ 是指第 i 个大的预测精度所对应的下标， $L = (l_1, l_2, \dots, l_m)^T$ 是 m 种

单项预测方法的预测值在组合预测中的加权系数， L 满足 $\sum_{i=1}^m l_i = 1$ ，令

$$IOWA_L(\langle a_{1t}, x_{1t} \rangle, \langle a_{2t}, x_{2t} \rangle, \dots, \langle a_{mt}, x_{mt} \rangle) = \sum_{i=1}^m l_i x_{a\text{-index}(i)} \quad (6.29)$$

则称上式为在第 t 时刻由预测精度值序列 $a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{mt}$ 所产生的 IOWA 算子的组合预测值。

令 $e_{a\text{-index}(it)} = x_t - x_{a\text{-index}(it)}$ ，可以得到 N 期总的组合预测值的误差平方和 S 为：

$$S = \sum_{t=1}^N (x_t - \sum_{i=1}^m l_i x_{a\text{-index}(it)})^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m l_i l_j (\sum_{t=1}^N e_{a\text{-index}(it)} e_{a\text{-index}(jt)}) \quad (6.30)$$

因此，采用误差平方和作为准则，基于 IOWA 算子所建立的组合预测模型就可以表达成下面的最优化模型：

$$\min S(L) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m l_i l_j \left(\sum_{t=1}^N e_{a-\text{index}(it)} e_{a-\text{index}(jt)} \right) = L^T E L \quad (6.31)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^m l_i = 1 \\ l_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

E 为 IOWA 的组合预测误差信息方阵。

上式是一个二次规划模型，通过进行求解，我们可以得到最优的加权系数 l_i 值。

6.2 基于统计学的最优报价模型

通过 6.1 的模型，我们可以将求得理想基准价作为最优报价。但是由于通常情况下理想基准价并不等于实际基准价，若此时以理想基准价作为最优报价，会承担一定的风险。我们以统计学为基础，通过历史数据和数学上的概率分布，估计出实际基准价的概率分布，用此分布计算价格得分，求其极值。由于报价向基准价左偏和右偏时，它的减分速率指数不同，即减分的程度并不相同，我们将其称为惩罚因子，故最终求得的最优报价并不等于实际基准价的期望（即理想基准价），但是却能保证基于统计学的得分最高。在求解方程的过程中，无法得到解析解，因此我们基于上面模型求出的理想基准价，进行了数值解的求解。

6.2.1 基于统计学的实际基准价分布

通过经验我们假设实际基准价 B 服从正态分布，即

$$B \sim f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - B'_i)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.32)$$

即以理想基准价 B'_i 为中心，方差为 σ^2 的正态分布。

下面我们基于历史数据的概率统计进行 σ^2 的求解。

需要统计的条目有：(1) 参与投标的各公司过去的投标价格落在有效区间内的概率 P_i ，可以认为是各公司估价的实力因子。

(2) 参与投标的各公司在历次投标中报价的方差 σ_i

我们需要求出此次的实际基准价 B 的概率分布。 B 的计算公式为

$$B = (1 - a) \frac{\sum_{i=1}^{n_i} P_i x_i}{\sum_{i=1}^{n_i} P_i} \quad (6.33)$$

其中， x_i 为此次各公司的报价。设共有 n_i 个厂家参与投标，其中有 m_i 个厂家投标

报价落在有效区间内。由于此次厂家的报价是否落在有效区间内我们并不知道，但我们可以根据历史数据统计出各公司报价在有效区间内的概率，因此我们采用上面概率的式子计算此次报价的算术平均值。

则此次实际基准价 B 的分布方差为

$$\begin{aligned}\sigma^2 = D(B) &= (1-a)^2 D\left(\frac{\sum_{i=1}^{n_i} P_i x_i}{\sum_{i=1}^{n_i} P_i}\right) \\ &= \frac{(1-a)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n_i} P_i\right)^2} \sum_{i=1}^{n_i} P_i^2 D(x_i) = \frac{(1-a)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n_i} P_i\right)^2} \sum_{i=1}^{n_i} P_i^2 \sigma_i^2\end{aligned}\quad (6.34)$$

σ_i 为第 i 个公司往年历次报价的方差值，可以统计计算出来。

则此次实际报价服从期望为理想基准价 B' ，方差为 σ^2 的正态分布。

6.2.2 最优报价模型

最优报价为 H_i ，理想基准价为 B'_i ，则得分的期望为

$$E(DF_i) = 100 \left[\int_{H_i - B_i}^{\infty} \left(\frac{H_i}{B_i + x}\right)^m f(B_i + x) dx + \int_{-\infty}^{H_i - B_i} \left(\frac{B_i + x}{H_i}\right)^n f(B_i + x) dx \right] \quad (6.35)$$

为求价格得分最大值，(6.35) 式的导数应该等于 0。

$$mH_i^{m-1} \int_{H_i - B_i}^{\infty} \left(\frac{1}{B_i + x}\right)^m f(B_i + x) dx - nH_i^{-n-1} \int_{-\infty}^{H_i - B_i} (B_i + x)^n f(B_i + x) dx = 0 \quad (6.36)$$

由于此时我们最优报价并不取实际基准价的期望（理想基准价），因此，需要修改 6.1 中理想基准价的公式。

此次投标的各公司报价落在有效区间的个数 m_i 我们用概率的方法计算。

$$m_i = \text{round}\left(\sum_{i=1}^n P_i\right)$$

其中，round 代表一个四舍五入的取整函数。

$$B'_i = (1-a) \frac{\sum_{j=1}^{m_i-1} x_{i,j} + H_i}{m_i} = (1-a) \frac{(m_i - 1)\bar{x}_{i,\text{其他}} + H_i}{m_i} \quad (6.37)$$

其中， $\bar{x}_{i,\text{其他}}$ 是其他投标厂家的平均值，通过历史数据，拟合出它与下浮率，上一

轮理想基准价之间的关系 $\bar{x}_{i,其他} = f(B_{i-1}, a)$ 。

通过联立式 (6.36) 和 (6.37), 就可以求解出理想基准价 B'_i 和最优报价 H_i 。

七、问题三：模型求解与计算

我们对附件中2013年第5批至2014年第3批共5批数据进行分析, 统计了以下数据:

(1) 参与投标的17个厂家报价落入有效区间的概率:

表7.1 各厂家报价落入有效区间概率

桂容	合容	恒顺	日新	泰开	库伯	思源	ABB	西电
0.4919	0.7823	0.7073	0.8065	0.7097	0.9032	0.8145	0.5431	0.7903
新东北	顺容	中原	永锦	苏容	赛晶	上虞	迪生	
0.8952	0.7011	0.7097	0.7339	0.7982	0.7984	0.7967	0.4113	

(2) 各厂家各批次各个包中每种类型的器件数量和投标总价:

由于共有24种器件, 每包中器件的种类与个数并不多, 最后统计出的器件数量表格十分稀疏, 不在这里列举。下面列举一下2014年第1批中一部分包的投标总价统计:

表7.2 2014年第1批货物各厂家部分投标总价

包序号	桂容	合容	恒顺	日新	泰开	库伯	思源	ABB
47	118.64	93.99	92.78	97.66	98.84	100.7	101.6	102
48	103.26	76.66	0	80.45	71.6	65.42	76.52	66
49	181.83	119.1	0	182.3	114	120.1	181.4	89.1
50	434	443.8	0	476.4	443.8	424.8	447.8	484
	西电	新东北	顺容	中原	永锦	苏容	赛晶	上虞
47	93.92	96.96	113.4	93.81	85.59	88.35	99.31	94.3
48	81.15	69.6	85.44	67.92	61.2	61.5	79.5	76.9
49	119.56	102.4	93.31	83.29	93.1	80	108.9	98.3
50	439.28	409.6	435.7	377.8	380.6	480.9	446.4	484

7.1. 其他厂家报价估计

我们对附件中2013年第5批至2014年第3批共5批数据进行分析后, 发现每批货物都有数量不等的包, 但是历史上同一包中物资的配置也均不相同, 与之前建立模型的前提有冲突, 我们设的是第 i 批中某种配置的货物有若干厂家竞标。统计后得到一共有26种不同的器件, 但参与竞标的只有24种。因此我们只考虑这24种器件。每次参与竞标的都是17个相同的厂家, 除去我们负责的合容电气公司, 还有16家公司的报价需要预测。

因此我们针对每一种器件, 拟合它们的单价, 相加可以得到某批次某包的评标总价。

通过对器件单价的预测，可以解决每包配置不同的问题。

则第 i 个厂家，对第 m 批次， j 包的各种器件报价与评标总价的关系为：

$$a_{j,1}x_{j,1}^{(i)} + a_{j,2}x_{j,2}^{(i)} + \cdots + a_{j,24}x_{j,24}^{(i)} = b_j^{(i)} \quad (7.1)$$

其中， $a_{j,1}$ 表示第 j 包中第 1 种器件的个数，以此类推。 $x_{j,1}^{(i)}$ 表示第 i 个厂家对 j 包中的第 1 种器件的报价，以此类推。 $b_j^{(i)}$ 表示第 i 个厂家对 j 包的评标总价。其他厂家的报价方程类似。不同批不同包每种器件的数量与投标总价值已经根据历史数据全部统计出来，在上文中列举过。

根据式 (7.1)，我们可以解出每一批次的各厂家单价，由于篇幅限制，表 7.3 列举了 2013 年第五批货物的部分厂家对部分器件的单价值。

表 7.3 2013 年第五批货物部分厂家部分单价

	桂荣	恒顺	日新	泰开	库伯	思源
1	1.02E-24	5.91E-13	4.42E-13	9.74E-13	6.34E-14	6.53E-25
2	6.11E-24	1.42E-12	5.25E-13	4.66E-12	7.78E-14	3.9E-24
3	27.0989	30.58316	30.52267	30.13776	29.04369	28.53673
4	14.7769	26.03356	24.74455	25.73771	26.80059	17.04889
5	28.77339	28.14209	26.39728	25.40209	30.88713	30.15987
6	1.9E-20	12.74478	3.17105	8.756823	1.76E-10	6.376677

因为我们需要拟合的本次其他厂家的报价与上次的基准价、下浮系数、减分速率指数有关，即

$$\bar{x}_{i,其他} = f(B_{i-1}, a, m, n) \quad (7.2)$$

但是每批同一包的货物配置均不同，也就是说我们用的基准价不是基于同种配置的货物。因此我们需要计算上一批同种配置的货物的基准价 B_{i-1} ，用式 (6.5) 来计算。下面列举一下历史上这 5 批次部分包计算出的基准价：

表 7.4 各批次部分包基准价

13 年第 5 批	13 年第 6 批	14 年第 1 批	14 年第 2 批	14 年第 3 批
193.86974	155.02652	65.442694	65.442694	65.442694
109.28878	34.573611	28.599207	28.599207	28.599207
360.90462	343.46346	501.60249	501.60249	501.60249
288.79704	125.57385	113.207	113.207	113.207
41.977901	127.76256	17.196175	17.196175	17.196175

通过这些数据，我们采用 6.1.2 中的模型进行拟合，可以得到其他厂家报价的拟合

曲线:

(1) SVR 拟合结果:

$$\bar{x}_{i,其他} = 0.8652B_{i-1} - 849.9519a + 0.0007m + 0.0022n + 34.3778 \quad (7.3)$$

(2) 最小二乘拟合结果:

$$\bar{x}_{i,其他} = 0.965B_{i-1} - 1331a + 29.16884n \quad (7.4)$$

(3) IOWA 算子组合预测拟合结果:

运用 SVR 算法和最小二乘预测的数值与精度如表 7.5 所示, 因页面限制我们只列举了部分数据。

表 7.5 预测方法精度表

基准价真实值	最小二乘预测值	SVR 预测值	最小二乘法预测精度	SVR 预测精度
155.0265214	164.2736985	159.62665	0.825919731	0.9134
34.57361056	82.6531671	86.444293	0.094891112	0.0235
343.4634636	325.4621526	304.15097	0.661121112	0.2599
125.5738468	255.8784325	241.76102	0	0
127.7625627	17.69825413	28.204611	0	0
214.8710268	180.1449981	173.85713	0.346274394	0.2279
133.0736626	109.1262147	110.18048	0.549183696	0.569
62.85093223	174.1415575	168.47434	0	0
65.44269415	126.7900375	126.01816	0	0
28.59920744	10.55312264	21.798164	0.660278236	0.872
501.6024922	308.6314612	289.06028	0	0
113.2069987	98.36824176	100.5347	0.720656932	0.7614
17.19617509	100.4803499	102.42845	0	0
17.19617509	184.5399136	177.79769	0	0

运用 IOWA 算子组合预测模型计算出来的 SVR 和最小二乘的加权系数分别为 $l_1 = 0, l_2 = 1$ 。即全部使用最小二乘法。此时的误差信息方阵 E 为

$$E = \begin{bmatrix} 125316.3 & 129720.5 \\ 129720.5 & 139675.6 \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

故最终我们得到的其他厂家报价的拟合曲线为:

$$\bar{x}_{i,其他} = 0.965B_{i-1} - 1331a + 29.16884n \quad (7.6)$$

7.1.2 基于非合作模式下浮比例可变报价模型的理想基准价求解

根据模型 6.1, 我们首先计算出此次, 即 2014 年第 4 批货物其他厂家对包 24, 包 29, 包 41, 包 42, 包 57, 包 62, 包 66, 包 71, 包 74, 包 76, 包 84, 包 87 的预测报价, 如表 7.6 所示。

表 7.6 预测方法精度表

包序号	上一批次基准价	这次的预测其他厂家的平均价
24	65.44269	62.18987579
29	28.59921	26.63591112
41	501.6025	483.084081
42	113.207	108.2824297
57	7.450391	6.227303284
62	17.19618	15.6319849
66	17.19618	15.6319849
71	75.62469	72.01550564
74	68.09621	64.75052328
76	53.12019	50.29865976
84	23.74736	21.95387574
87	23.74736	21.95387574

依据式 (6.7) 及表 7.6 的数据, 2014 年第 4 批货物参数 $a = 0.1, m = 0.3, n = 2$ 可以得到本次预测的理想基准价为:

表 7.7 各包理想基准价

包序号	24	29	41	42	57	62
理想基准价	62.46094	26.79952	484.6273	108.6928	6.329227	15.76233
包序号	66	71	74	76	84	87
理想基准价	15.76233	72.31627	65.02933	50.53379	22.10333	22.10333

7.1.3 最优报价数值解

基于附件中的历史数据, 如表 7.8 所示为计算统计出的各厂家往年历次报价的方差。

表 7.8 各厂家往年历次报价方差

桂容	恒顺	日新	泰开	库伯	思源	ABB	西电
4851.462	3145.595	4482.838	2769.373	4192.673	4031.034	4194.219	7420.514
新东北	顺容	中原	永锦	苏容	赛晶	上虞	迪生
3457.702	9341.713	4423.027	2968.435	3495.36	2857.658	3311.74	5358.316

根据此方差与表 7.1 中各厂家报价落入有效区间的概率, 可以由式 (6.34) 计算得到实际基准价偏离理想基准价的方差 σ^2 。

最终得到 $\sigma^2 = 223.9438$ 。

即实际基准价的分布为：期望为理想基准价 B_i' ，方差为 223.9438 的正态分布。

然后通过 6.2.2 最优报价的模型，我们在 6.1 求出的理想基准价的基础上，采用搜索的方法求出最优报价数值解。由式 (6.37) 可得

$$B_i' = \frac{H_i}{c} = \frac{(1-a)H_i + (1-a)(m_i - 1)\bar{x}_{i,其他}}{m_i} \quad (7.7)$$

B_i' 为求得理想基准价， H_i 为最优报价。

由于：(1) 根据概率统计知识，我们知道实际基准价有 95.6% 的概率落在 $[B_i' - 2\sigma, B_i' + 2\sigma]$ 中。 σ^2 就是 6.2.1 模型中求出来的实际基准价的方差。

(2) 通过 5.3 中的模型，我们可以看到，由于 $m < 1, n > 1$ ，当报价低于基准价时变化更加剧烈，即当报价向基准价左偏时减分更加剧烈，因此我们向基准价左边搜索的空间可以减小。

因此，我们将搜索的区间定为 $[B_i' - \sigma, B_i' + 2\sigma]$ 。

搜索的思想为：以理想基准价为准，向左向右等步长搜索，计算式 (6.36) 的值，找到使其（即价格得分的导数）最接近 0 的值，此时认为价格得分最高，停止搜索。

最终得到的 2014 年第 4 批指定包的最优报价如表 7.9 所示。

表 7.9 各包最优报价与期望得分

包序号	24	29	41	42	57	62
最优报价	42.01	17.99	326.34	73.16	4.18	10.54
期望得分	88.38	88.38	88.38	88.38	88.38	88.38
包序号	66	71	74	76	84	87
理想基准价	10.54	48.54	43.7	33.98	14.81	14.81
期望得分	88.38	88.38	88.38	88.38	88.38	88.38

八、问题四：招投标方法改革建议

8.1 对招标人的建议

1. 评标方式选择有报价上限的最低报价者中标

招标人在选择评标方式时应尽可能选择最低报价者中标，本模型中采用的区间平均下浮双边曲线算法当价格偏低时得分反而下降得很厉害。报价上限是招标人的保留

价格，上限的设立可以有效减少密封招标中的合谋与败德行为，保证招标机制的正常运作，实现招投标价格最优。

2. 尽可能实行公开招标，增加参与投标的厂家数

当有两个投标人合谋，相互通知对方自己的报价时，造成的影响：

(1) 由式 (8.1) 可以看出，当同谋提价时，可以拉高平均报价

$$\bar{x}_{m_i-1,else} = \frac{(m_i - 2)\bar{x}_{m_i-2,else} + x_{同谋}}{m_i - 1} \quad (8.1)$$

(2) 提高中标率：

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(1-a)^2}{(\sum_{i=1}^{n_i} P_i)^2} \sum_{i=1}^{n_i} P_i^2 \sigma_i^2 \\ &= \frac{(1-a)^2}{(m_i)^2} [(m_i - 1)\bar{\sigma}_{else}^2 + P_n^2 \sigma_n^2] \end{aligned} \quad (8.2)$$

其中， σ 是前面模型中的方差， P 是报价落入有效区间的概率。

$$\frac{\sigma_{串通}^2}{\sigma_{不串通}^2} = \frac{(m_i - 1)\bar{\sigma}_{else}^2}{[(m_i - 1)\bar{\sigma}_{else}^2 + P_n^2 \sigma_n^2]} \bullet \frac{m_i^2}{(m_i - 1 + P_n)^2} \quad (8.3)$$

假设 $P_n = 0.5, m_i = \sum_{i=1}^{n_i} P_i = 4, \sigma_{else}^2 = 1600, \sigma_n^2 = 2500, m = 0.3, n = 2$ 。则可以

得到串通前的价格得分为：81。串通后提升至84.7。

如果增大参与投标的厂家数 n_i ，就可以减轻这种影响。

从模型中可以看出，增加竞标者人数可以降低基准价，防止商家串通恶意竞价，降低影响，营造一个更加公平的竞价环境。因此，招标人应该尽可能实行公开招标，吸引更多的商家前来竞标。

8.2 对投标人的建议

1. 投标报价的策略选择

一般对投标人来说，投标报价越低，中标概率越大。但在本模型中，过低反而会引引起得分降低，因此要针对价格得分的具体算法选择合适的报价策略。但同时低报价会使得中标后的收益变小，投标人应该根据实际情况综合考虑，适当调整报价。

2. 降低成本的措施建议

运用投标报价模型计算最优报价，只是对某一具体招标时的策略。长期来看，承包商要想提高中标率，获得更大收益，降低成本才是关键。

3. 增强厂家自身竞争力

本模型认为各厂家技术、商务方面实力相当，只考虑了价格因素。实际上这些厂家

自身的竞争力也会影响着中标的概率。企业要加强内部管理，增强自身竞争力，提高技术水平，使厂家真正具有参与市场正当竞争的条件，促进企业积极推进技术革新，不断提高综合素质，杜绝恶意竞价。

8.3 对招标代理机构的管理

1. 加强招标代理机构自身建设，努力提高业务水准

招标代理机构作为专业的招投标活动实施单位，其业务素质的高低直接影响了招投标的真实性、公正性和全面性。

2. 建立和完善招投标行业自律机制

积极推动跨行业、跨地区的招投标协会的组建，制定行业技术规范和行为准则，完善工程建设项目的招投标制度，维护招投标活动的秩序。

8.4 对监督机构的建议和思考

本模型是在非合作模式下建立的模型，实际情况复杂许多。为了保证招投标活动依法进行，需要行政机关对其实施有效监督，并对违法行为依法查处。净化招投标市场，打破部门限制、地区封锁。招标管理机构作为法律赋予的实施监督的部门，应该负责招标纠纷的协调和仲裁等工作，将目前具体的实物性监督管理转为程序性监督，变事前、事中监督为事后监督。

九、模型评价，改进与推广

9.1 模型优点

(1) 我们基于区间平均下浮双边曲线算法研究了企业在非合作模式下的投标报价问题，提出了理想基准价及最优报价的概念，建立了一个非合作模式下、连续批次货物下浮比例可变时相邻两批货物理想基准价比例关系的模型。此模型考虑到不同报价延续性等问题，在提高中标率的同时可以保持较高的稳健性。

(2) 我们创新得提出了基于统计学的最优报价模型。考虑到理想基准价通常并不等于实际基准价，若此时以理想基准价作为最优报价，会承担一定的风险。我们以统计学为基础，通过历史数据和数学上的概率分布，估计出实际基准价的概率分布，求出价格得分最高时的最优报价。由于报价向基准价左偏和右偏时，它减分的程度并不相同，故最终求得的最优报价并不等于实际基准价的期望（即理想基准价），但是却能保证基于统计学的得分最高，提高了中标率。

9.2 模型缺点

(1) 我们建立的模型是在非合作模式下的，即参与投标的各厂家互不干扰，相互独立，不存在合作或博弈竞争，简化了问题，但在用于实际时可能不太准确。

(2) 我们根据题目要求只考虑了价格因素来提高中标率，实际投标中还有技术、

商务、成本、利润等因素需要纳入考虑范围。

9.3 模型改进与推广

(1) 在有足够数据支持的情况下, 可以考虑采用神经网络的方法来估计各厂家此次的报价, 相比我们在本模型中使用的算法, 可以进一步提高准确度。

(2) 可以将成本、技术等问题纳入考虑范围, 增强模型的实用性。比如在保证一定得分与中标率的前提下, 尽量抬高报价来争取利益的最大化。或者放弃一些包, 通过一些措施保证某些包的中标率, 来使利润最大。

(3) 进一步考虑各厂家在合作模式下的最优报价问题, 通过博弈论将各种可能性考虑进来, 提高模型实用性。比如某些厂家之间相互合作, 互利共赢, 报价之间相互影响等问题。

十、参考文献

- (1) 冯卫兵, 非合作模式下动态下浮比例连续批次投标报价模型〔J〕.西安科技大学学报, 35(4): 505~510, 2015
- (2) 姚卓宏, 基于价格预测的动态投标报价研究〔D〕.长沙: 长沙理工大学, 2012
- (3) 孔政, 基于博弈论的投保报价策略研究〔D〕.重庆: 重庆交通大学, 2012
- (4) 沈兰军, 博弈论在电力设备投标报价决策中的应用〔D〕.山东: 山东大学, 2015
- (5) 王明凤 张云波 胡伟, 基于博弈理论的串标行为机理分析〔J〕.合肥工业大学学报, 31(9): 1503~1505, 2008
- (6) 丁心海, 招投标廉洁风险防控机制研究〔D〕.武汉: 武汉大学, 2013
- (7) 王光花, 建设工程招投标价格机制研究〔D〕.山东: 山东建筑大学, 2011
- (8) Feinberg F M. Do we care what others get A behaviorist approach to targeted promotions〔J〕.J Marketing Research. 39(8): 277~291. 2002
- (9) Dikmen I , Birgonul MT. A case-based decision support tool for bid mark-up estimation of international construction projects〔J〕.Automation in Construction. 34(10): 30~44. 2007
- (10) Campgbell M C. Perceptions of price unfairness antecedents and consequences〔J〕.J Marketing Research. 36(5): 187~199. 1999

附录

器件单价求解代码

```
clc;
clear;
W=zeros(16,24);
YY=zeros(68-1,16);
xx=xlsread('13 第五批.xlsx',2,'B2:Y68');
yy=xlsread('13 第五批.xlsx',2,'AB2:AB68');
YY(:,1)=yy;
p=find(yy~=0);
X=xx(p,:);
Y=yy(p,:);
H=X'*X*2;
f=-2*Y'*X;
Lb=zeros(24,1);
W(1,:)= quadprog(H,f,[],[],[],[],Lb,[],[]);

yy=xlsread('13 第五批.xlsx',2,'AD2:AR68');
YY(:,2:16)=yy;
for i=1:15
p=find(yy(:,i)~=0);
X=xx(p,:);
Y=yy(p,i);
H=X'*X*2;
f=-2*Y'*X;
Lb=zeros(24,1);
W(i+1,:)= quadprog(H,f,[],[],[],[],Lb,[],[]);
end

W=W';
for i=1:16
error=YY-xx*W;
```

```

error2=error';
l=length(error(:,i));
D(i)=error2(i,:)*error(:,i)/l;
end
xlswrite('singlePrice.xlsx',W)
xlswrite('varience.xlsx',D)

```

最优报价求解代码

```

clc
m=0.3;
n=2;
a=0.1;
ni= 12.39325725 ;
gama=22*0.9*(ni-1);
sigma=22.3/5;

f_pre=0;
fmax=0;
for Hi=15:-0.01:1
    Bi=(gama-(a-1)*Hi)/ni;

    x=(Hi-Bi):0.001:(Bi+100);
    f1=power(Bi+x,-m).*exp(-power(x,2)/(2*power(sigma,2)));
    integ1=trapz(x,f1) ;

    x=(-Bi):0.01:(Hi-Bi);
    f2=power(Bi+x,n).*exp(-power(x,2)/(2*power(sigma,2)));
    integ2=trapz(x,f2) ;

    f=m*power(Hi,m-1)*integ1-n*power(Hi,-n-1)*integ2

    if (f>0&&(f_pre<0))

```

```

x=(Hi-Bi):0.01:(Bi+100);
f3=power(Hi./(Bi+x),m).*exp(-power(x,2)/(2*power(sigma,2)));
integ3=trapz(x,f3) ;

x=(-Bi):0.01:(Hi-Bi);
f4=power((Bi+x)./Hi,n).*exp(-power(x,2)/(2*power(sigma,2)));
integ4=trapz(x,f4) ;
Hi
goal=(integ3+integ4)/(sqrt(2*pi)*sigma)*100
break;
end
f_pre=f;

end

```

拟合其余投标人平均报价代码:

```

clc;
clear;
total=xlsread('标准价.xlsx',2,'B2:F9');
X=zeros(32,4);
Y=zeros(32,1);
X(1:8,1)=total(1:8,1);
X(9:16,1)=total(1:8,2);
X(1:16,2)=ones(16,1)*0.05;
X(1:16,3)=ones(16,1)*0.6;
X(1:16,4)=ones(16,1)*1.5;

X(17:24,1)=total(1:8,3);
X(17:24,2)=ones(8,1)*0.03;
X(17:24,3)=ones(8,1)*0.6;
X(17:24,4)=ones(8,1)*1.5;

X(25:32,1)=total(1:8,4);
X(25:32,2)=ones(8,1)*0.05;
X(25:32,3)=ones(8,1)*0.6;

```

```

X(25:32,4)=ones(8,1)*1.5;

for i=1:4
    Y((1+(i-1)*8):(8*i))=total(1:8,(i+1));
end

XX=ones(32,5);
for i=1:32
    for j=1:4
        XX(i,j)=X(i,j);
    end
end

p=regress(Y,XX) %最小二乘法参数

ker='linear'; %RBF 核函数

e=0.001; %不敏感参数
C=Inf; %惩罚因子
loss='einsensitive'; %损失因子采用不敏感函数
[nsv,beta,bias]=svr(X,Y,ker,C,loss,e); %训练
w=[0 0 0 0];
for i=1:32
    w=w+beta(i)*X(i,:);
end

error1=Y-XX*p;
error2=Y-(X*w'+ones(32,1)*bias);

error_min=zeros(32,1);
error_max=zeros(32,1);

for i=1:32
    if error1(i)>error2(i)
        error_min(i)=error2(i);
    end
end

```

```

        error_max(i)=error1(i);
    else
        error_min(i)=error1(i);
        error_max(i)=error2(i);
    end
end

H=[error_min'*error_min  error_min'*error_max;
   error_min'*error_max  error_max'*error_max];

Aeq=ones(1,2);
beq=1;
LB=zeros(2,1);

l= quadprog(2*H,[],[],[],Aeq,beq,LB,[],[])

```