



2017 湖南省研究生数学建模竞赛参赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的试题中选择一项填写）：A 题

我们的队号为（填写完整的队号）：201718001008

所属学校（请填写完整的全名）：国防科学技术大学

参赛队员（打印并签名）：

1. 刘 强

2. 闫振国

3. 牛海波

指导教师或指导教师组负责人(打印并签名)：

日期： 2016 年 04 月 25 日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

2017 湖南省研究生数学建模竞赛

编号专用页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可供评阅时使用）：

[illegible]

湖南省第三届研究生数学建模竞赛

题 目

出租车合乘业务系统设计

摘 要：

随着我国经济的发展，城市化进程的加快，机动车数量急剧增加，城市交通堵塞、环境污染、能源消耗的问题日益严峻。合乘出行方式以其能够提高道路承载力、缓解交通堵塞的优势越来越得到关注。而出租车合乘通过有效配置与利用现有资源，提高出租车运载能力，缓解高峰期打车难的矛盾；同时，需要兼顾乘客和司机的利益，既能保证为乘客提供良好的运输服务，又能提高司机的收入。

问题一：针对出租车合乘业务系统，致力于寻求乘客的出行请求和可乘车辆的最佳匹配，从乘客收益和司机收益两个角度出发，以乘客的出行时间成本、费用成本、司机的收益为目标，综合考虑了乘客和司机的时间窗、车辆容量、道路里程等约束条件，建立了候车时间模型、路径规划模型、动态合乘匹配模型，提出了目标函数及其约束，力求乘客等待时间最短、所需出租车数量最少。

问题二：为均衡多方利益的最大化，考虑了合乘支付比例、燃气补贴、管理费等多种价格因素，设计了基于粒子群的多目标优化算法，充分考虑了绕行损失、候车时间损失、司机的停车损失等补偿因素，制定了更加公平、人性化的计费方案，提出了基于手机应用平台的动态合乘方式计费优化模型。

问题三：根据问题一和问题二建立的数学模型，设计了粒子群多目标优化算法和遗传算法求解步骤，利用 MATLAB 软件编写程序。以出租车动态搭载 9 名乘客的情景模拟作为算例，对程序进行了测试与改进。依据附件 1、2 中的打车数据和空车信息，综合分析车辆信息和人员始末点，求解了基于动态合乘匹配模型和动态合乘计费优化模型的合乘方案。

关键字： 几何概型；路径优化；合乘匹配；动态合乘计费；遗传算法；粒子群多目标优化

1. 问题背景

1.1 问题背景

由于能源的日益紧缺，出租车合乘业务是指线路或相近的两位或多位乘客共同乘坐同一辆出租车出行，系统根据合乘人数、乘车时间、实际路线等因素，分别计算出每位乘客的车费（通常低于各自独乘时的车费）。司机收入则为所有乘客支付的车费总和。该业务可以在不增加运营车辆总数的情况下提高运力，有助于缓解打车难，而且能够降低乘客出行成本，同时提高司机收入。因此，相当一部分乘客、司机愿意接受该业务，特别是在打车的高峰时段。

1.2 问题提出

出租车合乘模式的公平与否对于调动乘客、司机等各方面参与合乘的积极性有重要影响。

问题一：设计高效的合乘方案及其相应算法，使乘客等待时间尽量短，所需出租车数量尽量少。

问题二：设计与合乘方案相应的合理的车费计算方法

问题三：假设某城市的路网为正方形网格，网格边长500 米，道路均可双向行驶。附件1 是该城市某日某时刻之前3 分钟内的打车需求数据，附件2 是当前空驶出租车的位置信息，请按照你们设计的合乘方案给出具体的计算结果，并按附件3 中指定的格式输出结果。假设，附件2 中未涉及的出租车在计算合乘方案时不可用（非空驶，不考虑），并且合乘方案不要求用到附件2 中的全部出租车，即，允许部分出租车仍保持空驶状态。乘客等待时间均以当前时刻为0 时刻开始计时，即，不考虑之前3分钟内已经等待的时间。

2. 问题分析

针对问题一，高效的合乘出行方案应当综合考虑乘客的候车时间、预期到达时间、路径规划等因素，力求乘客等待时间最短，所需出租车的数量尽可能少，考虑出租车与乘客的动态匹配问题，尽可能的减少绕行距离，是一个多目标优化问题，因此可以建立多目标优化模型，通过遗传算法，设计最有合乘方案。

针对问题二，由于合乘系统价格参数直接关系到乘客、出租车司机及出租车公司等多方利益，所以合乘系统价格参数必须均衡考虑多方利益的最大化。需要考虑出租车合乘系统定价问题所涉及到的合乘支付比例、管理费、燃气补贴等多种价格参数，考虑乘客的绕行补偿、候车时间补偿、司机的停车时间补偿等公平性因素，确保合乘模式下，司机的收益和乘客的出行成本都要优于常规情况下。因此，这也是一个多目标优化问题，可以通过建立多目标优化模型，利用粒子群优化算法对问题进行求解。

针对问题三，考虑城市道路是路网结构，因此出租车的路径规划问题则简化为与乘客的匹配问题。出租车选择接待哪位乘客也就决定了其行驶路径。在问题一所建模型的支持下，编写 MATLAB 程序，对问题进行求解。为了达到以最少的出租车数量来最快的接送乘客，对程序不断进行优化，以寻找最优解。

3. 模型假设

本节对模型做出以下假设：

- (1) 出租车行驶的速度不变，为常数，出租车每天平均运营时间一定；
- (2) 不考虑红绿灯时间及道路突发状况；
- (3) 所有车辆均在网格线上行驶，只能水平或垂直行驶；
- (4) 不考虑路宽，不考虑车辆并行与让行情况，不考虑交叉路口等待情况；
- (5) 不考虑车辆启动时间和乘客上下车时间。

4. 模型建立与求解

问题一

4.1 候车时间模型

4.1.1 合乘平均候车时间模型

出租车合乘平均候车时间是合乘效益评价的主要参数，随着合乘的逐渐兴起，对其求解模型进行研究具有重要的现实意义。经过等候合乘者的任一辆出租车仅存在合乘成功与合乘不成功两种情况，本文在此前提下建立模型，先根据出租车车流载客数分布及方向修正系数建立合乘成功率分布模型，再结合出租车到达时间分布运用几何分布原理建立出租车合乘候车时间计算模型。

4.1.1 模型假设

- (1) 乘客仅根据车内空位数与行车方向判断是否合乘，并且出租车司机与乘客都愿意合乘；
- (2) 不同车道的出租车车头间距大于车身长度，同一方向的出租车视作单列出租车流；
- (3) 一定时段内，进入特定区域的出租车载客数分布确定；
- (4) 一定时段内，驶离特定区域的出租车行车方向分布确定。

4.1.2 模型建立

乘客到达候车点后对于经过的每一辆出租车都将进行合乘与不合乘的判断，这种判断一直要到合乘成功才会停止，并且对于载客数分布确定的单列出租车流，当等候合乘的人数 i 确定后每一辆出租车合乘成功的概率都是相同的，因此乘客等候出租车合乘的过程符合几何概型条件，可以应用几何概型的原理求解平均候车时间。对于等候合乘者，影响其候车时间的主要因素为出租车到达时间间隔以及合乘能否成功，而合乘成功与否的关键在于出租车上是否有足够的空位以及合乘方向是否基本相同。当 1 名乘客等候合乘时，可以等候空载车辆和载有 1 名、2 名、3 名乘客的车辆；2 名乘客共同等候合乘时，可以等候空载车辆和载有 1 名、2 名乘客的车辆；3 名乘客共同等候合乘时，可以等候空载车辆和载有 1 名乘客的车辆；4 名乘客共同等候合乘时只能等候空载车辆。其次，由于空载车辆

行驶方向不受约束，所以 4 名乘客共同等候合乘的情况应单独考虑，而 1 人、2 人、3 人共同等候合乘也会乘坐空载车辆，但由于空载车辆所占比例较小，所以可以忽略空载车辆对合乘成功率的影响。假设一定时段内出租车流中空载车辆、载有 1 名、2 名、3 名、4 名乘客的车辆比例分别为 α_0 、 α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 ，则 i 人共同等候合乘，出租车车流中第 n 辆车合乘成功的概率为：

$$\rho_i = \sum_{j=i}^4 \alpha_{4-j} \cdot \lambda$$

式中， ρ_i 为 i ($1 \leq i < 4$) 名乘客共同等候合乘的合乘成功率， λ 为方向修正系数。

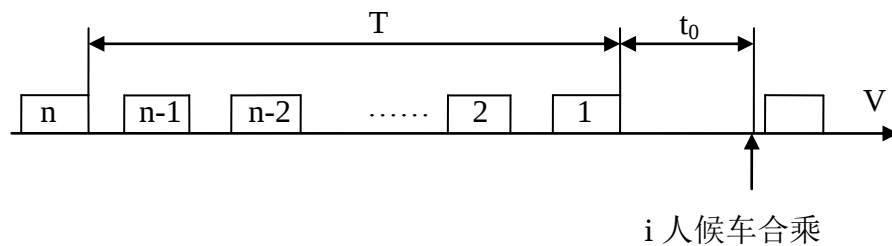


图 1 乘客候车过程示意图

乘客候车时间由 t_0 （从乘客到达候车点至第一辆出租车到达该候车点的时间间隔）和 T （出租车流中经过候车点的第一辆出租车与第 n 辆出租车的的时间间隔）两部分组成，如图 1 所示，其中 t_0 由出租车平均到达时间间隔与乘客到达时间分布共同决定， T 由出租车平均到达时间间隔与合乘成功率决定。当第 n 辆车到达候车点合乘成功时，乘客对 n 辆出租车进行了判断，则

$$T = (n-1) \cdot t$$

式中， t 为出租车平均到达时间间隔（s）。即 i ($1 \leq i < 4$) 名乘客共同等候合乘，第 n 辆合乘成功的候车时间 $T_{(i,n)}$ 为：

$$T_{(i,n)} = (n-1) \cdot t + t_0$$

i 人共同等候合乘，直到第 n 辆车才合乘成功，可看成在无穷次伯努利试验中，试验第 n 次才取得第一次成功的概率，本质上属于几何概型，服从几何分布。则第 n 辆车合乘成功的概率 $P_{(i,n)}$ 为：

$$P_{(i,n)} = (1 - \rho_i)^{n-1} \rho_i$$

则 i ($1 \leq i < 4$) 名乘客共同等候合乘的候车时间分布律如表 1 所示。

表 1 候车时间分布

车辆数 N/辆	$T_{(i,n)}$	P
1	t_0	ρ_i
2	$t + t_0$	$(1 - \rho_i) \rho_i$
.....		
n	$(n-1) \cdot t + t_0$	$(1 - \rho_i)^{n-1} \rho_i$

合乘平均候车时间为候车时间的期望，即

$$\begin{aligned}\bar{T}_i &= \sum_{n=1}^{\infty} [(n-1) \cdot t + t_0] (1 - \rho_i)^{n-1} \rho_i \\ &= \left(\frac{1}{\rho_i} - 1 \right) \cdot t + t_0\end{aligned}$$

式中， $\bar{T}_i$ 为 i ($1 \leq i < 4$) 名乘客共同等候合乘的平均候车时间 (s)。

4 名乘客共同等候合乘的平均候车时间为空载出租车平均到达时间间隔，即

$$\bar{T}_4 = t_1$$

式中， t_1 为空载出租车平均到达时间间隔 (min)。

4.2 路径优化模型

4.2.1 路径优化的描述与假设

本文研究的路径优化问题多车辆、多乘客、带时间窗、无换乘等条件。即要通过路径优化，满足乘客乘车需求，并且使等待时间尽量小，也要使费用可以尽量低。综合考虑，将所有乘客的起终点作为需求点，乘客等待时间最少和费用最低作为目标函数，并做如下假设：

- (1) 合乘的载客量等于出租车的车座数；
- (2) 收费方式以常规出租车模型为基础，按乘客总人数分担计费；
- (3) 不考虑乘客上下车所需时间；
- (4) 不考虑路段阻抗，出租车在路段上匀速行驶。

4.2.2 模型建构

(1) 参数设置

1) 决策变量

路径变量：设 x_{ij}^{km} 为路径变量 ($x_{ij}^{km} = 0$ 或 1)，档乘客 m 合乘第 k 辆出租车经

过路网上 $i \rightarrow j$ 路段时，路径变量值为 1，若不经 $i \rightarrow j$ 路段则为 0。

2) 其他参数

V 表示所有节点的集合； K 表示所有出租车车辆的集合； M 表示所有乘客的集合， $M = \{m | m = 1, 2, \dots, n\}$ ； N_1 表示所有合乘出租车的集合， $N_1 = \{k | k = 1, 2, \dots, n\}$ ； N_2 表示所有单乘出租车的集合， $N_2 = \{K | K = 1, 2, \dots, n\}$ ； i, j 表示路网的节点， $i, j \in V$ ， i, j 相邻； u, v 表示乘客的需求节点（即乘客上下车即节点） $u, v \in V$ ； d_{ij} 表示 $i \rightarrow j$ 的距离，单位 km； V_{taxi} 出租车平均速度，单位为 km/h； t_{ij} 为 $i \rightarrow j$ 的运行时间，单位为 h； $\bar{f}$ 平均每公里燃油费，单位 元/km； r_{ij}^{km} ：出租车 k 打在乘客 m 经过 $i \rightarrow j$ 的费率，单位 元/km； P_{ij} 表示路网上 $i \rightarrow j$ 路段上常规出租车的价格，

$$P_{ij} = r_0 (d_{ij} - d_0) + C_0; \text{则}$$

$$x_{ij}^{km} = \begin{cases} 1 & \text{乘客 } m \text{ 合乘出租车 } k \text{ 经过路段 } i \rightarrow j \\ 0 & \text{否则} \end{cases}, i, j \in V, m \in M, k \in N_1$$

$$x_{ij}^{Km} = \begin{cases} 1 & \text{乘客 } m \text{ 合乘出租车 } K \text{ 经过路段 } i \rightarrow j \\ 0 & \text{否则} \end{cases}, i, j \in V, m \in M, K \in N_2$$

$$y_m^k = \begin{cases} 1 & \text{乘客 } m \text{ 合乘出租车 } k \\ 0 & \text{否则} \end{cases} m \in M, k \in N_1$$

$$y_m^K = \begin{cases} 1 & \text{乘客 } m \text{ 合乘出租车 } K \\ 0 & \text{否则} \end{cases} m \in M, K \in N_2$$

(2) 目标函数

1) 乘客上车前等候时间最小化

乘客处于节点上，但不同节点之间有一定的距离，要使合乘的效益达到最大，出租车可能要接到不同节点之间的乘客，为保证乘客上车前等待时间较少，要保证乘客上车时间最小化，即到达节点前出租车走过的时间最小

$$\text{Min } z_2 = \sum_{m \in M} \sum_{k \in N_1} \sum_{i, j \in V} y_{m-1}^k x_{ij}^{k(m-1)}$$

2) 合乘时间最小化

合乘一方面可以降低乘客的费用，但会导致绕行的情况，为了满足每位乘客出行的路程最短，时间最少，要使合乘时间最小化，表示如下：

$$\text{Min } z_2 = \sum_{m \in M} \sum_{k \in N_1} \sum_{i, j \in V} y_m^k x_{ij}^{km}$$

3) 合乘总费用最小化

为了使乘客获得较高的满意度,要使合乘之后的费用小于单乘的费用,保证合乘下每位乘客总的费用最小。

$$\text{Min } z_3 = \sum_{m \in M} \sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} y_m^k x_{ij}^{km} r_{ij}^{km} d_{ij}$$

4) 驾驶员燃油费最少

为保障乘客和司机的双方的利益,也要使司机的成本最小,司机的成本主要体现在燃油费方面,所以要使得在收益相同的情况下,司机的燃油费更少,即

$$\text{Min } z_4 = \sum_{m \in M} \sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} x_{ij}^{km} d_{ij} \bar{f}$$

(3) 约束条件

1) 驾驶员收益约束

与单乘相比较,在合乘过程中每位乘客上下车时会在某种程度上耽误司机的工作时间,因此有必要保证司机在合乘中获得的收入不得小于其只搭载合乘中出行距离最远的乘客在单乘下获得的收益,这样才能保障驾驶员的收益。

$$\sum_{m \in M} \sum_{i, j \in V_1} y_m^k x_{ij}^{km} r_{ij}^{km} d_{ij} \geq \max \left(r_0 \left(\sum_{K \in N_2} \sum_{i, j \in V} y_m^K x_{ij}^{Km} d_{ij} - d_0 \right) \right), \quad \forall k$$

2) 乘客合乘收益约束

相比单乘,较低的合乘费用是吸引人们出行选择合乘的关键,降低乘客的出行成本,是出租车合乘实施的前提,所以必须要保证合乘之后的乘客费用一定要小于其在单乘下的所花费用。

$$\sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} y_m^k x_{ij}^{km} r_{ij}^{km} d_{ij} \leq \frac{2}{3} C_0 + r_0 \left(\sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} y_m^K x_{ij}^{Km} r_{ij}^{Km} d_{ij} - d_0 \right), \text{ if } \sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} y_m^K x_{ij}^{Km} r_{ij}^{Km} d_{ij} > d_0$$

$$\sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} y_m^k x_{ij}^{km} r_{ij}^{km} d_{ij} \leq \frac{2}{3} C_0, \text{ otherwise}$$

3) 燃油费约束

合乘中极大可能会使出租车产生绕行距离,从而加大能源消耗,增加二氧化碳排放,选择合理的合乘路径在实现相同的运输需求时,也能够降低燃油的消耗,减少汽车尾气的排放。

$$\sum_{m \in M} \sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} x_{ij}^{km} d_{ij} \bar{f} \leq \sum_{m \in M} \sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} x_{ij}^{Km} d_{ij} \bar{f}$$

4) 乘客上车前等候时间约束

要使每一名乘客在上车前都要等候的时间不超过一定的时间限度,且等候的时间要尽可能短。

$$\sum_{m \in M} \sum_{k \in N1} \sum_{i, j \in V} y_{m-1}^k x_{ij}^{k(m-1)} \leq t_{request}, \forall m$$

5) 容量约束

由于出租车载客条件限制,既要充分利用出租车载客空间,也要保证舒适度,所以假设合乘中共计搭载3名乘客,且等于3名

$$\sum_{m \in M} y_m^k = 3, \forall k$$

6) 单乘下出租车只能搭载一位乘客，且乘客不换乘。

$$\sum_{m \in M} y_m^K = 1, \forall K$$

$$\sum_{m \in M} y_m^K = 1, \forall m$$

7) 乘客选择合乘后，中途不能换乘

$$\sum_{m \in M} y_m^k = 1, \forall m$$

4.3 动态合乘匹配模型

出租车动态合乘系统基于网络平台或移动设备对出行者和合乘出租车司机进行匹配。在动态合乘匹配过程中，参与者、车辆和约束条件是三个关键因素。具体来说，就是在某个固定区域内，有多辆出租车在行驶，同时有多名乘客有搭乘需求，乘客的出发点和目的点已经确定，并且在上、下点对应一个明确的时间窗口，乘客必须在规定的时间窗口内搭乘。

4.3.1 目标函数

(1) 时间成本最小

在已假定行驶速度的情况下，车辆载客运行的行驶路径越短，总体时间成本越小。总体时间成本指所有合乘出行者的车内时间成本。

$$\sum_{q \in G^m} \sum_{k \in K} \sum_{u \in H} \sum_{v \in H} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} x_{ij}^k t_{ij}^k q_{uv}^k$$

在式中， H 为路网中各节点的集合， i, j 属于 H ； K 为所有车辆集合； G^m 为第 m 次刷新时刻已经上车的乘客集合； x_{ij}^k 为路径变量，第 k 台车路段 $(i-j)$ 时，为 1，反之为 0； t_{ij}^k 为车辆从 i 到 j 点的运行时间； q_{uv}^k 为第 k 台车从 u 点上至 v 的客流量。

(2) 总费用最低

总费用包括所有出行者乘坐出租车所需要支付的费用。合乘时，由于各个乘客出行目的不同，合乘者各自支付属于自己出行的那部分费用，构成总费用。为了保障合乘者间的公平性，制定不同的费率 R_{uv}^k 。

常规出租车的定价模型如下：

$$P_{uv} = \begin{cases} C_0 & D_{uv} \leq L_0 \\ r_0 (D_{uv} - L_0) & D_{uv} > L_0 \end{cases}$$

式中， P_{uv} 表示乘客在非合乘状态下所需要支付的费用； C_0 为常规出租车起步价；

L_0 为起步价对应的公里数； r_0 为超出起步公里数后的每公里单价； D_{uv} 为车辆从

u 至 v 点的行驶里程。

在本模型中，不考虑乘客是否全程参与合乘，只要有合乘行为，乘客就支付非合乘时出行费用的一定百分比。那么，系统中所有乘客需要支付的总费用如下：

$$\sum_{q \in G^m} \sum_{k \in K} \sum_{u \in H} \sum_{v \in H} R_{uv}^k q_{uv}^k P_{uv}$$

式中， R_{uv}^k 为费用决策变量，表示第 k 台车上的从 u 点至 v 点的乘客的费率，又是合乘乘客所付车费的折扣率。

为了构建以时间、费用总成本最小为目标的目标函数，设定费用转化系数为 α ，将费用转化为时间，从而实现时间成本和总费用的统一。目标函数式如下：

$$\text{Min}Z = \sum_{q \in G^m} \sum_{k \in K} \sum_{u \in H} \sum_{v \in H} \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} x_{ij}^k t_{ij}^k q_{uv}^k + \alpha \sum_{q \in G^m} \sum_{k \in K} \sum_{u \in H} \sum_{v \in H} R_{uv}^k q_{uv}^k P_{uv}$$

4.3.2 约束条件

(1) 收益约束

合乘要同时满足乘客和司机的利益，不考虑出租车司机需要花费的份子钱、保养费等固定成本，假设司机收益单纯指车资收入减去油耗支出。引进司机收益系数 δ 和乘客合乘折扣系数 ω ，保证司机在合乘时的收益大于非合乘时按照原先行驶路径获得收益的 δ 倍，同时保证参与合乘的乘客因牺牲部分空间或者损失行程时间而得到补偿，每位乘客在合乘时的费用要小于非合乘时的费用，且折扣率小于 ω 。

$$\delta \left(\sum_{u \in H} \sum_{v \in H} R_{uv}^{k_0} q_{uv}^{k_0} P_{uv} - \phi \sum_{u \in H} \sum_{u \in H} D_{uv} \right) \leq \sum_{u \in H} \sum_{v \in H} R_{uv}^{k_0} q_{uv}^{k_0} P_{uv} - \phi \sum_{i \in H} \sum_{j \in H} x_{ij}^k d_{ij}^k$$

式中， ϕ 为出租车每公里耗油费用； x_{ij}^k 为路径变量，第 k 台车经过路段 (i-j) 时，

为 1，反之为 0； d_{ij}^k 表示车辆 k 在合乘时经过路段 (i-j) 行驶的路程； $R_{uv}^{k_0}$ 表示

车辆 k 非合乘时，从 u 点至 v 点的乘客费率； D_{uv} 表示车辆在非合乘时搭载乘客从 u 点至 v 点行驶的路程。

(2) 时间窗约束

每个参与合乘的乘客必须及时被搭载，并且在搭载其他乘客的同时，出行者到达目的地的时间不能大于其最大允许时间。模型假设的是硬时间窗口，限定了车辆必须在时间窗口完成任务。运行时间：

$$t_{uv} \leq l_v - e_u$$

式中， t_{uv} 为出租车 k 从 u 点到 v 点实际运行时间； l_v 为乘客预期最晚到达 v 点的

时间； e_u 为乘客预期最早从 u 点出发的时间。时间弹性：

$$f_{uv} = l_v - e_u - t_{uv}$$

式中， f_{uv} 为出租车 k 从 u 点到 v 点弹性时间。

合乘车辆必须满足处于等待的乘客要求，到达乘客候车地点的时间不能晚于最晚离开时间。当车辆离开时间为 $f_{uv} + e_{uv}$ 时，即使车辆有空座也不能接受新的出行请求了。车辆到达乘客上车点的最早时间和最晚时间为：

$$[a_u, b_u] = [e_u, l_v - t_{uv}]$$

忽略乘客上下车时间，因此车辆在 u 点出发时间 T_u ：

$$a_u \leq T_u \leq b_u$$

车辆将乘客送达 v 点的最早时间和最晚时间为：

$$[a_v, b_v] = [e_u + t_{uv}, l_v]$$

车辆 $zaiv$ 点的到达时间 T_v ：

$$a_v \leq T_v \leq b_v$$

(3) 容量约束

在车辆运行过程中，出租车的载客量为小于等于最大载客量，所以在调度系统实行出租车的调度与管理的时候，要确定出租车声誉的载客容量。

$$0 \leq q_{uv}^k \leq Q_k - Q_u^k$$

式中， Q_k 为出租车 k 的核定载客量； Q_u^k 为出租车 k 从 u 点出发时的载客量。

(4) 车辆运营时间

保证每辆车的每天从起点到终点的运营时间 TO_k 在一个固定时间窗

$[ETO_k, LTO_k]$ 范围内：

$$ETO_k \leq TO_k \leq LTO_k$$

(5) 可行域约束

$$x_{ij}^k = \{0, 1\}$$

问题二

4.4 合乘费用计费模型

由于合乘系统价格参数直接关系到乘客、出租车司机及出租车公司等多方利益，所以合乘系统价格参数必须均衡考虑多方利益的最大化。文中综合考虑出租车合乘系统定价问题所涉及到的合乘支付比例、管理费、燃气补贴等多种价

格参数，构建了多目标优化模型，设计了基于粒子群的多目标优化算法，通过计算分析了出租车与乘客供需比对优化结果的影响。

目前合乘的车费计算模型主要有基于路径和费率的定价模型、基于百分比分摊的合乘定价模型等，本文通过对上述的定价模型分析，取其精华去其糟粕，结合问题一所建立的合乘平均候车时间模型、合乘路径优化模型、动态合乘匹配模型，以基于百分比分摊的合乘定价原理为依据，在此基础上，首先考虑不同合乘状态采用不同的折扣率，以乘客和司机双方利益均衡为目标（即乘客的费用降低幅度和司机的收益增加幅度尽可能均衡）建立数学模型，求出不同合乘人数时的最优折扣率，从而提高双方参与合乘的积极性，促使合乘的发展和普及。然后，充分考虑合乘中可能会遇到的问题，比如乘客的绕行损失、等车时间损失、司机的停车损失等进行补偿，使得定价更具公平性，更加人性化。以此为据，提出了基于手机应用的动态合乘方式计费优化模型。

4.4.1 问题描述

对于出租车合乘费用的确定，需要考虑乘客、司机、运营商、社会等很多的因素，本文主要考虑合乘的直接参与者：乘客和司机的利益。那么在合乘中，对于乘客来讲：1）合乘人数的多少将直接影响乘客乘车的舒适度，所以本文在考虑针对不同的合乘人数给予不同的折扣率，合乘人数越多，折扣率越小，乘客需要支付的车费也越少；2）在合乘中可能会造成一些乘客绕行，造成时间上的浪费，还导致费用增加，所以本文考虑给予乘客一定的绕行补偿；3）由于本文采用的是手机软件叫车的合乘方式，为确保叫车服务的及时性，本文考虑对乘客的等车时间给予补偿。对于司机来讲，单独载客中途除交通信号等情况，无需人为停车，由于合乘中途司机要停车接客，造成司机时间的浪费，本文考虑给予司机一定的停车时间补偿。

在建立模型时，1）对模型中不同合乘状态的折扣率，以司机收益和乘客利益均衡为目标，折扣率为决策变量，建立模型求出不同合乘人数下的最优折扣率。2）由于适用对象为动态合乘，合乘过程随机性大，情况复杂，所以乘客绕行补偿率、乘客等车时间补偿率、司机停车时间补偿率，均给出建议参考值。

4.4.2 模型假设

在先前的模型假设基础上做如下增加与改进：

- （1）出租车定价只考虑起步价和超出起步里程的单价两个项目；
- （2）合乘路段根据合乘人数的多少按折扣费率计算，单独乘车的路段按照常规出租车费率计算；
- （3）合乘起步距离按照固定折扣率 0.8 计算而不采用变化折扣率，鼓励 3 公里之内出行需求的乘客选择其他公共交通或步行；
- （4）乘客在手机客户端合乘信息提交前选定的路径为系统规划的最短路径；
- （5）为保证乘客乘车的舒适性和安全性，假设车上最多合乘人数为 4 人。

4.4.3 模型建立

- （1）确定最优折扣率

1) 目标函数：与单独乘车相比，乘客费用减少的幅度与司机收益增加的幅度之差最小，即确保乘客和司机的利益均衡为目标。

$$\text{Min}Z = |M_1 - M_2| = \left| \frac{P_0 - R_i P_0}{P_0} - \frac{i R_i P_0 - P_0}{P_0} \right| = |2 - (1+i)R_i|$$

式中， P_0 为单独乘车的费用（元）， M_1 为乘客费用减少的幅度（%）， M_2 为司机收益增加的幅度（%）。

2) 策变量：不同合乘人数时的折扣率 R_i

综上，最优折扣率模型如下：

$$\text{Min}Z = |M_1 - M_2| = \left| \frac{P_0 - R_i P_0}{P_0} - \frac{i R_i P_0 - P_0}{P_0} \right| = |2 - (1+i)R_i|$$

模型最优解为：

$$\begin{cases} R_1 = 1 \\ R_2 = 0.67 \\ R_3 = 0.5 \\ R_4 = 0.4 \\ i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

(2) 可预见损失补偿

出租车定价有关司机和乘客的切身利益，所以，定价要体现出公平性、互利性，以免发生不必要的矛盾，降低司机、乘客参与合乘的积极性，阻碍合乘出行的实现和普及。实际合乘中，难免会造成司机和乘客的一些利益损失，比如乘客增加绕行距离、司机中途停车接客等。因此，在体现收费公平的基础，对司机和乘客可预见的损失进行补偿。

1) 对司机的停车时间补偿

$$P_t = 0.5 \times \frac{t_a}{60} \times V_c \times C$$

式中： P_t 表示司机因接载合乘乘客而造成的中途停车时间补偿(元)； t_a 为司机中途接客的停车时间（min）； V_c 为设计速度（km/h）； C 为超过起步里程后，每公里单价（元/km）；0.5为司机停车时间补偿率参考值。

2) 乘客的绕行补偿

$$P_r = 0.5 \times C \times (F_2 - F_1)$$

式中： P_r 表示乘客因合乘而产生的绕行距离补偿（元）； C 为超过起步里程后，每公里单价（元/km）； F_1 为乘客单独乘车的最短距离（km），由服务器利用 Floyd 算法在乘客输入乘车起终点后自动算出； F_2 为乘客合乘的实际距离（km）。

3) 客等车时间补偿

$$P_d = 0.5 \times V_c \times C \times (t_d - \frac{1}{30})$$

式中： P_d 表示乘客从下单到上车的等待时间补偿（元）； t_d 为乘客从与司机确认上车地点到顺利合乘之间的等车时间（min）， $2 \leq t_d \leq 5$ 即等待时间在 2min 之内的不给予补偿，超过 5 分钟时乘客可以放弃等待，重新选择匹配车辆。

(3) 基于手机应用的动态合乘方式计费优化模型

根据求出的最优折扣率，考虑上述补偿，建立如下基于手机应用动态合乘方式的定价优化模型：

$$P_i = \begin{cases} 0.8C_0, & d_i \leq d_0 \\ 0.8C_0 + \sum_{i=1}^M CS_i R_i + P_t - P_r - P_d, & d_i > d_0 \end{cases}$$

式中， P_i 为第 i 位合乘乘客的出行费用（元）， C_0 为出租车起步价（元）， d_0 为起步价距离（km）， d_i 为第 i 位乘客实际行驶的总距离（km）， S_i 为超出起步距离后出租车对应状态所行驶的累计距离（km）， M 为出租车上的乘客数（人）。

上述所建数学模型设与合乘方案相应，并且车费计算方法具有合理性、说服性和可行性。

4.5 合乘模式各方收益分析模型

合理的出租车合乘计费标准只有在使各方都能获得预期的收益的情况下，合乘模式才能得到大范围的推广。其中，司机的收益表现为单次运营收入的增加，乘客的收益则表现为单次出行成本的减少。

(1) 当 $d_i \leq d_0$ 时，

司机单次运营收入：正常载客单次运营收入为 $P_1 = C_0$ ，合乘载客单次运营收入为

$$P_1 + P_2 = k \times C_0 > C_0$$

乘客 i 单次出行成本：正常载客单次出行成本为 $P_i = C_0$ ，合乘载客单次出行成本为

$$P_i = k \times C_0 / 2 < C_0$$

(2) 当 $d_i > d_0$ 时，假设 $d_2 \leq d_1$ ，

司机单次运营成本：正常载客单次运营收入为

$$P = C_o + C \times (d_2 - d_o)$$

合乘载客单次运营收入为

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 &= kC_{\min} + C \times (d_2 - d_1) \\ &= kC_o + C \times [k(d_1 - d_o) + (d_2 - d_1)] \end{aligned}$$

比较发现，合乘载客司机单次运营收入高于正常载客单次运营收入。

乘客*i*单次出行成本：正常载客单次出行成本为

$$P_1 = C_o + C \times (d_1 - d_o)$$

和

$$P_2 = C_o + C \times (d_2 - d_o)$$

合乘载客单次出行成本为

$$P_1 = k \times C_{\min} / 2 = k \times [C_o + C \times (d_1 - d_o) / 2]$$

和

$$P_2 = k \times C_{\min} / 2 = k \times [C_o + C \times (d_2 - d_o) / 2]$$

比较发现合乘载客两乘客单次出行成本均低于正常载客单次出行成本。

问题三

4. 6 算法设计

4. 6. 1 算法简介

(1) 粒子群多目标优化

粒子群 PSO 算法就从这种生物种群行为特性中得到启发并用于求解优化问题。在 PSO 中，每个优化问题的潜在解都可以想象成 *d* 维搜索空间上的一个点，我们称之为“粒子”（Particle），所有的粒子都有一个被目标函数决定的适应值 (Fitness Value)，每个粒子还有一个速度决定他们飞翔的方向和距离，然后粒子们就追随当前的最优粒子在解空间中搜索。Reynolds 对鸟群飞行的研究发现。鸟仅仅是追踪它有限数量的邻居但最终的整体结果是整个鸟群好像在一个中心的控制之下。即复杂的全局行为是由简单规则的相互作用引起的。

(2) 遗传算法

遗传算法是一种基于模拟进化的学习方法，是一种受生物进化启发的学习方法。基于对生物进化的模拟，维护一个由竞争假设组成的多样化群体，在每一次迭代中，选出群体中适应度最高的成员来产生后代，替代群体中适应度差的成员。

4. 6. 2 粒子群多目标优化算法设计

步骤 1：随机生成乘客出行距离 $s_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，以概率 p_1 随机选择合乘的乘

客 $y_i = 1$ ，根据出行距离配对合乘乘客，随机生成合乘路段比例 $\pi_i \in [0,1]$ ，以概率 p_2 随机生成选择绕行的乘客 $z_i = 1$ 。对单独乘车的乘客 i ，若车辆 j 的当前行驶里程 $l_j < l_{max}$ ，则分配 $d_{ji} = 1$ ，对每组合乘乘客，若 $l_j < l_{max}$ ，则将该组所有乘客分配给车辆 j ，直到所有乘客分配完成；

步骤 2：初始化群体规模 MP ，最大迭代次数 NP ，惯性权重 ω 等粒子更新参数，随机生成初始群体；

步骤 3：按照非支配粒子选取方法，生成非支配解集；

步骤 4：根据小生境子群划分方法，将非支配集中的粒子划分为若干小生境子群，并计算各小生境子群规模；

步骤 5：计算粒子的多目标适应度函数，保留各小生境子群中适应度函数最优粒子，形成最优粒子集；

步骤 6：选择规模最小的小生境子群中的最优粒子作为全局最优粒子；

步骤 7：根据全局最优粒子更新粒子速度与位置，同时记录各粒子的个体最优；

步骤 8：若迭代条件满足，算法结束，最优粒子集即最终 Pareto 解集，否则，转步骤 3。

4.6.3 遗传算法设计

步骤 1：输入路网结构、路网特性及出租车最初位置等基本数据。

步骤 2：设置初始进化代数 $GEN = 0$ 和累计目标函数未变化代数 $n = 0$ ，设置最大进化代数 GEN_{max} 和最大累计目标函数未变化代数 n_{max} ，并设定选择、交叉、变异概率及其他计算参数，根据 OD 出行需求矩阵，随机产生初始种群。

步骤 3：利用 Floyd 计算最短路径，确定个体中各辆出租车运行路径。

步骤 4：判断个体方案是否满足约束条件，如果不满足要给予目标惩罚函数。

步骤 5：计算种群中各个个体目标以及适应度函数，对比前后 2 次的目标函数，如果相等，则 $n = m + 1$ ，否则， $n = 0$ 。

步骤 6：运用轮盘赌方式进行选择操作，如果 $n > n_{max}$ ，则提高交叉和变异概率；否则，就按照初始设定交叉和变异概率进行交叉、变异操作，更新种群。

步骤 7：如果 $GEN = GEN_{max}$ ，转到步骤 8；否则， $GEN = GEN + 1$ 转到步骤 3。

步骤 8：结束，输出结果。

4.7 算例描述

4.7.1 算例分析

本算例的情景是以一辆出租车在拟建的城市道路网上，根据出租车载载端的提示，动态搭载 9 位乘客，直到第 9 位乘客下车为止。根据此情景，将合乘过程中由服务器记录、计算的数据进行统计，为下面模型的计算做准备。

- (1) 乘客的合乘行为是以生活出行为目的的动态合乘；
- (2) 乘客是运用智能手机软件中的出租车合乘服务进行合乘的；
- (3) 出租车司机是利用手机软件电召的车载端接客的；
- (4) 服务器是根据第三章介绍的相关功能进行服务的；
- (5) 算例中的 9 名乘客中的每一位乘客均是通过实时的路径匹配、合乘信息反馈所选中的处于反馈排序表中前列的，且通过自主调度顺利乘车的乘客，出租车亦然；
- (6) 考虑到合乘乘客相互之间是陌生人，且存在性别差异，为确保安全性和舒适性，假设一辆出租车最多合乘 4 人。

4. 7. 2 路网建立

根据题目所给条件某城市的路网为正方形网格，网格边长 500 米，道路均可双向行驶，建立如下部分路网结构。

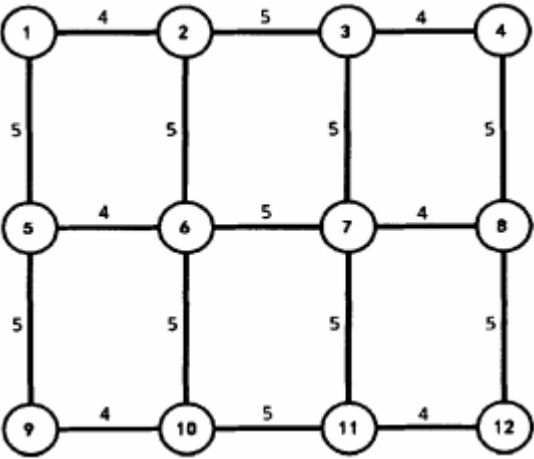


图 2 假设部分路网结构

路网中的交点表示路网节点，直线表示两节点间的道路，直线上的数字表示路网中两节点之间的距离，单位是 km。路网中所有道路均为双向交通。

4. 7. 3 任务合乘情景模拟

- (1) 任务要求
以一辆出租车 A 在拟建的城市道路网上，根据出租车车载端的提示，动态搭载 9 位乘客，直到第 9 位乘客下车为止。
- (2) 模拟过程
假设出租车行驶到某节点附近，此时出租车 A 处于待载客状态；收到车载端发布的乘客 1~9 提交的合乘请求，乘客 1~9 在手机客户端收到排在首位的出租车 A 的信息；司机和乘客 1~9 通过语音聊天或电话取得联系，确认乘客 1~9 的上车地点。

选择路径：在获得乘客的出发点和目的地后，根据问题一所建的路径优化模型选择最短路径，由于模拟路网平行的两条道路距离相等，所以有可能出现多条最短路径的情况，选择其中之一。在现实中道路的长度不可能完全相等，所以最短路径有且只有一条。

路径匹配：由于乘客的乘车有先后顺序，根据问题一所建动态合乘匹配模型判断出租车剩余行驶路径与乘客选择的行驶路径的重合度，在前一乘客选择最短路径的基础上进行匹配。

自主调试阶段：对于每位乘客假设上车地点和出发点相同，在合乘阶段可以获得各乘客的等待时间和停车时间，以及和合乘计费相关的数据。

计费阶段：到达各乘客的终点时，根据行驶过程中不同路段合乘人数和路段长度乘以对应的折扣率进行计算。

为方便直观的描述，本文将举例进行说明：

假设出租车行驶到乘客 1 上车节点①附近，此时出租车 A 处于空载状态；收到车载端发布的乘客 1 提交的合乘请求，乘客 1 在手机客户端收到排在首位的出租车 A 的信息：司机和乘客 1 通过语音聊天或电话取得联系，确认乘客 1 的上车地点为节点①，目的地为节点⑦。根据路径优化模型选择最短路径，由于模拟出现多条最短路径，选择其中之一，选择路径①—②—③—⑦。

出租车 A 载着乘客 1 行驶至节点②附近时，收到乘客 2 的合乘信息，确认乘客 2 的上车地点为节点②，目的地为节点 12。根据路径优化模型选择最短路径，由于模拟出现多条最短路径，选择其中之一。根据动态合乘匹配模型选择路径②—③—⑦—⑧—12。此时，由于出租车剩余行驶路径与乘客选择的行驶路径的重合度高于司机剩余路径的 70%，且出租车 A 当前行驶位置与乘客 2 距离很近，匹配成功。

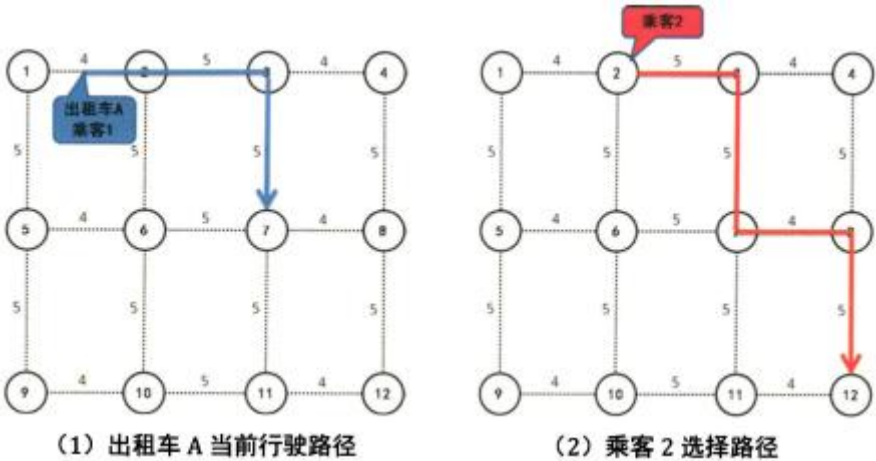


图 3 乘客 2 路径匹配图

在自主调试阶段，确认乘客 2 的等待时间、停车时间以及合乘路段等参数后，即可按照本文所建动态合乘计费模型对乘客 2 的车费进行计算。此后，每位乘客的计费过程都可按上述过程进行分析计算。

(3) 统计数据

根据动态模拟情景，在上述过程的分析下获取实时统计结果如表 2、表 3 所示。

表 2 路径统计表

	出发点	目的地	最短路径	上车地点	单独乘车 S1	两人合乘 S2	三人合乘 S3	实际行驶路径 F2 (km)
乘客 1	1	7	1-2-3-7	1	2-3-7	2-3-7		1-2-3-7
乘客 2	2	12	2-3-7-8-12	2	2-3-7 A-7-8-B	2-3-7 A-7-8-B	B-12	2-3-7-A-7-8-12
乘客 3	A	12	A-7-8-12	A		A-7-8-B	B-12	A-7-8-12
乘客 4	B	C	B-12-11-C	B	12-11	11-C	B-12	B-12-11-C
乘客 5	11	1	11-10-6-2-1	11	C-10 E-1	11-C 10-6 D-2-E	6-2-D	11-C-10-6-2 -D-2-E-1
乘客 6	10	D	10-6-2-D	10		10-6	6-2-D	10-6-2-D
乘客 7	6	E	6-2-E	6		D-2-E	6-2-D	6-2-D-2-E
乘客 8	1	10	1-5-9-10	1	1-5	5-9-10		1-5-9-10
乘客 9	5	10	5-9-10	5		5-9-10		5-9-10

表 3 数据统计表

	信息交互阶段			自主调助阶段				合乘计费阶段				
	出发点	目的地	最短路径 F_1 (km)	上车地点	等车时间 t_d (min)	停车时间 I_d (min)	起步距离 d_0	S_1 (km)	S_2 (km)	S_3 (km)	实际行驶路径 F_2 (km)	绕行距离 (km)
乘客 1	1	7	14	1	1	0	3	1	10	0	14	0
乘客 2	2	12	19	2	2	0.5	3	1	13	4	21	2
乘客 3	A	12	10	A	5	0.5	3		3	4	10	0
乘客 4	B	C	12	B	1.5	0.5	3	4	4	1	12	0
乘客 5	11	1	19	11	1	0.5	3	3	8.5	5.5	20	1
乘客 6	10	D	10.5	10	2.5	0.5	3		2	5.5	10.5	0
乘客 7	6	E	7	6	1	0.5	3		2.5	2.5	8	1
乘客 8	1	10	14	1	1	0.5	3	2	0	0	14	0
乘客 9	5	10	9	5	1	0.5	3		0	0	9	0

获得的数据为车费的计算的打下了基础。

4. 7. 4 模型计算结果

根据上文得到的统计数据,利用本文建立的基于手机应用动态合乘方式的定价优化模型进行计算。本文假设出租车定价标准为起步价 10 元/3 公里,超过起步距离 2 元/公里。

(1) 基于手机应用动态合乘方式的定价优化模型

$$P_i = \begin{cases} 0.8C_0, & d_i \leq d_0 \\ 0.8C_0 + \sum_{i=1}^M CS_i R_i + P_t - P_r - P_d, & d_i > d_0 \end{cases}$$

(2) 模型参数确定

根据算例的情况，确定模型中的参数，如下表所示：

表 4 模型参数表

	$d_0(km)$	$S_1(km)$	$S_2(km)$	$S_3(km)$	$P_l(元)$	$P_r(元)$	$P_d(元)$
乘客 1	3	1	10	0	0	0	0
乘客 2	3	1	13	4	0.33	2	0
乘客 3	3	0	3	4	0.33	0	0.67
乘客 4	3	4	4	1	0.33	0	0
乘客 5	3	3	8.5	5.5	0.33	1	0
乘客 6	3	0	2	5.5	0.33	0	0.33
乘客 7	3	0	2.5	2.5	0.33	1	0
乘客 8	3	2	9	0	0.33	0	0
乘客 9	3	0	6	0	0.33	0	0

(3) 模型计算结果

将标定参数带入模型进行计算，得出计算结果如表 5：

表 5 模型计算结果

	乘客 1	乘客 2	乘客 3	乘客 4	乘客 5	乘客 6	乘客 7	乘客 8	乘客 9
合乘费用(元)	23	29.23	15.56	22.53	29.88	16.1	13.08	24.03	16.13

4.8 问题求解

根据上述模型和算法，将问题三的数据带入程序进行求解，通过不断改变出租车数量。本文问题一、二综合考虑了多种模型，在问题三编写程序时，由于时间有限，程序未能调试成功，因而未得到最终求解结果。

5. 模型总结与展望

本节针对本文所建模型的优缺点进行说明。

5.1 模型总结

5.1.1 模型优点

(1) 针对问题一，建立了合乘候车平平均时间模型、合乘路径规划模型、动态合乘匹配模型，考虑时间、乘客心理、出租车数量、乘客效益、司机效益等约束条件，建立了目标函数；

(2) 针对问题二, 建立了合乘模式计费模型和合乘模式各方面收益分析模型综合考虑了各方收益;

(3) 针对问题三, 采用遗传算法对所建模型进行求解, 并采用一个小算例对模型和程序进行测试, 成功的验证了模型及程序的可行性。

5.1.2 模型缺点

(1) 时间模型考虑的是硬时间窗口, 忽略了软时间窗口;

(2) 时间有限, 问题三的程序没有调通, 没能得到最终计算结果。

5.2 工作展望

下一步工作对程序进行调试, 进一步优化模型, 以期得到最优合乘方案。

参考文献

- [1] 罗超, 韩直, 乔晓青. 城市出租车合乘技术研究[J]. 交通工程与信息学报. 2014, 12(1): 79-86.
- [2] 陈婷. 论出租车动态合乘出行路径匹配及系统设计研究[D]. 南京: 南京林业大学. 2016.
- [3] 丁冉. 出租车动态合乘匹配问题研究[D]. 南京: 东南大学. 2015.
- [4] 张亦楠, 魏志强, 刘昊. 出租车多人合乘匹配问题的研究[J]. 信息通信. 2014, 3: 70-71.
- [5] 张薇, 何瑞春, 肖强, 马昌喜. 出租车合乘定价多目标优化研究[J]. 武汉理工大学学报. 2015, 39(6): 1105-1109;
- [6] 刘佳. 出租车合乘方式及定价模型优化研究[D]. 重庆: 重庆交通大学. 2016.
- [7] 刘华杰. 出租车合乘费率优化问题研究[D]. 兰州: 兰州交通大学. 2015.
- [8] 周和平, 钟壁檣, 彭霞花, 夏西. 出租车合乘路径选择与费率优化模型[J]. 长沙理工大学学报. 2011, 8(1): 20-24.
- [9] 张薇, 何瑞春. 出租车合乘路径演化博弈分析[J]. 兰州交通大学学报. 2015, 34(6): 70-76.
- [10] 覃运梅, 石琴. 出租车合乘模式的探讨[J]. 合肥工业大学学报. 2006, 29(1): 77-80.
- [11] 肖强, 何瑞春, 俞建宁, 张薇. 出租车合乘收益趋势影响模型研究[J]. 兰州交通大学学报. 2016, 35(4): 141-147.
- [12] 王丽珍. 大城市出租车静态和动态合乘模式的探讨[D]. 长沙: 长沙理工大学. 2012.
- [13] 聂昌成, 唐大宇, 徐婷. 基于电召平台的出租车合乘调度模式研究[J]. 武汉理工大学学报. 2015, 39(4): 807-809.
- [14] 宫熙桢, 杨珍. 基于公平性的出租车合乘算法研究[J]. 长沙大学学报. 2015, 29(2): 77-80.
- [15] 左忠义, 刘津, 汪磊. 基于几何概型的出租车合乘候车时间分析[J]. 大连交通大学学报. 2015, 36(6): 1-5.
- [16] 郭瑞军, 王晚香. 基于矩阵迭代法的出租车合乘最短路径选择[J]. 大连交通大学学报. 2011, 32(4): 28-31.
- [17] 吴树新. 基于双层遗传算法的城市出租车合乘模型的研究[J]. 大连: 大连交通大学. 2015.
- [18] 潘国强. 基于网格划分的城市出租车合乘研究[J]. 价值工程. 2013, 25-27.

附录

问题一 MATLAB 主程序

```
clc;

clear;

site30=[10 24;9 21;14 17;10 15;4 16;1 27;17 15;18 11;14 15;21 18;16 15;4
14;5 15;
21 12;22 10;7 10;6 11;14 18;16 16;18 20;22 19;4 10;3 10;21 3;15 10;15 8;1
1 6;14 6;12 9;1 13];
for m=1:30
for n=1:30
D30(m,n)=((site30(m,1)-site30(n,1))^2+(site30(m,2)-site30(n,2))^2)^0.
5;
end
end
num1=poissmd(15);
req=cell(num1,7);
num2=20;%%³ö×â³µÊÝÁ¿
riders=[1 2 3 4]; prob=[0.8 0.1 0.065 0.035];%%³ððððèÇóµÄÊæ»ú²úÉú,ÄÄÊ
O0=ones(num2,1)*4;
D0=ones(num2,1)*4;%%²úÉú³ðÊ¼³ö×â³µÎ»ÖÃ(µã4´|)
people=zeros(num2,1);
T_Time={'24-04-2017 07:30:00','24-04-2017 17:30:00'};
taxi=[O0,D0,people];
i=1;
while i<=num1;
origin(i,1)=randi([1,30],1,1);%%Êæ»úÈ·¶¨Öãð³ðððÇèÇóÓÔ¶¶ÖÓ|µÄÎ»ÖÃÉÍ
desti(i,1)=randi([1,30],1,1);%%Êæ»úÈ·¶¨Öãð³ðððÖðµÄÖðµã
request(i,1)=randsrc(1,1,[riders;prob]);
if origin(i,1)==desti(i,1);
i=i;
else
req{i,1}=origin(i,1);
req{i,2}=desti(i,1);
req{i,3}=request(i,1);
i=i+1;
end
end
V=50;%%¼ÖÉè³ö×â³µµÄÈÙ¶È
for j=1:30
for k=1:30
T30(j,k)=D30(j,k)/v;
end
```

```

end
for i=1:num1
req{i,4}=60*T30(req{i,1},req{i,2});
req{i,5}=datestr(datenum(T_Time{1,1})+unifmd(0.006944,0.020833));
req{i,6}=datestr(datenum(req{i,5})+req{i,4}+(1+30/100)/1440);
req{i,7}=0;
end
for j=1:num1
for k=1:hum2
if req{j,3}<=-4
taxi(k,3)&&datenum(datestr(datenum(T_Time{1,1})+T30(req{j,1},taxi(k,1)
))/24))<=...
datenum(datestr(datenum(req{j,6})-req{0,4}/1440));
Schelling1(j,k)=1;
Arrtime(j,k)=T30(req{j,6},taxi(k,1));
else
Schelling1(j,k)=0;Arrtime(j,k)=0;
end
end
end
[route,req,arrivetime,aheadT,passenger,n]=...
insert(req,Sehelling1,num1,num2,T_Time,taxi,T30,Arrtime);%%³õÊ¼»¬Ä·¼¶
refresh=1;
ALLreq={'Æðµã','ÖÖµã','ÈÈËý','Ô¼ÆÚÐ³ÌÊ±¼ä(·Ö)','Ô¼ÆÚ³õ·¢Ê±¼ä','Ô¼ÆÚµ
¼ÌÊ±¼ä','ÊÇ·ñÆÝÃä'};
savemileage={'ÊÇÐÃÊ±Ì','¼ÓÔ¼ÃÌ³Ì';T_Time{1,1},0};

```

问题二MATLAB主程序

```

function
[profit_temp,Round_temp,Duv_temp,gasfee_temp,Price_temp,P_rate_temp,I
ncome_jtemp]=...
checkprice(ss,n,countm,j,k,Newreq,req_index4,D30,route_temp,passenger
_temp,index1,index2,profit,Round,Duv,gasfee,Price,P_rate,Income)
num1=size(route_temp,1);
profit_temp(:,countm,k)=zeros(num1,1,1);
Duv_temp(:,countm,k)=zeros(num1,1,1);
Roun_temp(:,countm,k)=zeros(num1,1,1);
gasfee_temp(:,countm,k)=zeros(num1,1,1);
Price_temp(:,countm,k)=zeros(num1,1,1);
Prate_temp(:,countm,k)=zeros(num1,1,1);
Income_temp(:,countm,k)=zeros(num1,1,1);
R0=2.9;L0=2;C0=9;Gas=0.5;M1=1.4;M2=1;
LL=0;S1=0;P1=0;

```

```

if D30(Newreq{j,1},Newreq{j,2}) <= L0;
Price(n(k),k) = CO;
else
Price(n(k),k) = RO * (D30(Newreq{j,1},Newreq{j,2}) - L0) + CO;
end
switch SS
Round(n(k),k) = 1;
Duv(n(k),k) = D30(Newreq{j,1},Newreq{j,2});
gasfee(n(k),k) = Gas * Duv(n(k),k);
g = gasfee(n(k),k);
if Newreq{j,3} > 22;
r = Newreq{j,3};
p = Price(n(k),k);
c = r * p; A = -r + p; b = -M1 * p + (M1 - 1) * g;
Aeq = [];
beq = [];
vlb = 0; vub = M2;
[x,fval] = linprog(c,A,b,Aeq,beq,vlb,vub); P_rate(n(k),k) = x(1); Income(n(k),k) = fval;
else
P_rate(n(k),k) = 1;
Income(n(k),k) = Price(n(k),k);
end
profit(n(k),k) = Income(n(k),k) - gasfee(n(k),k); profit_temp(:,countm,k) = profit(:,k);

DuLtemp(:,countm,k) = Duv(:,k);
Round_temp(:,countm,k) = Round(:,k);
gasfee_temp(:,countm,k) = gasfee(:,k);
Price_temp(:,countm,k) = Price(:,k);
Prate_temp(:,countm,k) = Prate(:,k);
Income_temp(:,countm,k) = Income(:,k);
case2;
count = zeros(1,n(k)); mn = [];
for t = -I:n(k)-1;
count(t) = length(find(req_index4(1:indexl-1,k) == t));
if count(t) == 1;
[x,~] = find(req_index4(:,eountm,k) == t);
for m = x(1,1):x(2,1)-1;
LL = D30(route_temp(m,countm,k),route_temp(m+1,countm,k)) + LL;
end
Duv(t,k) = LL; Round(t,k) = Duv(t,k) / D30(route_temp(x(1,1),countm,k),route_temp(x(1,2),countm,k));
nm = [nm,x1;

```

```

end
end
Round(n(k),k)=1;
if isempty(mn);
Duv(n(k),k)=D30(Newreq{j,1},Newreq{j,2});
gasfee(n(k),k)=Gas*Duv(n(k),k);
g=gasfee(n(k),k);
if Newreq{j,3}>=22;
r=Newreq{j,3};
p=Price(n(k),k);
c=r*p;A=-r*p;b=-M1*p+(M1-1)*g;
Aeq=[];
beq=[];
vlb=0;vub=M2;
[x,fval]=linprog(c,A,b,Aeq,beq,vlb,vub);
P_rate(n(k),k)=x;
Income(n(k),k)=fval;
else
P_rate(n(k),k)=1;
Income(n(k),k)=Pfice(n(k),k);
profit(n(k),k)=Income(n(k),k)-gasfee(n(k),k);
end
else
xx=min(mn(1,:));yy=max(mn(2,:));

for i=xx:yy-1
S1=D30(route_temp(xx,countm,k),route_temp(xx+1,countm,k))+S1;
end
Sij(n(k),k)=S1;
SSI=S1-D30(route_temp(index1-1,countm,k),route_temp(index1,countm,k))
-...
D30(Newreq{j,1},Newreq{j,2})-...
D30(route_temp(index2,countm,k),route_temp(index2+1,cotmtm,k)...
+D30(route_temp(index1-1,countm,k),route_temp(index2+1,countm,k));
gasfee(n(k),k)=Gas+Sij(n(k),k);
g=gasfee(n(k),k);
G1=Gas*SSI;
r=Newreq{j,3};
p=Price(n(k),k);
i=xx;t=1;il=zeros(2+n(k)+2,1);
while i<=yy;
il(t)=req_index4(i,countm,k);
if t==1;
if il(t)~=req_index4(i+1,countm,k)&&il(t)~=n(k);

```

```

c(1,t)=(passenger_temp(i,countm,k)-passenger_temp(i-1,countm,k))*Price(il(t),k);
P1=P_rate(il(t),k)+(passenger_temp(i-1,countm,k)-passenger_temp...
(i-1,cotmtm,k))*Price(il(t),k)+P1;
i=i+1;t=t+1;
elseif il(t)~=n(k);
c(1,t)=(passenger_temp(i,countm,k)-passenger_temp(i-1,countm,k))*Price(il(t),k);
P1=P_rate(il(t),k)+(passenger_temp(i,countm,k)-passenger_temp...
(i-1,countm,k))*Price(il(t),k)+P1;
i=i+2;t=t+1;
end
elseif t>1;
if
isempty(find(il(1:t-1-1)==il(t)))&&il(t)~=req_index4(i+1,k)&&il(t)~=n(k);
c(1,t)=(passengertemp(i,countm,k)-passengertemp(i-1,countm,k))*Price(il(t),k);
P1=P_rate(il(t),k)*(passengertemp(i,countm,k)-passengertemp...
(i-1,countm,k))*Price(il(t),k)+P1;
i=i+1;t=t+1;
elseif isempty(find(il(1:t-1,1)==i(t)))&&il(t)~=n(k);
c(1,t)=(passenger_temp(i,countm,k)-passenger_temp(i-1,countm,k))*Price(il(0,k);
P1=P_rate(il(t),k)*(passenger_temp(i,countm,k)-passengertemp...
(i-1,countm,k))*Price(il(t),k)+P1;
i=i+2;t=t+1;
end
else
i=i+1;

end
end
c=[c,r*p];
A=-c;
b=-M1*P1+M1*G1-g;%%P_rate(n(k),k)*req{j,3}*Price(n(k),k);
Aeq=zeros(t+1,t+2);beq=zeros(t+1,1);
for i=1:t+1;
Aeq(i,i)=1;Aeq(i,t+2)=-1/Round(il(i),k);
end
vlb=zeros(1,t+1);vub=M2*ones(1,t+1);
[x,fval]=linprog(c,A,b,Aeq,beq,vlb,vub);
P_rate(n(k),k)=x(size(x,1)-1,1);
for m=1:size(x,1)-2;

```

```

P_rate(il(m),k)=x(m);
end
Income(n(k),k)=fval;
profit(n(k),k)=Income(n(k),k)-gasfee(n(k),k);
profit_temp(:,countm,k)=profit(:,k);
Duv_temp(:,countm,k)=Duv(:,k);
Round_temp(:,countm,k)=Round(:,k);
gasfee_temp(:,countm,k)=gasfee(:,k);
Price_temp(:,countm,k)=Price(:,k);
Prate_temp(:,countm,k)=P_rate(:,k);
Income_temp(:,countm,k)=Income(:,k);
end
case 3;
count=zeros(1,n(k));nm=[];xy=zeros(2,n(k));x=zeros(2,1);
for t=-1:n(k);
[X,~]=find(req_index4(:,countm,k)==t);
xy(:,t)=x;
end
for t=1:n(k);
count(t)=length(find(xy(:,t)>=xy(1,n(k))&xy(:,t)<=xy(2,n(k))));
if count(t)>=1;
for m=xy(1,t):xy(2,t)-1;
LL=D30(route_temp(m,countm,k),route_temp(m+1,countrn,k))+LL;
end
Duv(t,k)=LL;Round(t,k)=Duv(t,k)/D30(route__temp(xy(1,t),countm,k),rou
te_temp(xy(2,t),countm,k));
mn=[mn,xy(:,t)];
end
end

r=Newreq{j,3};
p=Price(n(k),k);
if size(mn,2)==1;
if Newreq{j,3}>=2;
gasfee(n(k),k)=Gas*Duv(n(k),k);
g=gasfee(n(k),k);
c=r*p;A=-r*p;b=-M1*p+(M1-1)*g;
Aeq=[];
beq2[];
vlb=0;vub=M2;
[x,fval]=linprog(c,A,b,Aeq,beq,vlb,rub);P_rate(n(k),k)=x;Income(n(k),
k)=fval;
else
P_rate(n(k),k)=1;

```

```

Income(n(k),k)=Price(n(k),k);pmfit(n(k),k)=Ineome(n(k),k)-gasfee(n(k),k);
end
else
xx=min(mn(1,:));
yy=max(mn(2,:));
for i=xx:yy-1;
S1=D30(route_temp(i,countm,k),route_temp(i+1,countm,k))+S1;
end
Sij(n(k),k)=S1;
SSI=S1-D30(route_temp(indexl-1,countm,k),route_temp(indexl,countm,k))-...
D30(route_temp(indexl,countm,k),route_temp(indexl+1,countm,k))-...
D30(route_temp(index2-1,countm,k),route_temp(index2,countm,k))-...

D30(route_temp(index2,countm,k),route_temp(index2+1,countm,k))+D30(ro
ute_temp(i
ndexl-1,countm,k),route_temp(indexl+1,countm,k))+D30(route_temp(index
2-
1,countm,k),route_temp(index2+1,countm,k));gasfee(n(k),k)=Gas*Sij(n(k),k);
g=gasfee(n(k),k);
G1=Gas*SSI;
i=xx;t=1;il=zeros(2*n(k)+2,1);
while i<=YY;
il(t)=req_index4(i,countm,k);
if t==1;
if il(t)~=req_index4(i+1,countm,k)&&il(t)~=n(k);
c(1,t)=(passenger_temp(i,cotmtm,k)-passenger_temp(i-1,countm,k))*Pric
e(il(0,k);
Pl=P_rate(il(t),k)+(passengertemp(i,countm,k)-passenger_temp...
(i-1,countm,k))*Price(il(t),k)+Pl;
i=i+1;t=t+1;
elseif il(t)~=n(k);
c(1,t)=(passenger_temp(i,countm,k)-passenger_temp(i-1,countm,k))*Pric
e(il(t),k);
Pl=P_rate(il(t),k)*(passengertemp(i,countm,k)-passengertemp...
(i-1,countm,k))*Price(il(t),k)+Pl;
i=i+2;t=t+1;
else
i=i+1;
end
elseif t>1;
if isempty(find(il(1:t1,1)==il(t)))&&...

```

```

il(t)~=req_index4(i+1,countm,k)&&il(t)~=n(k);
e(1,t)=(passenger_temp(i,cottntm,k)-passenger_temp(i-1,countm,k))*Pri
ee(il(t),k);
Pl=P_rate(il(t),k)*(passenger_temp(i,countm,k)-passengertemp...
(i-1,countm,k))*Prie(il(t),k)+Pl;
i=i+1;t=t+1;
elseif isempty(find(il(1:t-1,1)==il(t)))&&il(t)~=n(k);
c(1,t)=(passenger_temp(i,eountm,k)-passenger_temp(i-1,countm,k))*Pric
e(il(t),k);
Pl=P_rate(il(t),k)+(passenger_temp(i,countm,k)-passenger_temp(i-1,cou
ntm,k))+Pl;
i=i+2;t=t+1;
else
i=i+1;
end
end
end
end
c=[c,r*P,0];
A=-c;
b=-M1+Pl+M1+G1-g;%%P_rate(n(k),k)*req{j,3}*Pfice(n(k),k);
Aeq=zeros(t,t+1);beq=zeros(t,1);
for i=1:t;
Aeq(i,i)=1;Aeq(i,t+1)=-1/Round(il(i),k);
end
vlb=zeros(1,t+1);vub=M2*ones(1,t+1);
[x,fval]=linprog(c,A,b,Aeq,beq,vlb,vub);
P_rate(n(k),k)=x(size(x,1)-1,1);
for m=1:size(x,1)-2;
P_rate(il(m),k)=x(m);
end
Income(n(k),k)=fval;
profit(n(k),k)=Ineome(n(k),k)-gasfee(n(k),k);
end
profit_temp(:,countm,k)=profit(:,k);
Duv_temp(:,countm,k)=DuV(:,k);
Rotmd_temp(:,countm,k)=Round(:,k);
gasfee_temp(:,countm,k)=gasfee(:,k);
Price_temp(:,countm,k)=Price(:,k);
P_rate_temp(:,countm,k)=P_rate(:,k);
Income_temp(:,countm,k)=Income(:,k);
end

```