



2019 年湖南省高校第四届研究生数学建模竞赛

题 目： 猪场连续生产销售计划

摘 要： 本文建立了基于存栏量平衡的猪场连续生产销售模型。

首先，通过附件中的生长数据拟合得到了猪的日龄-重量生长曲线，分析对于固定日龄的猪，其重量以某一平均值和方差呈正态分布，得出猪的平均重量随着日龄增长递增并逐渐平稳，拟合得到的日龄与平均重量关系曲线类似于 *Logistic* 生长曲线，重量方差随着日龄增长递增。

然后基于生产母猪的日龄分布规律得到了生产母猪更换概率曲线，并在曲线上通过逐日随机取值法，以图形化的方式建立了生产种猪更新计划模型，得到了相应生产公猪和母猪的更换日期，进而得到了周种猪更新计划。

在保证附件 7 给出的每月种猪销售计划的前提下，考虑到存栏量平衡，房舍容纳量等条件的约束，结合生产种猪更新计划，最终得到了每周的配种计划。

通过绘制出日龄-利润函数，发现其图像中存在跳跃间断点，呈现分段的性质，与附件 4 提供的分段性的副产品价格吻合。进一步分析，发现副产品猪在生长到 20kg 对应日龄时，作为第一类副产品卖出，或者生长到 120kg 对应日龄时，作为第四类副产品卖出时，存在利润极大值。由此建模分析，考虑了题目对 20kg-25kg 副产品不销售的限制条件和附件 3 提供的猪舍空间的限制条件，结合猪只的生长曲线和题目提供的生长规律，求解得到了各类副产品的周销售计划。

结合存栏量平衡思想和副产品销售计划，求得每周各类饲料的消耗量平均每周消耗量为 60.58 吨，成本约 13.83 万。按照预计，整年的利润约为 2077.86 万。

关键词： 存栏量平衡，*Logistic* 生长模型，更换率曲线，动态平衡方程，利润最大模型

1 问题重述

1.1 问题背景

养猪场的连续生产销售计划，即经营计划，是一个复杂的系统工程，涉及到牲畜销售、饲料准备、选种配种、猪舍选择等多个方面的协同配合，利用现有资源，达到预期销售目标，并实现效益最大化。

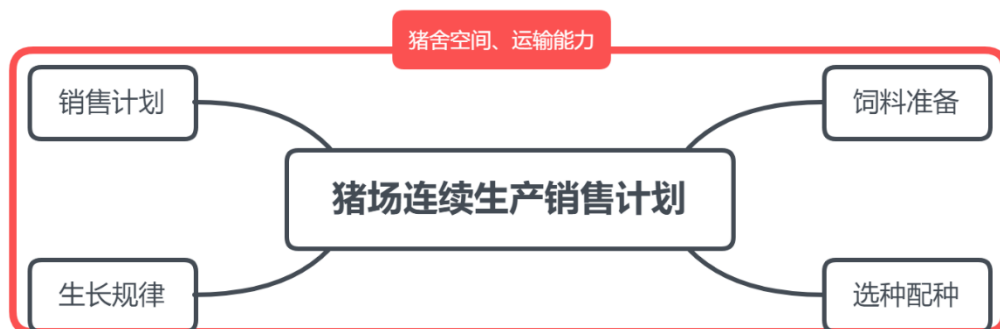


图 1-1 计划内各部分关系图

1.2 题目信息

(1) 种猪配种存在多种可能选择，且对培育的后代有不同的销售策略。根据题目条件，分析得到具体的后代销售策略可如下图所示：

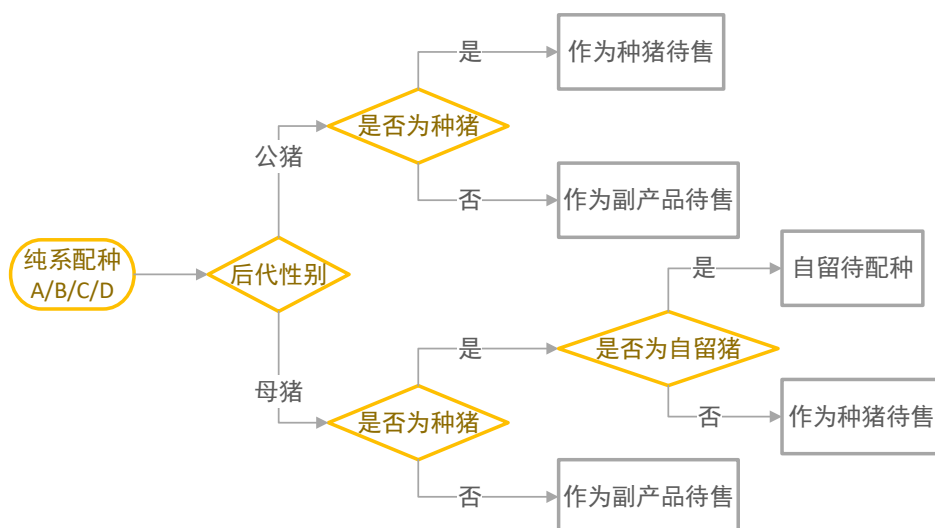


图 1-2 纯系配种后代销售策略

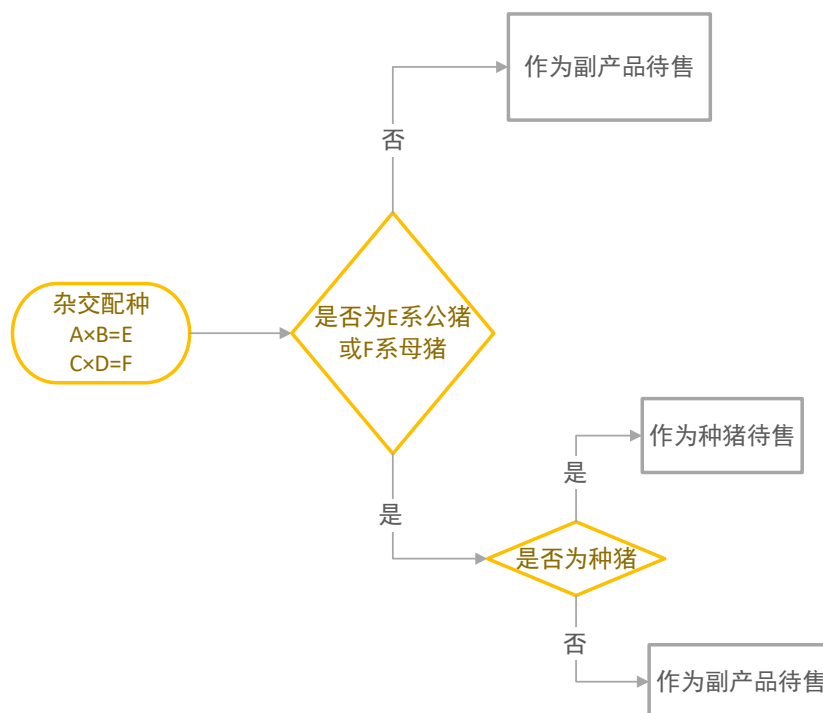


图 1-3 杂交配种后代销售策略

对于纯系配种的后代，结合题目要求，只考虑 A/B/C/D 系四种情况，它们的后代公猪和母猪都可以被选种，作为种猪或者副产品销售。但只有母猪可以被选为自留种猪等待替换更新。

对于杂交配种的后代，只有 $A \times B = E$ 和 $C \times D = F$ 两种情况，它们与纯种后代的不同在于不存在自留后代，且 E 系母猪和 F 系公猪必须作为副产品待售，E 系公猪和 F 系母猪可以一部分作为种猪待售，另一部分作为副产品待售。

(2) 猪只生产过程是一个多环节、多约束条件的过程。各个环节需要的时间不同，同时在环节进行中存在比例性的选择、保留，进而影响到制定销售计划时可供选择的猪只范围。

(3) 外售对猪只的体重有限制。由于销售计划是根据时间来制定的，又根据所给附件信息，可以找到日龄和体重之间的关系，从而在制定计划时得到销售价格。同时，由于附件信息中提出存在超过体重最大限制的猪只，需要在模型建立中考虑对其处理策略。

(4) 利润最大化主要是销售最大化和成本最小化。影响销售最大化的因素主要是每周销售计划中各品种、各日龄的搭配情况；影响成本最小化的因素是销售计划对应的各日龄猪只的饲料情况、运输搭配情况。

1.3 所需解决的问题

结合以上题目信息条件，制定收益最大化的连续生产计划，具体而言包括：

- (1) 在全年 52 周的时间中，制定每周的猪只配种计划、生产公猪和生产母猪的更新替换计划；
- (2) 制定四个品种副产品的周销售计划；
- (3) 在实施上述计划的条件下，计算每周每类饲料的消耗量。

2 问题假设

- (1) 生产公猪从第一次采精开始满一年后均更换，并从同系代售公猪中选择合适且日龄最小的替换。
- (2) 生产母猪在断奶 7 天后的再次配种率为 100%，及 21 周以后的配种成功率为 100%。
- (3) 所有生产母猪从第一次配种起，至少配种 2 年，两年后配种表现良好的生产母猪不更换。
- (4) 自留母猪入群后从 30 周龄开始可以配种但不一定在 30-32 周龄配种。
- (5) 整个养猪场各类猪的数量及其日龄分布基本不变。
- (6) 假设同类猪具有相同的生长，繁殖特性。
- (7) 假设同一生产母猪每次配种怀孕期相同，分娩率相同。
- (8) 需要卖出去的副产品猪和种猪均在达到重量限度前卖出。
- (9) 为保持猪只总数稳定，没有用于配种的种猪可以当作副产品销售
- (10) 对于体重超过种猪/副产品销售要求上限的猪只，可以通过某种方式销售掉，带来一定的收益。
- (11) 每周固定周天进行运输销售。

3 符号说明

表 3-1 符号与说明

符号	说明
x	猪只的日龄
$W_i(x), i = 1, 2, 3$	销售利润
$F_s(x)$	母猪所需饲料情况
$F_b(x)$	公猪所需饲料情况
$M(x)$	猪只的体重
$M_\mu(x)$	猪只的平均体重
$M_\sigma(x)$	猪只的体重方差
$C(x)$	副产品价格
C_E	超重猪销售价格
T	运输成本
N_1	副产品猪总量
N_2	生产公猪和母猪总量
N_3	待售种猪总量
α	育肥猪存活率
β	保育猪存活率
γ	哺乳仔猪存活率
$L_A \setminus L_B \setminus L_C \setminus L_D \setminus L_E \setminus L_F$	每窝产量
$p_A \setminus p_B \setminus p_C \setminus p_D \setminus p_E \setminus p_F$	选种率
$I_S \setminus I_B$	配种母、公种猪数

4 模型建立与求解

4.1 模型建立

由于所有猪只的培育，最终目的都是将其作为种猪或者副产品进行销售，也即猪场的连续生产计划取决于销售计划。同时，要实现利益最大化，实际上是要充分发挥猪场的生产动力，即将生产公猪、母猪的配种和母猪的产仔周期连贯的进行安排。但是，这种饱和式的安排策略要受到题目对于猪场猪只总量、生产种猪数量、月销售计划的限制，所以总体上是使猪场猪只总量达到一个卖出-出生数量的动态平衡。

结合以上分析，我们模型建立的总体思路如下：

- (1) 结合题目和附件所给数据，总结出销售利润模型；
- (2) 在猪只总量动态平衡的总条件下，结合其他各类数量要求，建立各月份连续生产销售模型，将生产配种、更新替换和销售任务划分到各个月份；
- (3) 针对每个月，结合销售利润模型，在考虑利润最大化的条件下，建立每日连续生产销售模型，把配种、更新和销售任务划分到每一天；
- (4) 以七天为一周，得到 52 周的各周计划。

以上思路可用如下流程图来表示：

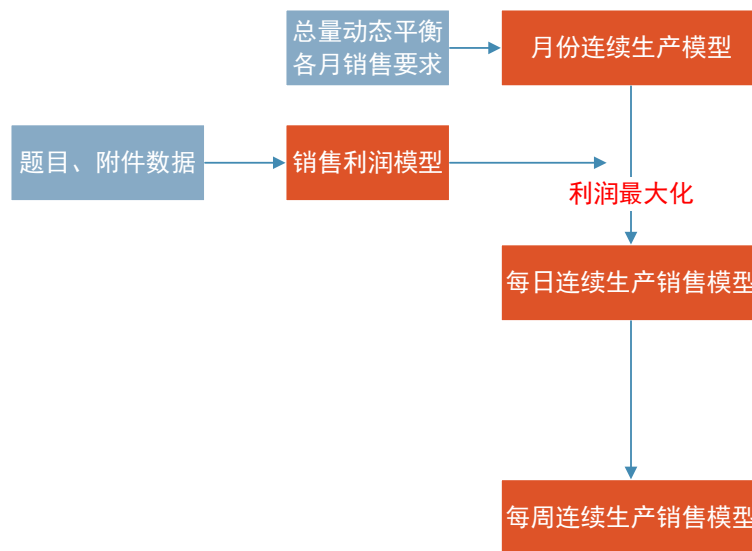


图 4-1 模型总体思路

4.1.1 猪只生长模型

猪只生长模型目的是在已知销售时猪只日龄的条件下，得到当时猪只的体重，以便于结合价格区间找到对应销售单价。通过分析附件 2 的生长数据，并查阅相关资料，得知猪只的体重随日龄的增长符合 *Logistic* 模型^[5]。

所以我们假设附件 2 中的日龄-体重数据，在某个日龄处的平均值符合 *Logistic* 增长曲线的形式，同时相同日龄下的不同个体的不同体重值服从正态分布^[5]，即

$$M(x_0) \sim N(M_\mu(x_0), M_\sigma(x_0)) \quad (4-1)$$

x_0 表示某一具体日龄值。

使用 *Matlab* 软件对附件 2 数据进行了拟合，得到

$$M_{\mu}(x) = \frac{1}{0.008 + 0.3 \times 0.97^x} \quad (4-2)$$

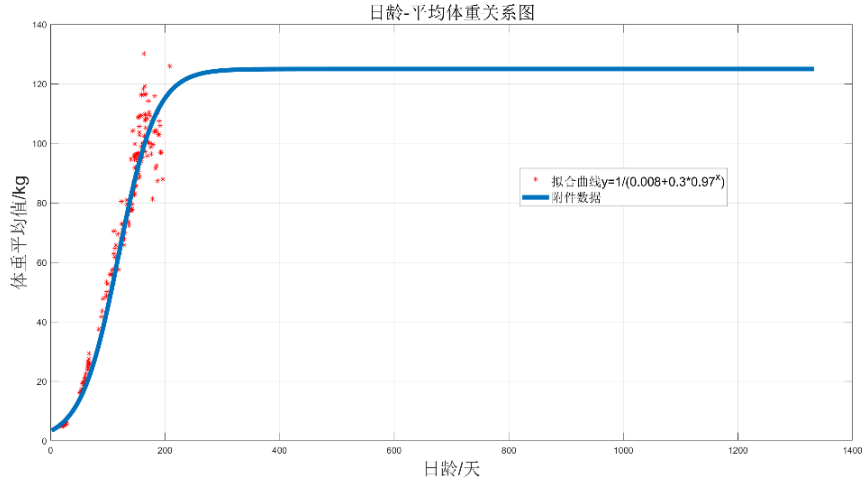


图 4-2 日龄与平均体重拟合关系曲线

而 $M_{\sigma}(x_0)$ 采取的计算思路是取日龄 $\leq x_0$ 的所有点，求它们的标准差作为 $M_{\sigma}(x_0)$ 。相应拟合出来的关系式和关系曲线如下：

$$M_{\sigma}(x) = 0.0006x^2 - 0.047x + 1.984 \quad (4-3)$$

4.1.2 猪场销售利润模型

在猪只销售过程中，利润等于销售金额减去饲料成本与运输成本。根据题目，作为种猪销售的售价和作为副产品销售的售价是不同的，所以可以分为种猪销售和副产品销售两部分来对模型进行讨论。

在讨论具体模型之前，先对几个关键的参数进行数学化表达。

(1) 猪只饲料消耗情况和日龄的关系。目的是在已知销售时猪只日龄的条件下，得到对应已消耗的饲料成本。根据附件 1 可推知，公猪和母猪在生长过程中需要的饲料种类并不相同，所以需要分为公猪所需饲料情况 $F_B(x)$ 和母猪所需饲料情况 $F_S(x)$ 。通过附件 1 可以得到每种饲料的标准日饲料成本，再结合公猪和母猪对私聊的不同需求，可以得到其表达式分别为：

$$F_B(x) = \begin{cases} 0.38x, & 1 \leq x \leq 20 \\ 0.48x - 2.03, & 21 \leq x \leq 28 \\ 0.53x - 3.38, & 29 \leq x \leq 45 \\ 0.6x - 6.27, & 46 \leq x \leq 70 \\ 0.64x - 9.36, & 71 \leq x \leq 100 \\ 0.71x - 0.7, & 101 \leq x \leq 130 \\ 0.73x - 18.3, & 131 \leq x \leq 168 \\ 0.38x + 39.45, & x \geq 169 \end{cases} \quad (4-4)$$

$$F_s(x) = \begin{cases} 0.46x, & 1 \leq x \leq 20 \\ 0.56x - 2.03, & 21 \leq x \leq 28 \\ 0.61x - 3.38, & 29 \leq x \leq 45 \\ 0.67x - 6.27, & 46 \leq x \leq 70 \\ 0.72x - 9.36, & 71 \leq x \leq 100 \\ 0.79x - 0.7, & 101 \leq x \leq 130 \\ 0.80x - 18.3, & 131 \leq x \leq 168 \\ 0.46x + 39.45, & x \geq 169 \end{cases} \quad (4-5)$$

通过上述两个分段函数，可以在知道销售时猪只日龄的情况下，得到该猪只消耗的饲料成本。

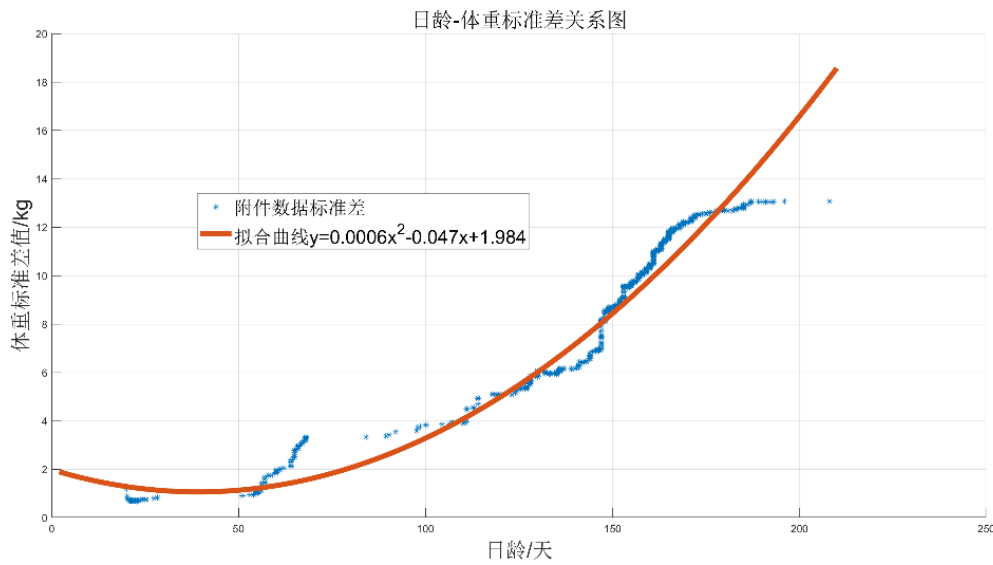


图 4-3 日龄与体重标准差拟合关系曲线

(2) 副产品价格与猪只日龄的关系。C(x) 表示副产品价格，总共分为四类，根据附件 4，可用以下分段函数表达式来表达：

$$C(x) = \begin{cases} C_1, & 0 \leq M(x) \leq 24 \\ C_2, & 25 \leq M(x) \leq 49 \\ C_3, & 50 \leq M(x) \leq 99 \\ C_4, & 100 \leq M(x) \leq 120 \end{cases}, m=1, 2, \dots, 12 \quad (4-6)$$

其中 $C_i, i=1, 2, 3, 4$ 表示随着月份变化的副产品价格。

(3) 种猪产品价格。D 表示种猪价格，总共分为公猪和母猪两类，可表达为：

$$D = \begin{cases} D_s, & \text{母猪} \\ D_b, & \text{公猪} \end{cases} \quad (4-7)$$

依据上述基本关系的讨论，可以进行以下副产品销售和种猪销售两部分模型的讨论：

(1) 对于副产品猪的销售利润，可以由以下关系式来表达：

$$W_1(x) = -F(x) + M(x) \times C(x) = \begin{cases} -F_S(x) + M(x) \times C(x), & \text{母猪} \\ -F_B(x) + M(x) \times C(x), & \text{公猪} \end{cases} \quad (4-8)$$

(2) 对于种猪销售的销售利润, 由于生产(公、母)种猪和待售种猪的条件并不一致, 所以需要分开讨论。

a) 考虑生产种猪的销售利润, 可以由以下关系式来表达:

$$\begin{aligned} W_2(x) &= -F(x) + [P(M(x) \leq 120)(M(x) \times C(x)) + P((M(x) > 120)C_E)] \\ &= \begin{cases} -F_S(x) + [P(M(x) \leq 120)(M(x) \times C(x)) + P((M(x) > 120)C_E)], & \text{母猪} \\ -F_B(x) + [P(M(x) \leq 120)(M(x) \times C(x)) + P((M(x) > 120)C_E)], & \text{公猪} \end{cases} \end{aligned} \quad (4-9)$$

其中 $P(M(x) \leq 120)$ 表示体重小于或等于 120kg 的概率, $P(M(x) > 120)$ 表示体重大于 120kg 的概率, C_E 表示超重猪销售价格。

b) 考虑待售种猪的销售利润, 可以由以下关系式来表达:

$$W_3(x) = -F(x) + D = \begin{cases} -F_S(x) + D_S, & \text{母猪} \\ -F_B(x) + D_B, & \text{公猪} \end{cases} \quad (4-10)$$

4.1.3 生产种猪更新计划模型

(1) 针对生产种猪更新模型, 根据附件 6 猪只存栏信息, 找到满足题目更新替换条件的生产公猪和生产母猪数量和品种。

a) 对于生产公猪, 由于总数较少, 只有 30 头, 同时题目要求不少于 28 头, 且年更新率为 100%, 所以可以采取定品种定数量的一对一更新模式, 即为每一头未来将被更新的生产公猪找到对应的、日龄间隔合适的年轻生产公猪。

b) 对于生产母猪, 数目较多, 主要的思路是日龄较大的生产母猪, 安排在前几个月更新, 而较小的逐步延后, 以此将更新任务划分到每个月。即日龄越大, 被更新的概率越大。

所以在找到的符合题目更新条件的生产母猪中, 对日龄进行直方图统计, 某一日龄频数的计算方法是小于该日龄的所有猪只数目之和。所以在最大日龄处, 对应的频数最大; 在最小日龄处, 对应的频数为零。随后将所有频数除以最大频数进行归一化, 再对该直方图进行拟合, 反映出被更新概率和日龄的关系。

然后是确定具体更换的猪只, 思路可由以下示意图表示:

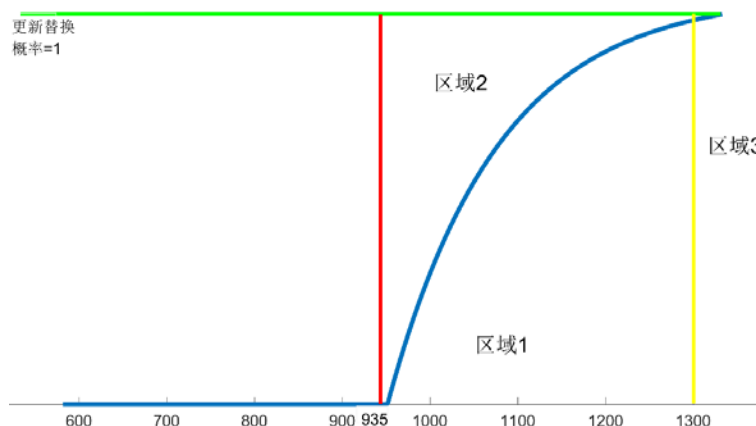


图 4-4 生产种猪更新模型示意图 1

在图 4-4 中，绿线代表与纵轴更新概率=1 平行的直线，红线垂直于讨论的日龄点对应的横坐标，黄线垂直于该日龄加 365 天后的日龄的横坐标。蓝色曲线即为拟合的被更新概率和日龄的关系曲线。区域 1 为红线、黄线、蓝线和横轴围成的区域，区域 2 为红线、蓝线、黄线和绿线围成的区域，区域 3 是黄线、蓝线、绿线和横轴围成的区域。以图中红线对应的日龄 935 为例，则黄线对应的日龄为 1300，从横坐标 936 开始，随机产生一个纵坐标小于 1 的点，其意义是若其落在区域 1 中，则对应横坐标就是该猪只被替换的日龄，减去 935 即为被替换的具体日期，同时不再对之后的横坐标在产生随机点；若其落在区域 2 中，则说明在目前这个横坐标（也即日期）时，该猪只不会被换掉，则横坐标加 1，继续产生新的随机点进行判断；若其落在区域 3，则代表时间已过去一年多，不在我们的讨论范围之内，不再进行上述迭代判断。

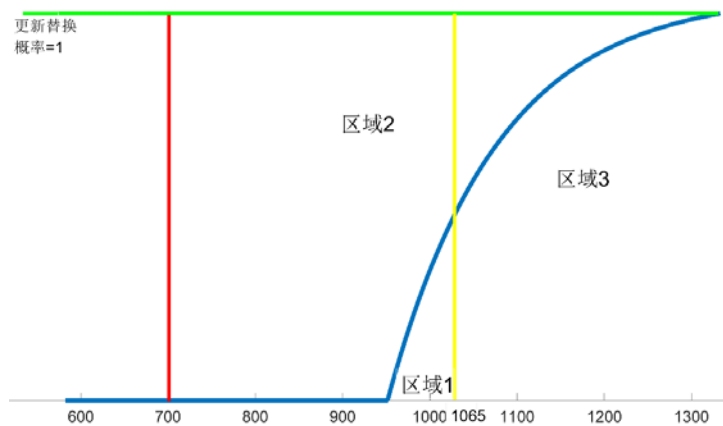


图 4-5 生产种猪更新模型示意图 2

对比图 4-5 与图 4-4，可以很直观地发现，当讨论的猪只日龄较小时，区域 1 更小，区域 2 更大，即确实反映了我们所希望的日龄较小的猪只，被替换的概率更小的规律。

通过以上讨论的过程，结合题目条件，可以比较接近的以 65% 的概率从所有未来一年可能被更新的生产种猪中选出被替换的具体对象，并明确的得到了它们对应的替换日期，即日生产种猪更新计划。随后将日计划以 7 天一组进行组合，则可得到周更新计划。

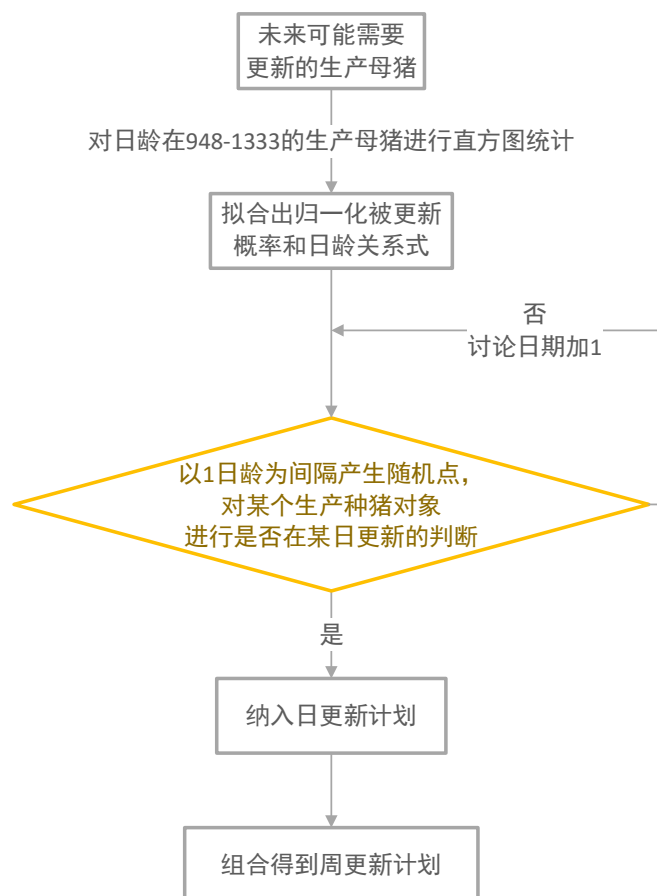


图 4-6 生产种猪周更新计划模型思路

4.1.4 月配种计划模型

根据上述分析，可以讨论建立猪场月份连续生产模型。在建立这个模型的过程中，主要的目标是达到销售目标，并在猪舍空间和运输条件的约束下，得到每月的配种猪只数量、品种等配种计划。

针对月配种计划模型，出发点是附件 7 月销售计划以及附件 6 猪只存栏，得到总共可销售的种猪和副产品数量。考虑到题目对于猪场总体规模不低于 9000 头，生产母猪不低于 1100 头，生产公猪不低于 28 头的条件，以及猪舍容量空间的限制，实际上是要要求整个猪场的规模基本呈现一种动态平衡，即新生出的仔猪数量，不仅要补齐种猪和副产品外售后的规模空缺，也可能需要及时外售一部分，以保证整体数量没有过大增长。

从保持总体猪只数量平衡的角度出发，可以得到每月应出生的最小仔猪数，其数量大于或等于每月销售的猪只总量。然后，根据题目给出的生产母猪的生育能力，包括从配种开始到完成分娩的生育周期长度、猪生长过程中各阶段的死亡率、不同品系生产种猪一窝生育的仔猪数等，反推得到每月各品种需要配种的最小种猪数。

具体模型示意图如下：

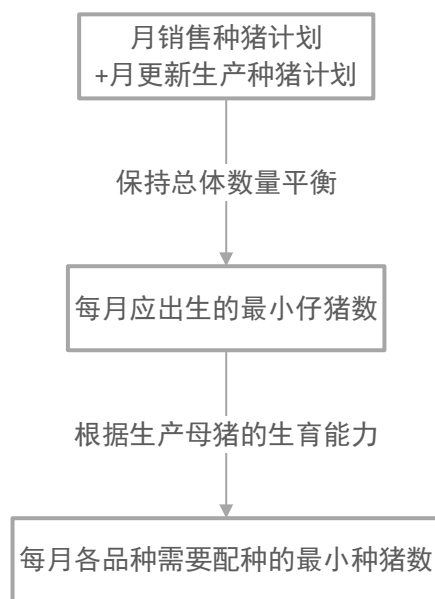


图 4-7 月配种计划模型思路

4.1.5 月销售计划模型

根据上述分析，已经得到了月配种计划模型和生产种猪更新计划模型，实际还需要得到月销售任务计划，才能结合销售利润模型，划分出每日连续生产销售模型。

下面首先考虑月销售计划模型。在总体数量平衡的考虑下，月销售计划应当包括两部分来源：

- (1) 来自附件 6 提供的目前存栏待售种猪和所有副产品，概括为月平均销售老猪；
- (2) 来自月配种计划得到的需要销售的新生哺乳仔猪，概括为月平均销售新猪。

针对老猪的月销售，首先对目前存栏的待售种猪和所有副产品猪进行分析，以加权平均的方式得到这部分的平均日龄，进而得到最大等效卖出时的日龄。

为保证总体数量平衡，实际上最大等效卖出时的日龄就是售出这部分猪只需要的时间。由此，可以得到平均每日需要卖出的数量，乘以 30 天，即为月平均销售老猪的数量。

又由于附件 7 给出了各月种猪销售品种、数量定值，所以在月平均老猪销售量中减去这部分种猪数量，对应的就是副产品猪的数量。

针对新猪的月销售，销售对象及其品种比例主要来自月配种模型得到的哺乳仔猪，而数量由月平均销售总量减去月平均老猪销售量来得到。

结合上述两部分，就可以得到包含销售数量和品种的各个月销售计划。

4.1.6 周销售计划模型

从月销售计划到周销售计划，需要结合销售利润模型来使效益最大化。

4.1.6.1 周种猪销售计划模型

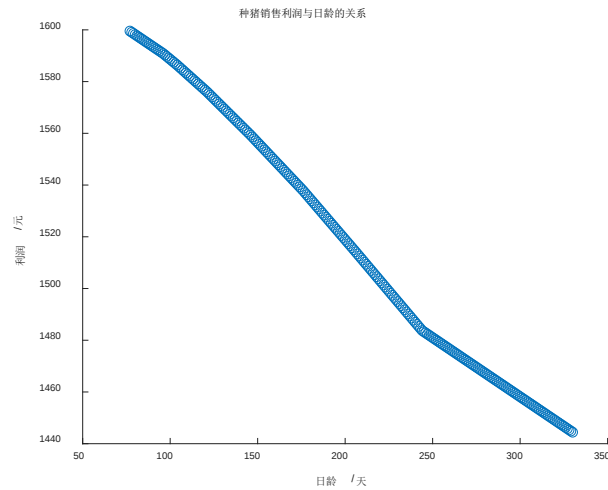


图 4-8 种猪的销售利润与日龄关系曲线图

图示为种猪的销售利润与日龄关系曲线图，可以看到，日龄越大的种猪，销售利润月底，基本呈现一个直线下降的趋势，所以在完成附件要求的种猪销售计划时，应当今早先销售日龄较大的种猪，再销售日龄较小的种猪。

4.1.6.2 周副产品猪销售计划模型

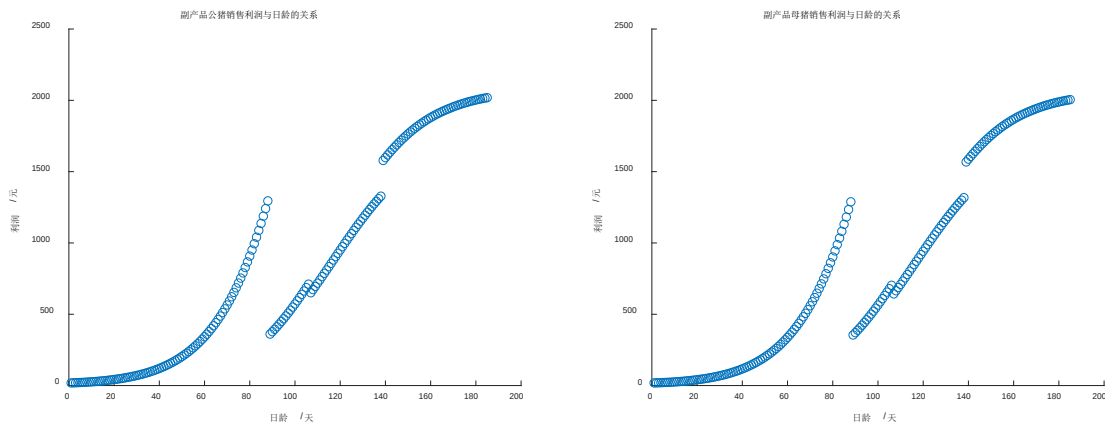


图 4-9 副产品公猪和副产品母猪的销售利润与日龄关系曲线图

图示分别为副产品公猪和副产品母猪的销售利润与日龄关系曲线图，可以看到，两条曲线基本走势相似，因为同日龄副产品公猪和母猪的利润仅在于饲料成本的不同。同时曲线存在跳跃间断点，对应的是重量为 25kg、50kg 和 100kg 时副产品单价的不连续跳变。另外，每一段曲线可对应为一类副产品，也即处于某一段日龄的副产品猪只。根据以上对销售利润曲线的分析，分别对四类副产品猪的销售进行讨论。

(1) 针对第一类副产品，销售的对象主要是日龄较小的、新出生的哺乳仔猪。主要考虑以下两个方面的限制条件：

a) 题目中关于 20~25kg 副产品不销售的条件。根据曲线，24kg 对应第一类副产品的最大利润点，但由于题目的限制，所以最佳销售点是 20kg。又根据日龄和体重的关系式，可以得到对应的日龄为 56 天，即 8 周。那么对于刚出生的新出生哺乳仔猪，则选择到日龄约为 56 天是再进行销售。

b) 猪舍空间的限制。依据上一个条件的讨论，大量新出生哺乳仔猪需要留存到 56

天时再销售，经过计算，这会导致从产房向保育舍转移猪只时，出现保育舍空间不足的情况，所以需要在哺乳仔猪成为保育猪时进行部分销售，即在 21 日龄左右进行销售。

综合两条限制条件的讨论，可以安排出第一类副产品的周销售计划。

(2) 针对第二类、第三类副产品，进一步分析关系曲线，从利润最大化的角度，可以发现，尽量在该段重量上限对应的日龄是销售利润最大，而且当把副产品作为第二类和第三类销售时，利润都低于提早作为第一类销售和留待作为第四类销售的情况，所以要控制销售时机，对于第二类和第三类副产品不安排销售计划。

(3) 针对第四类副产品，销售的对象是月销售计划中讨论过的日龄较大的副产品猪，可以根据月销售计划，平均到每日，再按日以 7 天为一组进行组合，即得到第四类副产品的销售计划。

4.2 模型求解

4.2.1 周生产猪更新计划

根据生产种猪更新计划模型，首先确定未来需要更新的种猪，即日龄范围在一年零 31 个月（582 日龄）到 1333 日龄的生产种猪。

按照模型的思路，首先针对生产公猪，以一年零 43 周（666 日龄）为更新界限，只要该月出现了达到此日龄界限的生产公猪，即从日龄最大的猪只开始，逐步对其进行更新，更新计划如下表所示：

表格 4-1 各月生产公猪更新计划

序号	ID	品系	起始日龄	更换日龄	更换日期		序号	ID	品系	起始日龄	更换日龄	更换日期	
1	331	A	331	666	第48周	第6天	16	2693	A	518	666	第22周	第1天
2	345	C	526	666	第20周	第7天	17	3065	A	530	666	第20周	第3天
3	471	A	498	666	第24周	第7天	18	3204	A	457	666	第30周	第6天
4	619	D	532	666	第20周	第1天	19	3746	A	560	666	第16周	第1天
5	1126	C	327	666	第49周	第3天	20	3972	A	514	666	第22周	第5天
6	1223	A	328	666	第49周	第2天	21	4013	C	453	666	第31周	第3天
7	1279	B	556	666	第16周	第5天	22	4022	A	402	666	第38周	第5天
8	1391	B	321	666	第50周	第2天	23	4325	C	367	666	第43周	第5天
9	1392	A	347	666	第46周	第4天	24	4460	A	524	666	第21周	第2天
10	1812	D	511	666	第23周	第1天	25	4783	A	350	666	第46周	第1天
11	1896	B	497	666	第25周	第1天	26	4888	C	391	666	第40周	第2天
12	2089	D	415	666	第36周	第6天	27	5578	A	338	666	第47周	第6天
13	2240	A	488	666	第26周	第3天	28	5998	C	408	666	第37周	第6天
14	2257	C	535	666	第19周	第5天	29	6024	A	303	666	第52周	第6天
15	2626	A	416	666	第36周	第5天	30	6125	C	361	666	第44周	第4天

针对生产母猪，按照模型中的迭代产生随机点判断的思路，求解得到了以下更新计划，如下表所示：

4.2.2 月配种计划

根据月配种计划模型，月配种母猪数取决于月销售种猪计划和月生产种猪更新计划。所以对于月配种计划的求解，从两方面进行。

(1) 月销售种猪计划部分。以一月份为例，查询得到该月种猪销售计划为

表格 4-2 一月种猪销售计划

品种 \ 销售头数	1月
A 系公猪	0
C 系公猪	28
E 系公猪	53
B 系母猪	0
D 系母猪	0
F 系母猪	150
合计	231

由此在保持总体数量稳定的条件下，配种母猪数和月销售种猪数之间的关系可表达为：

$$I_s = N_3 \div \alpha \div \beta \div \gamma \div (L \times p) \\ = N_3 \times 1.06 \div (L \times p) \quad (4-11)$$

其中， I_s 为配种母猪数， N_3 为月待售种猪量， α 为育肥猪存活率， β 为保育猪存活率， γ 为哺乳仔猪存活率。

$L = L_A \setminus L_B \setminus L_C \setminus L_D \setminus L_E \setminus L_F$ 分别为 A\B\C\D\E\F 各品种的每窝产量，由题意，E 品种和 F 品种的每窝母猪产量分别平均为 11.25 头和 9.25 头。而结合附件 1，A\B\C\D 四个品种的每窝母猪产量平均为 4.9 头。这是因为题目指出配种怀孕+分娩哺乳+断奶=20.6 周，假设断奶 7 天后再次配种成功率为 100%，那么第 20 周没有配种成功的生产母猪，可以在第 21 周配种成功，是的第 21 周配种成功率等效达到 100%，所以相当于每 20 周一产。又生产母猪总数为 1120，则 20 周产一窝的情况下，一周共有 56 窝仔猪出生。结合附件 1 给出的母猪年产仔数 24，且一年平均产 2.45 窝，则一窝平均仔猪数为 9.8，那么母仔猪则为 4.9 头。

$p = p_A \setminus p_B \setminus p_C \setminus p_D$ 分别为 A\B\C\D 各品种的选种率，结合附件数据进行统计分析，结果可由下表表示：

表格 4-3 选种率

选种率	A	B	C	D	E	F
公	0.51	0.46	0.22	0.53	0.40	0.00
母	0.63	0.77	0.34	0.72	0.00	0.65

综合以上结果，可以计算得到月销售种猪部分决定的各配种方式数量，如下表所示：

表格 4-4 月销售种猪部分决定的各配种方式数量

月份 \ 配种方式	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
AA	0.0	8.0	0.0	32.0	0.0	9.4	14.6	14.1	0.0	14.1	0.0	0.0
BB	0.0	0.0	31.1	0.0	0.0	31.1	0.0	0.0	31.1	0.0	0.0	0.0
CC	30.1	0.0	21.5	0.0	21.5	0.0	0.0	16.1	0.0	0.0	0.0	0.0
DD	0.0	39.7	0.0	0.0	33.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
AB	16.7	26.9	25.9	24.3	25.3	24.0	24.0	15.8	17.4	31.9	10.7	22.7
CD	23.5	40.7	51.6	54.7	23.5	15.6	39.1	39.1	11.7	8.9	15.6	15.6

(2) 月生产种猪更新部分。与月销售种猪部分的思路类似，结合月生产种猪计划，可以计算得到月生产种猪更新部分决定的各配种方式数量，如下表所示：

表格 4-5 月生产种猪更新部分决定的各配种方式数量

月份 配种方式	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
AA	1.5	8.4	0.8	32.4	1.9	10.5	15.7	15.6	3.1	17.2	3.4	4.6
BB	27.2	41.6	84.8	56.0	28.7	49.2	42.2	43.1	50.5	16.4	24.0	27.1
CC	30.1	0.0	21.5	0.0	22.2	0.0	0.0	16.9	0.7	0.7	0.7	0.7
DD	18.4	66.8	26.9	25.0	60.6	25.0	25.7	17.8	21.0	35.2	14.7	28.0

综上，可以将月销售种猪部分和月生产种猪更新部分决定的各配种方式数量求和，得到月配种计划，如下表：

表格 4-6 月配种计划

月份 配种方式	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
AA	2.0	9.0	1.0	33.0	2.0	11.0	16.0	16.0	4.0	18.0	4.0	5.0
BB	4.0	1.0	34.0	2.0	6.0	34.0	4.0	5.0	38.0	8.0	9.0	12.0
CC	31.0	0.0	22.0	0.0	23.0	0.0	0.0	17.0	1.0	1.0	1.0	1.0
DD	2.0	40.0	1.0	1.0	36.0	1.0	2.0	2.0	4.0	4.0	4.0	6.0
AB	17.0	27.0	26.0	25.0	26.0	25.0	25.0	16.0	18.0	32.0	11.0	23.0
CD	24.0	41.0	52.0	55.0	24.0	16.0	40.0	40.0	12.0	9.0	16.0	16.0

4.2.3 周配种计划

首先将上述月配种计划按每月实际天数平均到每一天，可得到日配种计划。从日配种计划组合成周配种计划的过程中，需要考虑每个月包含的周数并不是整数，所以我们采取将日配种计划完全记录下来，每七天为一组进行组合，即得到了周配种计划，并记录在了附件 8 中。部分计划可由下图展示：

表格 4-7 部分周配种计划

周数	配种类型 1	头数 1	配种类型 2	头数 2	配种类型 3	头数 3	配种类型 4	头数 4	配种类型 5	头数 5	配种类型 6	头数 6
第1周	AA	1	BB	1	CC	7	DD	1	AB	4	CD	6
第2周	AA	1	BB	1	CC	7	DD	1	AB	4	CD	6
第3周	AA	0	BB	1	CC	7	DD	0	AB	4	CD	6
第4周	AA	0	BB	1	CC	7	DD	0	AB	4	CD	6
第5周	AA	1	BB	1	CC	3	DD	4	AB	4	CD	4
第6周	AA	2	BB	0	CC	0	DD	9	AB	7	CD	11
第7周	AA	2	BB	0	CC	0	DD	9	AB	7	CD	11
第8周	AA	2	BB	0	CC	0	DD	9	AB	7	CD	11

4.2.4 副产品销售计划

按照副产品销售计划模型的思路，分别对四类副产品进行了求解，得到了周副产品销售计划，记录在了附件 9 中。部分计划可由下图展示：

表格 4-8 部分周副产品销售计划

周数	副产品一 (kg)	副产品二 (kg)	副产品三 (kg)	副产品四 (kg)
第1周	0	0	0	15722.90323
第2周	0	0	0	15722.90323
第3周	0	0	0	15722.90323
第4周	0	0	0	15722.90323
第5周	0	0	0	12741.24424
第6周	0	0	0	10505
第7周	0	0	0	10505
第8周	639.3333333	0	0	10505

4.2.5 周饲料消耗量

基于上述副产品销售计划的讨论，以及存栏量总体平衡的考虑，周饲料消耗量实际上可由两部分组成：总体猪量平衡决定的基础饲料总量和新出生的将作为第一类副产品卖出的哺乳仔猪带来的浮动饲料总量。

(1) 对于基础饲料总量，可以通过附件 6 猪只存栏情况，结合销售利润模型中讨论的日龄-饲料消耗关系式计算得到；

(2) 对于浮动饲料总量，通过结合副产品销售计划中第一类副产品的销售情况，分在第 21 日龄时销售和在第 56 日龄时销售两种情况，分别计算并求和得到。

最终将上述两部分求和，并记录在附件 10 中。部分结果可由下表所示：

表格 4-9 部分周饲料消耗量

周数	饲料1-Sow	饲料2-Sow	饲料3	饲料4	饲料5	饲料6	饲料7	饲料8	饲料2-Boar
第1周	84050.5567	140.346453	18211	34516	56025	68970	75380	55726	70985.81389
第2周	84510.1735	280.692907	18211	34516	56025	68970	75380	55726	71228.22778
第3周	84969.7902	421.03936	18221	34516	56025	68970	75380	55726	71470.64167
第4周	85429.4069	561.385813	18288	34516	56025	68970	75380	55726	71474.6375
第5周	85889.0237	701.732267	18535	35010	56025	68970	75380	55726	71502.60833
第6周	87581.3143	1218.48235	18917	35774	56025	68970	75380	55726	71530.57917
第7周	90198.1103	2017.53515	19299	36539	56826	68970	75380	55726	71689.82917
第8周	92814.9063	2816.58795	19682	37303	58227	68970	75380	55726	71849.07917

5 结论

通过建立猪只生长模型拟合得到的日龄与平均重量关系曲线类似于 *Logistic* 生长曲线，重量方差随着日龄增长递增并逐渐平稳。

通过建立生产种猪更新计划模型，得到了相应生产公猪和母猪的更换日期，进而得到了周更新计划，记录在附件 8。

通过建立月配种计划模型，再推出周配种计划模型，最终得到了每周的配种计划，记录在附件 8。

通过建立副产品销售模型，分别对不同类型副产品结合销售利润模型进行讨论，得到了各类副产品的周销售计划，记录在附件 9。

通过结合副产品销售模型和存栏数总体稳定，求得每周各类饲料的消耗量，记录在附件 10。

按照预计，整年的利润约为 2077.86 万。

6 模型优缺点

6.1 模型优点

(1) 对猪的生长过程和生产猪的更换过程做了较全面的分析，得到了比较符合实际的数据。

(2) 整个模型充分考虑了存栏量平衡调节下的各个限制条件，得到了利润的较高方案。

6.2 模型缺点

(1) 模型在使用猪的生长曲线时只使用了均值部分，缺少概率分布。

(2) 猪舍的空闲较多，未充分利用空间。

(3) 将所有限制条件分开考虑，缺少了各限制条件之间的相互限制关系。

参考文献

- [1] 吴孟达,李银飞.生猪养殖场的经营管理策略研究[J].数学建模及其应用,2014(4).
- [2] 刘有新,丛松,孔孟,郭前程.基于数学建模的生猪养殖场经营管理分析[J].芜湖职业技术学院基础部,2015(17).
- [3] 冉玮,谭兵,李珊珊,陈俊桦,崔祥祥,先华翔.生猪养殖场的经营策略优化模型[J].西南石油大学理学院,2016(46).
- [4] 栾培贤,王洪斌,肖建华,陈欣,徐强.基于 C/S 结构商品猪场生产管理系统的构建[J].东北农业大学动物医学学院,2011,42(11):103-107.
- [5] 杨公社,王金良.中国地方猪种体重生长的模型研究[J].养猪,1991(04):28-30.

附 录

(1) 第 j 月日龄 x 的副产品价格

```
1. function y=C(x,j)%第 j 月日龄 x 的副产品价格
2. load fuchanpinshoujia
3. if(M(x)>=0&&M(x)<25)
4.     y=fuchanpinshoujia(1,j);
5. elseif(M(x)>=25&&M(x)<50)
6.     y=fuchanpinshoujia(2,j);
7. elseif(M(x)>=50&&M(x)<100)
8.     y=fuchanpinshoujia(3,j);
9. else
10.    y=fuchanpinshoujia(4,j);
11. end
12. end
```

(2) 公猪饲料和日龄的关系

```
1. function y=FB(x)%%公猪饲料和日龄的关系
2. if(x>=1&& x<21)
3.     y=9.19*x;
4. elseif(x>=21&& x<29)
5.     y=11.62*x-48.6;
6. elseif(x>=29&& x<46)
7.     y=12.78*x-81.08;
8. elseif(x>=46&& x<71)
9.     y=14.32*x-150.38;
10. elseif(x>=71&& x<101)
11.     y=15.38*x-224.58;
12. elseif(x>=101&& x<131)
13.     y=17.15*x-401.58;
14. elseif(x>=131&& x<169)
15.     y=17.44*x-439.28;
16. elseif(x>=169)
17.     y=9.19*x+946.72;
18. end
19. end
```

(3) 母猪饲料和日龄的关系

```
1. function y=FS(x)%%母猪饲料和日龄的关系
2. if(x>=1&& x<21)
3.     y=10.97*x;
4. elseif(x>=21&& x<29)
5.     y=13.4*x-48.6;
6. elseif(x>=29&& x<46)
7.     y=14.56*x-81.08;
8. elseif(x>=46&& x<71)
9.     y=16.1*x-150.38;
10. elseif(x>=71&& x<101)
11.     y=17.16*x-224.58;
12. elseif(x>=101&& x<131)
13.     y=18.93*x-401.58;
14. elseif(x>=131&& x<169)
15.     y=19.22*x-439.28;
16. elseif(x>=169)
17.     y=10.97*x+946.72;
18. end
19. end
```

(4) 日龄和体重的关系曲线

```
1. function y=M(x)
2. y=1/(0.0075+3*0.95.^x);
3. end
```

(5) 种猪销售利润

```
1. function y=w3(x,i)%输入 i 表示公母, 1 为公 2 为母
2. Db=1250;
3. Ds=1600;
4. if (i==1)
5.     y=-FB(x)+Db;
```

```

6. else
7.     y=-FS(x)+Ds;
8. end

```

(6) 副产品销售利润

```

1. function y=W12(x,i,j)%输入 i 表示公母, 1 为公 2 为母,j 为月
2. if (i==1)
3.     y=-FB(x)+M(x)*C(x,j);
4. else
5.     y=-FS(x)+M(x)*C(x,j);

```

(7) 饲料与日龄的关系

```

1. x=1:1330;
2. for i=1:length(x)
3.     y(i)=FB(x(i));
4.     y2(i)=FS(x(i));
5. end
6. figure;
7. scatter(x,y);
8. figure;
9. scatter(x,y2);

```

(8) 副产品价格与日龄、公母、月份的关系

```

1. x=1:1330;
2. for i=1:length(x)
3.     y(i)=C(x(i),1);%1 月
4.     y2(i)=C(x(i),1);
5. end
6. figure;
7. scatter(x,y);
8. figure;
9. scatter(x,y2);

```