

猪场连续生产销售计划

摘要:

养猪场是畜牧业的一个重要组成部分, 如何对养猪场的猪只制定严格的连续生产、销售计划以实现利润最大化, 具有十分重大的现实意义。本文主要解决了如何配种、更新、销售以获得最大收益的问题。将猪的 3 类生长周期逐周进行递归处理, 得到各自的递归时间序列, 通过时间序列对非线性规划问题逐周地进行求解, 最终建立了非线性递归规划模型, 得到每周的最优化生产销售计划。

本文主要解决了如何配种、更新、销售以获得最大收益的问题。将猪的 3 类生长周期逐周进行递归处理, 得到各自的递归时间序列, 通过时间序列对非线性规划问题逐周地进行求解, 最终建立了非线性递归规划模型, 得到每周的最优化生产销售计划。

针对问题一, 建立了目标为收益最大的优化模型, 并以递归算法进行求解。本文根据猪性别与日龄的不同将所有猪的生长周期概括为 3 类: 成熟期、怀孕分娩周期、生产公猪周期, 通过递归处理获得 3 类生长周期各自关于猪存栏数的时间序列 $x(t), y(t), z(t)$, 从而将问题的求解简化为单一时刻的最优化问题, 建立了基于递归算法的非线性规划模型。针对配种计划, 首先求出需要配种的生产母猪的总量。计算出需要配种的生产母猪在 2019 年完成首次配种所需时间及首次配种时每周配种数量。在完成首次配种后, 部分猪可以进行第二次配种, 再进行第三次配种, 依此制定出第二次以及第三次配种的计划。结合首次配种计划, 则为全年配种计划。针对更新计划, 由已知条件可从当前生产母猪数量与生产公猪数量推得应出生的仔猪数量, 再结合哺乳孕育期、生长期的时间制约、可得出仔猪出生时间范围。由于生产猪的替换仅能由同系猪的仔猪获得。最后生产公猪与生产母猪的更新替换问题转化为在特定时间段, 同系猪之间的配种方案选择问题。

针对问题二, 根据猪舍与猪的数量要求首先确定四种副产品的月销售计划, 之后同样采用模型一的非线性递推规划模型对每周的销售计划进行具体求解。根据模型求解结果, 最优化每周销售计划后 2019 年总收益可达 1286.1 万元。

针对问题三, 通过 matlab 编程求解递推规划模型, 得到各周的猪存栏数, 并根据题中所给的饲喂程序完成对各类饲料周消耗量的测算。

关键词: 逐周求解, 生长周期, 时间序列, 非线性递归规划

1、问题描述

本题目着重讨论了养猪场种中各类猪的生产销售计划，以数学知识为背景，并加入相关统计学模型，使养猪场实现利润的最大化。

问题一：附件 6 中给出了当前所有猪的信息，需要在这些猪中挑选生产母猪和生产公猪进行配种。考虑到各类猪舍的容量有限，在配种过程中应确定每周的生产母猪数量，使得后续产生的猪不会超出题给约束。同时，对于超过题给期限的生产猪，得根据更新替换的要求制定更新计划。

问题二：在附件中给出了副产品的价格预测，需要根据月销售计划和运输能力制定出每周的销售计划。

问题三：结合问题一中配种计划和现有的各类猪，以及附件中的饲喂程序和生长数据，计算每周饲料消耗。

2、问题分析

2.1 问题一的分析

制定每周配种计划时，所采用的生产种猪为生产公猪和生产母猪，而一头生产公猪可以与多头生产母猪配种，所以主要考虑生产母猪的情况。筛选出附件 6 中的生产母猪数量，由于涉及到生产母猪的更新，所以需要先算出实际参与配种的生产母猪的数量。根据各类产房的容量限制，得出每周配种的生产母猪数量上限。先配种的母猪可以进行二次甚至三次配种，这在后期配种时也得考虑进去。综合以上分析得出每周配种数量，并确定具体配种类型。

生产公猪和生产母猪总数已知，根据题目要求分别进行 100%，和 65% 的替换。由已知可得，要得到用于替换的生产公猪与生产母猪，只能通过同系生产猪进行配种得到。由最终需要替换生产猪的数目，结合本系猪仔猪的自留率、各阶段死亡率、公母比列等条件可得到需要出生的仔猪数目。在孕育哺乳期，成长期、产床等因素制约下得到仔猪出生的时间要求。最后生产猪更新问题转变为，在出生仔猪数目（可转换为配种次数）确定，和特定时间段下，考虑生产母猪、配种次数、产房利用的方案选择问题。

2.2 问题二的分析

题目要求在 2019 年的 52 周中四种副产品每周的销售计划，规划目标为连续生产的收益最大化。因此采用先对月进行规划，再对周进行规划的逐步细化模型，对 2019 年各品系种猪月销售数量进行规划。

首先，根据现有的猪存栏数与题中所给 2019 年各品系种猪月销售计划，结合猪舍数量、猪的数量要求等限制，得到四种副产品每月的销售计划。之后，根据题中所给猪的生长数据、产能数据，利用模型一所建立的非线性递推规划模型对副产品每周的销售计划进行具体求解，得到四种副产品每周的销售计划

2.3 问题三的分析

题目要求测算每周各类饲料消耗量。饲料消耗量由饲料的标准周消耗量以及各个生长阶段猪的数量共同决定，题中已经给出各种饲料的标准日消耗量，因此，下一步工作就是求出各个生长阶段猪的数量。

根据问题一所建立的非线性递推规划模型，可以求得各个生长阶段的全部猪存栏数的数据，利用各周的猪存栏数，结合各种饲料的标准周消耗量（由标准日消耗量乘以 7 得到），即可计算得到每周各类饲料消耗量的具体数值。

3、模型假设

- 1.对于成本、收入和收益的假设：假设猪的成本=饲料花费+运输花费（仅副产品具有），收入=销售价格，猪场收益=收入-成本，其他因素对猪场收益无影响。
- 2.对于价格的假设：假设各个月份副产品售价和预测价格始终一致；假设运输价格、饲料价格无波动。
- 3.对于猪生长阶段的假设：假设猪的各个生长阶段的时长与题目中所给时长完全一致。
- 4.对于猪死亡率的假设：假设周龄大于 24 周（处于育肥期之后）的猪死亡率为 0。
- 5.对于随机因素的假设：假设无自然灾害、疾病等小概率事件的影响。
- 6.假设一头公猪可以同时供大量母猪采精使用，即限制配种数量的主要为生产母猪。

4、符号说明

X_t	每周首次进行配种的配种母猪头数
t	周数
Y_t	每周实际配种的头数
$x_n(t)$	t 时段处于成熟期第 n 周的仔猪数量
s	一胎出生的仔数
$\alpha_{n(t)}$	t 时段成熟期第 n 周仔猪的出售率
$y_0(t)$	t 时段未怀孕的母猪数量
$y_n(t) (n = 1, 2, 3 \dots 17)$	t 时段怀孕第 n 周内的母猪数量
$y_{17}(t)$	t 时段即将分娩的母猪数量
$y_n(t) (n = 18, 19, 20)$	t 时段分娩哺乳期内第 n 周内的母猪数量
$y_{21}(t)$	t 时段处于断奶后一周内可再次配种的母猪数量
n	怀孕分娩周期内的周数
$\beta_{n(t)}$	t 时段怀孕分娩周期第 n 周生产母猪的出售率
$z_n(t)$	t 时段处于成熟期第 n 周生产公猪的数量
$\gamma_n(t)$	t 时段生产公猪周期第 n 周生产公猪的出售率

5、模型建立与求解

5.1 问题一：生产猪配种和更新的模型建立及求解

5.1.1 生产猪配种和更新的模型建立

为制定猪舍配种及更新计划，本文建立了非线性递推规划模型。首先将所有的猪归入 3 个周期：成熟期、怀孕分娩周期、生产公猪周期，并以周为单位对三个周期内各个阶段猪的数量进行分析，从而得到三个周期内猪数量相对于时间 t 的递推模型。利用题中所给限制条件与优化目标对该递推模型进行非线性规划，求解得到每周猪数量的最优解，处理后得到每周配种计划和更新计划。

题目要求 2019 年内每周的配种方案，2019 年共 52 周，设 t 为周数，则 $t = 1, 2, \dots, 52$ 。

设仔猪（不论性别）出生至育肥结束为一个成熟期，周期长为 24 周，以 7 天为一个时间段，则 t 时刻处于一个成熟期内各个时间段的仔猪数量为 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{24}(t))$ ，其满足

$$x_n(t) = \begin{cases} \left[(1 - 10\%)^{\frac{1}{3}} - \alpha_{n-1(t-1)} \right] x_{n-1}(t-1), n = 2, 3, 4 \\ \left[(1 - 3\%)^{\frac{1}{7}} - \alpha_{n-1(t-1)} \right] x_{n-1}(t-1), n = 4, 5 \dots 10 \\ \left[(1 - 2\%)^{\frac{1}{14}} - \alpha_{n-1(t-1)} \right] x_{n-1}(t-1), n = 11, 12 \dots 24 \\ s \cdot y_{17}(t-1), n = 1 \end{cases}, t = 1, 2 \dots 52$$

其中， $x_n(t)$ 表示 t 时段处于成熟期第 n 周的仔猪数量； $x_n(t)$ ($n = 2, 3, 4$) 是 t 时段分娩哺乳期第 n 周内的仔猪数量； $x_n(t)$ ($n = 4, 5 \dots 10$) 表示 t 时段保育期内第 n 周内的仔猪数量； $x_n(t)$ ($n = 11, 12 \dots 24$) 是 t 时段处于育肥期第 n 周内的仔猪数量； s 为一胎出生的仔数， $\alpha_{n(t)}$ 为 t 时段成熟期第 n 周仔猪的出售率。依据题意，分娩哺乳期、保育期、育肥期的死亡率分别为 10%、3%、2%，由于母猪年产仔数为 $PSY=24$ ，年平均产 2.5 窝仔，则一胎出生的仔数 $s = 24/2.5 = 9.6$ 。

设生产母猪一次怀孕至下次怀孕为一个怀孕分娩周期，周期长为 21 周，以 7 天为一个时间段，处于一个怀孕周期内各个时间段的母猪数量为 $y(t) = (y_0(t), y_1(t), y_2(t), \dots, y_{21}(t))$ ，其相互关系满足

$$y_n(t) = \begin{cases} (1 - 0.88 \cdot 0.9) \cdot (y_{21}(t-1) + y_0(t-1)), n=0 \\ 0.88 \cdot 0.9 \cdot (y_{21}(t-1) + y_0(t-1)), n=1 \\ (1 - \beta_{n-1}(t-1))y_{n-1}(t-1), n=2, 3 \dots 21 \end{cases}, t=1, 2 \dots 52$$

$$\sum_{n=1}^{21} y_n(t) \geq 1100$$

其中， $y_0(t)$ 表示 t 时段未怀孕的母猪数量； $y_n(t)$ ($n=1, 2, 3 \dots 17$) 是 t 时段怀孕第 n 周内的母猪数量，其中， $y_{17}(t)$ 是 t 时段即将分娩的母猪数量； $y_n(t)$ ($n=18, 19, 20$) 表示 t 时段分娩哺乳期内第 n 周内的母猪数量； $y_{21}(t)$ 是 t 时段处于断奶后一周内可再次配种的母猪数量， n 为怀孕分娩周期内的周数， $\beta_{n(t)}$ 为 t 时段怀孕分娩周期第 n 周生产母猪的出售率，生产母猪分娩率、配种成功率分别为 88%、90%

设生产公猪从 25 周（育肥结束）至 52 周用满一年被更新替换为一个生产公猪周期，周期长为 28 周，以 7 天为一个时间段，处于一个生产公猪周期内各个时间段的生产公猪数量为 $z(t) = (z_1(t), z_2(t) \dots z_{28}(t))$ ，满足

$$z_n(t) = (1 - \gamma_{n-1}(t-1))z_{n-1}(t-1), n=2, 3 \dots 28$$

$$\sum_{n=1}^{28} z_n(t) \geq 28 \quad t=1, 2 \dots 52$$

其中， $z_n(t)$ 表示 t 时段处于成熟期第 n 周生产公猪的数量， $\gamma_n(t)$ 表示 t 时段生产公猪周期第 n 周生产公猪的出售率。

到此，本文建立了囊括所有猪的递推模型，时间跨度为 52 周，其包含 3 个递推周期：成熟期、怀孕分娩周期和生产公猪周期。见下图：

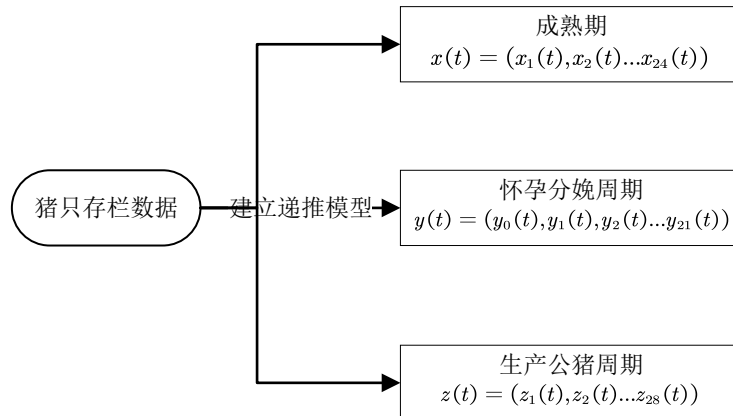


图 1 递推模型

5.1.2 生产猪配种计划的制定

设每周安排的首次进行配种（不考虑在 2019 年前配种的情况）的配种母猪头数为 X_t ，其中 t 为周， $1 \leq t \leq 52$ ，由于母猪配种后经历一个周期约 21 周后可

以再次配种，所以在 1-31 周首次配种的猪可在分别在 22-52 周进行再次配种，在 1-10 周首次配种的猪可分别在 43-52 周进行第三次配种。由此可以得到每周实际的配种母猪的头数表达式如下：

当 $1 \leq t \leq 21$ 时，为 X_t ；

当 $22 \leq t \leq 42$ 时，为 $X_t + X_{t-21}$ ；

当 $43 \leq t \leq 52$ 时，为 $X_t + X_{t-21} + X_{t-42}$ 。

设每周实际配种的头数为 Y_t ，其中 t 仍为周数， Y_t 表达式为

$Y_t = X_t, 1 \leq t \leq 21$ ；

$Y_t = X_t + X_{t-21}, 22 \leq t \leq 42$ ；

$Y_t = X_t + X_{t-21} + X_{t-42}, 43 \leq t \leq 52$ 。

在产房中，正常母猪存栏总数不得超过 $24 \times 6 = 144$ 头，而母猪需要待在产房的时间为 24 天，约为 3 周，由此可得任意连续的 3 周内母猪的数量不得超过 144，即 $Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} \leq 144, 2 \leq t \leq 51$ ，要满足这个条件，必须使得每周实际配种数目大小相接近，总实际配种数目少。按照平均算的话，每周大概配种 48 头。

虽然该猪场有 A, B, C, D, E, F 六种品系的猪，但是生产种猪只有 A, B, C, D 四种，所以该猪场中进行配种只能在 A, B, C, D 四种猪之间。为了使得生产公猪与生产母猪的数量达到动态平衡，需要及时更新生产猪。纯系配种可以产生自留替换的种猪，而这些产生的种猪中仔猪公母比例为 1:1，在现有种猪中，母猪数量远远大于公猪数量，所以当产生的用于替换的母猪数量足够时公猪数量也必定是足够的，即在纯系配种时只需考虑母猪数量即可。纯系配种产生的仔猪数量材料中并未给出，通过查阅资料和分析 F 系仔猪数量、E 系仔猪数量可假设纯系配种产生的仔猪数量为 20，其中公母各 10。

要制定每周配种计划，可以先从日龄即将达到更新替换要求的日龄的生产母猪开始计算，这部分猪应首先安排配种。由生产母猪最多可在 32 周第一次配种，且在第一次配种起的两年应该考虑更新替换，则其不用考虑更新替换的最大日龄为： $32 \times 7 + 52 \times 7 \times 2 = 952$ ，超过 952 则考虑更新替换。查看附件 6 可知日龄在 952 天以后的生产母猪数量为 51，这部分猪可以考虑更新替换，而每年生产母猪的更新替换率为 65%，则这 51 头生产母猪里有部分不用进行更新替换，依旧作为生产母猪，其数量为 $51 \times 35\% \approx 19$ 。生产母猪日龄从 953 天开始往后依次增加日龄，直到这之间生产母猪的数量达到 19 头，查看附件 6 可知日龄为 967，即日龄从 953 到 967 的生产母猪的数量刚好为 19。所以实际作为生产母猪的日龄应为 210-967，在此范围内生产母猪的数量一共为 998，即 $\sum_{t=1}^{52} X_t = 998$ 。若每周配种 48，则需大概 $998 \div 48 \approx 21$ 周，即刚好在 21 周完成所有生产母猪的首次配种，在接下来的 31 周，只进行第二次配种和第三次配种。这样能保证每周配种的母猪数量大体相当并且能达到最大量，有利于利润的对大化。因此，在接下来的 31 周没有首次配种的母猪，即 $X_t = 0$ ，其中 $22 \leq t \leq 52$ 。进一步可以得到 Y_t 表达式为如下：

$Y_t = X_t, 1 \leq t \leq 21$ ；

$Y_t = X_t + X_{t-21}, 22 \leq t \leq 42$ ；

$Y_t = X_t + X_{t-42}, 43 \leq t \leq 52$ 。

根据以上解答制定出配种计划并填入附件 8。

5.1.3 生产公猪、生产母猪的更新计划

从题目已有条件可知，该养猪场共有各类猪只共约 1 万头，其中生产母猪 1120 头，后备母猪 54 头，生产公猪 30 头，保育猪，育肥猪等其他种类均认为其不具备成为生产猪的条件，其生命周期超过育肥期其死亡率默认为 0。该养猪场显然采取人工授精方式，经查阅资料可得，若采用人工授精，一头公猪可承担 300-400 头母猪的配种任务，甚至更多。在进行自留猪选种过程中，公猪显然满足要求（如表一）。自留母猪 21 周时进行测定，自留率约 65%，在此前经过分娩哺乳期、保育期、育肥期，在此各个阶段的死亡率分别为 10%、3%、2%。需要替换生产母猪为当前生产母猪数量的 65%，共 $1120 \times 0.65 = 728$ 头。考虑经过自留率，死亡率等，最终应出生的生产母猪数量为：

$$(728 / 0.65 / 0.98 / 0.97 / 0.90) = 1310 \text{ 头}$$

仔猪公母出生比例为 1：1，因此在 19 年阶段至少出生 2620 头，同系种猪自交仔猪 2620 头。

表 1

类型	A	B	C	D
生产母猪	201	624	24	271
生产公猪	16	3	8	3

生产母猪一次生产仔猪个数约 10 只，因此一年内生产次数总数约为 262 次，配种成功率 90%，即配种生产母猪次数为： $(262 / 0.9) \approx 292$ 次，且都为自交。生产母猪从仔猪到第一次配种生命周期为 30 周，从第一次到第二次配种过程需要 21 周。8 间产房，每间产房 24 个产床（即最多可同时养 24 头猪）。每头母猪在产房里待 24 天。因产房冲洗、干燥、维修、消毒等操作约需 5 天周转，故可按 6 间产房计算容量，即产房内正常母猪存栏总数不超过 144 头。生产母猪分娩率 88%，故处于发情期可配种的生产母猪个数为 $(1120 \times 0.88) \approx 986$ 头。

配种过程中由于采用人工授精技术，故不考虑生产公猪的制约，其生产公猪的替换也在生产母猪的替换过程中得到满足。在生产母猪的替换过程中，需要考虑的仅为生产产房的制约，以及在 19 年结束前使其达到配种阶段。

配种计划需满足比列数量如表 2：

表 2

类型	A	B	C	D
比列	0.18	0.56	0.02	0.24
各类型生产母猪生产次数	53	164	6	69

其占用产房次数为 292 次，产房一次最大容量为 $6 \times 24 = 144$ 头生产母猪。因替换生产母猪从出生哺乳期成长到可以配种时期为 30 周，一年按 52 周计算。配种计划应在 22 周以前完成，生产公猪成长时期为 43 周，故其公猪替换的生产计划应在第九周前完成。公猪自留率按 65% 记，其各阶段死亡率同生产母猪相同，考虑配种成功率，公母比列，其应生产配种次数应为：

$$(30 / 0.65 / 0.90 / 0.97 / 0.98 / 0.5 / 10) \approx 11 \text{ 次。}$$

表 3

类型	A	B	C	D
比列	0.53	0.1	0.27	0.1
各个生产公猪生产次数	6	1	3	1

根据条件要求，第九周前使替换生产公猪的仔猪全部出生，由题目给定条件可知，受孕哺乳期为 116 天，约 16 周。即若是从 19 年开始受精、哺乳、出生、生长到可以取精阶段最少需要 59 周，已经超出全年 52 周的范围，生产公猪的替换只能从当前公猪仔猪中进行挑选，公猪仔猪当前基数为 380 只，可以从中得到 19 年需要替换的生产公猪的个数。

哺乳仔猪个各类型分布如表 4：

表 4

种猪类型	A	B	C	D
哺乳仔猪	101	30	4	38

A、B、D 类哺乳仔猪出生时间最短为一周，经过 42 周后 A 类仔猪可以达到替换生产公猪的要求，在 42 周时可从 101 头 A 类仔猪生长的公猪中挑选 16 满足条件要求的 A 类替换生产公猪；从 30 头 B 类仔猪生长的公猪中挑选 3 头满足条件要求的 B 类替换生产公猪；从 38 头 D 类仔猪生长的公猪中挑选 3 头满足条件要求的 D 类替换生产公猪。对于 C 类哺乳仔猪，其数量不能满足需要替换的生产公猪数量，C 出生时间最短约为 2 周，在 41 周时可从从类仔猪生长的公猪中挑选头满足条件要求的 C 类替换生产公猪，因数量不满足要求，可从所有仔猪中进行挑选，是总体数量满足要求。

接下来考虑生产母猪的替换问题。生产母猪怀孕哺乳期 16 周，生长期 30 周，全年 52 周，故 22 周前需要完成生产母猪的生产工作，第 6 周前完成配种工作。待产母猪使用猪舍时间为 24 天，约 3 周；6 周时间内可看作 2 个周期。为综合考虑猪舍生产利用率，可制定不同的配种更新计划。每间猪舍最多同时容纳 24 头猪。 $(292/24) \approx 12$ 次，猪舍使用次数为 12 次，配种过程中可最大限度的保留原有生产母猪比列。

按照不同周次制定生产主更新的配种方案：

表 5

产房号	1 号产房	2 号产房	3 号产房	4 号产房	5 号产房	6 号产房
第一周	A×A×24	A×A×5 B×B×19	B×B×24	B×B×24	B×B×24	B×B×24
第二周	B×B×24	B×B×24	B×B×24	C×C×6 D×D×18	D×D×24	D×D×24

表 6

产房号	1 号产房	2 号产房	3 号产房	4 号产房	5 号产房	6 号产房
第一周	$A \times A \times 24$	$A \times A \times 5$ $B \times B \times 19$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$
第三周	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$C \times C \times 6$ $D \times D \times 18$	$D \times D \times 24$	$D \times D \times 24$

表 7

产房号	1 号产房	2 号产房	3 号产房	4 号产房	5 号产房	6 号产房
第一周	$A \times A \times 24$	$A \times A \times 5$ $B \times B \times 19$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$
第四周	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$C \times C \times 6$ $D \times D \times 18$	$D \times D \times 24$	$D \times D \times 24$

表 8

产房号	1 号产房	2 号产房	3 号产房	4 号产房	5 号产房	6 号产房
第二周	$A \times A \times 24$	$A \times A \times 5$ $B \times B \times 19$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$
第三周	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$C \times C \times 6$ $D \times D \times 18$	$D \times D \times 24$	$D \times D \times 24$

表 9

产房号	1 号产房	2 号产房	3 号产房	4 号产房	5 号产房	6 号产房
第二周	$A \times A \times 24$	$A \times A \times 5$ $B \times B \times 19$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$
第四周	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$C \times C \times 6$ $D \times D \times 18$	$D \times D \times 24$	$D \times D \times 24$

表 10

产房号	1 号产房	2 号产房	3 号产房	4 号产房	5 号产房	6 号产房
第三周	$A \times A \times 24$	$A \times A \times 5$ $B \times B \times 19$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$
第四周	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$B \times B \times 24$	$C \times C \times 6$ $D \times D \times 18$	$D \times D \times 24$	$D \times D \times 24$

5.2 问题二：四种副产品的销售计划模型建立与求解

5.2.1 四种副产品的销售计划模型建立

题目要求在 2019 年的 52 周中四种副产品每周的销售计划，规划目标为连续生产的收益最大化。本文采用先对月进行规划，再对周进行规划，逐步细化模型，对 2019 年各品系种猪月销售数量进行规划。

5.2.2 四种副产品的销售计划模型建立

首先，根据现有的猪存栏数与题中所给 2019 年各品系种猪月销售计划，结合猪舍数量、猪的数量要求等限制，得到四种副产品每月的销售计划如下表所示：

表 11 2019 年四种副产品每月的销售计划

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
猪存栏数（只）	9700	10395	10343	10232	10147	9860	9736	9090	9068	9056	9383	9894
分娩期的母猪（只）	1532	1022	1075	1179	1121	1505	1113	1055	1197	1092	1472	1178
出生仔猪数（只）	1213	809	851	934	888	1192	881	836	948	865	1166	933
种猪月销售计划（只）	231	482	532	495	350	296	357	345	230	188	134	172
副产品月销售计划（只）	287	380	430	524	825	1020	1170	513	730	350	520	720

根据题中所给猪的生长数据、产能数据，利用模型一所建立的非线性递推规划模型对副产品每周的销售计划进行具体求解，得到四种副产品每周的销售计划如下：

表 12 四种副产品每周的销售计划

周数	副产品一 (kg)	副产品二 (kg)	副产品三 (kg)	副产品四 (kg)	总售价 (万元)
第1周	55.0	412.5	1500.0	2520.0	34.8
第2周	77.0	450.0	1725.0	7770.0	
第3周	33.0	375.0	4725.3	315.0	
第4周	110.0	75.0	1050.0	630.9	
第5周	517.0	1162.5	1500.0	630.0	40.4
第6周	198.0	1500.0	150.0	210.0	
第7周	176.0	1387.5	2400.0	3465.1	
第8周	22.0	562.5	150.0	8085.0	
第9周	132.0	1012.5	2850.0	5775.0	50.6
第10周	473.0	450.0	150.0	525.7	
第11周	561.0	112.5	3900.0	1575.0	
第12周	319.0	262.5	975.0	6930.0	
第13周	684.8	1390.2	4102.0	7021.9	58.9
第14周	8.7	435.9	251.5	2577.1	
第15周	190.0	1699.4	3050.3	152.6	
第16周	488.0	2287.1	2849.5	1547.3	
第17周	131.6	5143.2	5594.2	795.5	91.4
第18周	456.2	2788.6	5400.1	4484.9	
第19周	627.3	739.3	3492.0	3368.1	
第20周	733.4	1061.8	4471.5	5582.9	
第21周	1646.7	77.0	9783.5	5259.4	115.0
第22周	301.9	2197.9	2214.8	4730.9	
第23周	52.6	2275.4	5287.3	304.9	
第24周	1193.1	4877.9	3144.4	11311.9	
第25周	45.4	8227.3	243.2	5956.5	106.9
第26周	2994.3	1413.0	194.7	1927.9	
第27周	1772.9	2812.3	1293.2	1667.1	
第28周	1100.0	1166.4	4224.7	10374.2	
第29周	300.9	1005.0	2430.7	1690.0	53.0
第30周	732.5	892.7	539.1	1021.7	
第31周	302.0	807.7	1367.6	2305.0	
第32周	138.1	2533.0	3543.0	9082.1	
第33周	1213.4	3544.4	9100.4	9034.4	77.2
第34周	301.0	109.1	3655.7	1819.3	
第35周	412.1	653.3	1022.8	4830.5	
第36周	335.4	1445.0	921.6	2688.9	
第37周	1045.3	4637.9	5439.0	2001.7	55.5
第38周	126.9	3215.2	4980.3	788.7	
第39周	536.0	62.9	2745.4	1098.9	
第40周	789.0	339.7	3897.0	1922.0	
第41周	70.3	168.4	1036.9	214.0	35.2
第42周	733.8	30.3	5046.2	2991.3	
第43周	308.6	591.3	161.5	1337.8	
第44周	231.4	695.9	35.8	6424.1	
第45周	807.5	1109.7	4012.7	2261.5	51.5
第46周	220.3	275.8	272.1	436.2	
第47周	428.6	509.3	2203.4	3605.0	
第48周	571.4	190.8	4247.0	8073.2	
第49周	1137.3	1508.5	319.3	3823.7	63.1
第50周	642.5	776.4	431.5	2003.5	
第51周	102.5	2476.6	1792.3	4295.1	
第52周	1264.4	2710.5	1948.5	8230.5	
总和	27851.1	76644.7	137822.4	187474.1	833.5

从 2019.01.01 起 52 周中副产品每周的销售重量如下图：

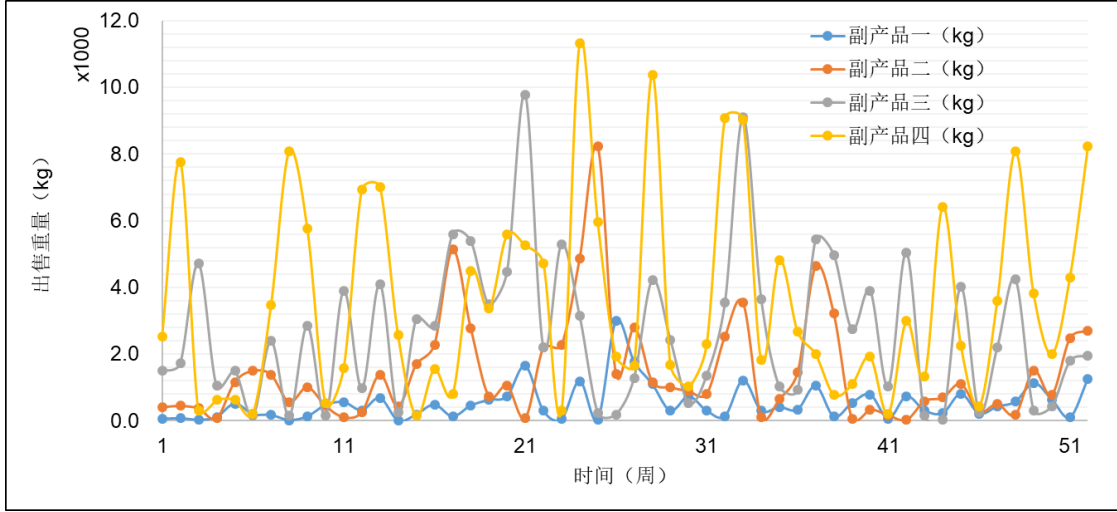


图 2 副产品每周销售重量

5.3 问题三：每周各类饲料消耗量模型的建立与消耗量测算

5.3.1 每周各类饲料消耗量模型的建立

利用模型一（递推规划模型）对仔猪的成熟期逐周进行求解，得到 2019 年（共计 52 周）内成熟期各阶段（共计 24 周）仔猪的最优规划数量。以时间 t ($1 \leq t \leq 52$) 为横坐标，做出成熟期各阶段猪存栏数的时间序列图，见下图：

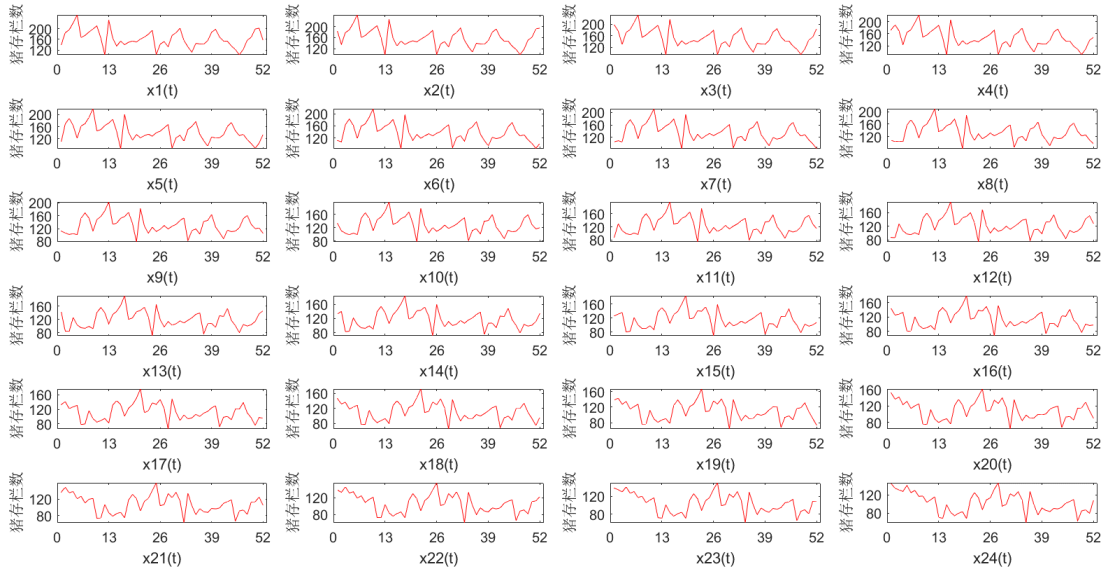


图 3

利用递推规划模型对母猪的怀孕分娩周期逐周进行求解，得到 2019 年（共计 52 周）内怀孕分娩周期各阶段（共计 21 周）母猪的数量。以时间 t ($1 \leq t \leq 52$) 为横坐标，做出怀孕分娩周期各阶段猪存栏数的时间序列图，见下图：

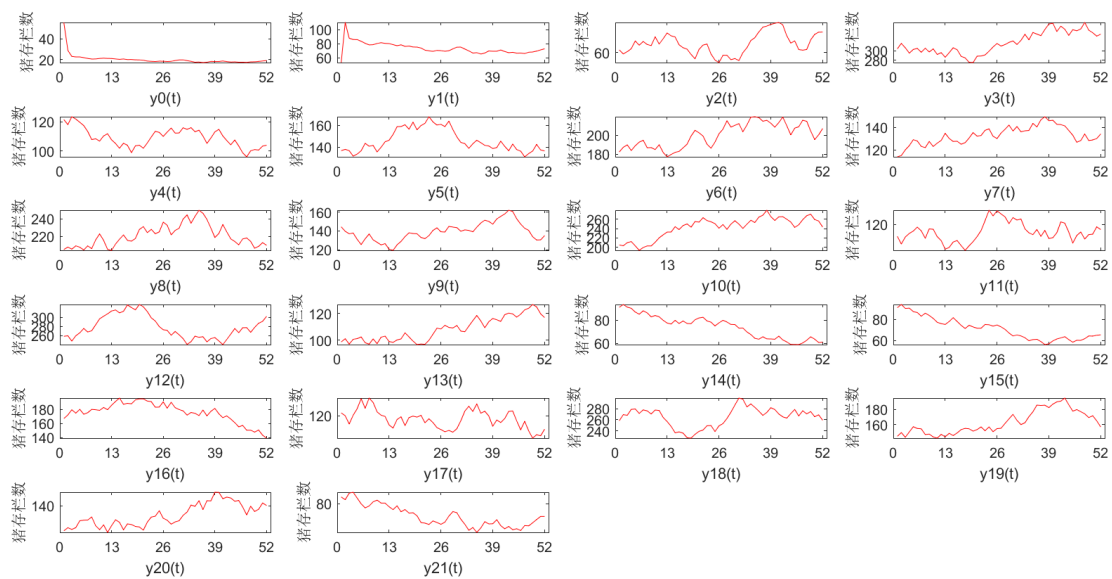


图 4

利用递推规划模型对生产公猪周期逐周进行求解,得到2019年(共计52周)内生产公猪周期各阶段(共计52周)公猪猪的数量。以时间 t ($1 \leq t \leq 52$)为横坐标,做出生产公猪周期各阶段猪存栏数的时间序列图,见下图:

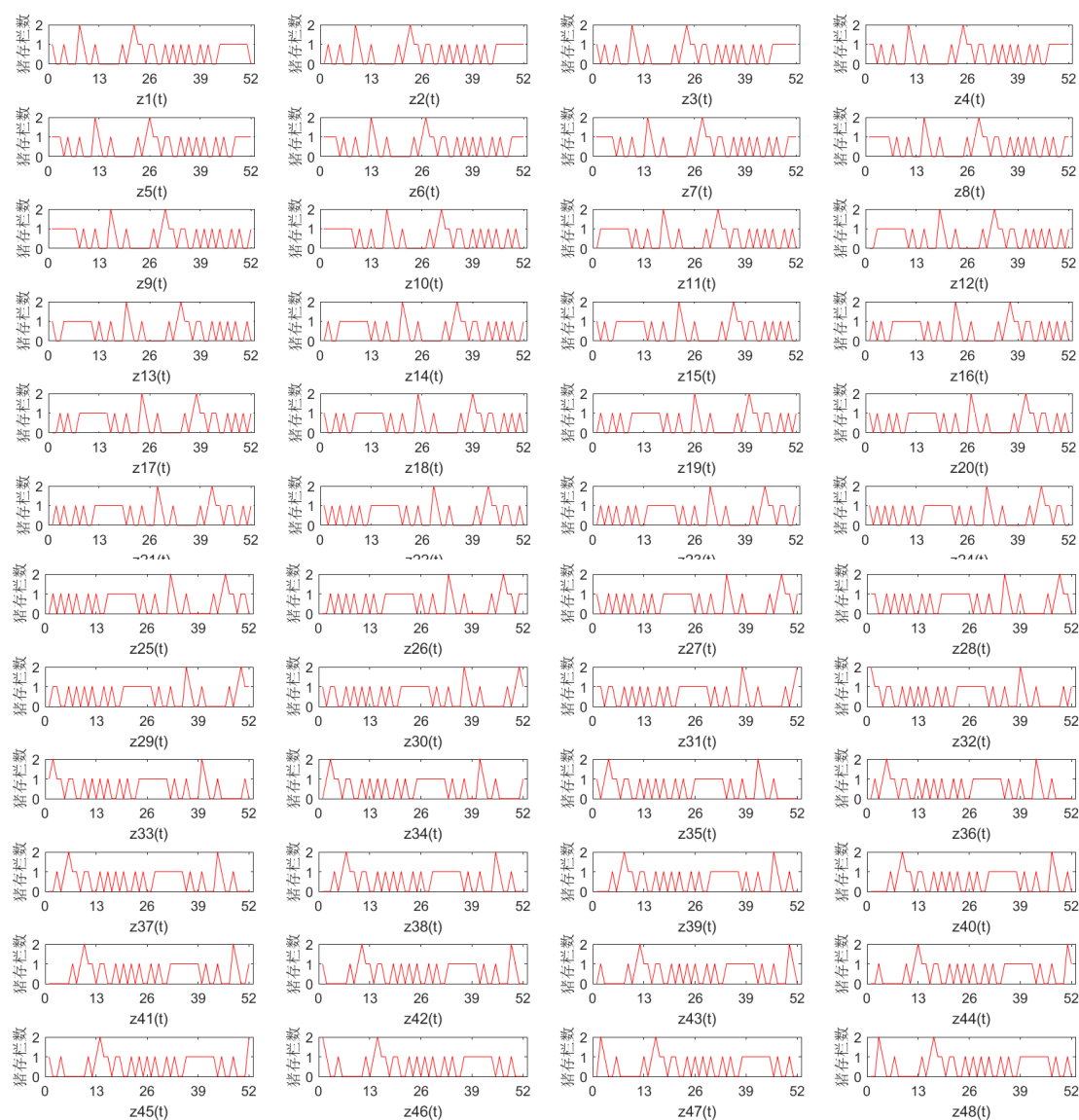


图 5

5.3.2 每周各类饲料消耗量测算

根据猪存栏量的时间序列数据,对每周猪存栏量数据进行计算得到饲料消耗量(单位: kg),求解公式如下:

$$\text{饲料总消耗量 (kg)} = \text{饲料标准日消耗量 (kg)} \times \text{时长 (天)} \times \text{猪数 (只)}$$

其中,时长、猪数和饲料种类都是相对于各个生长阶段而言的。

根据以上公式求得结果如下表所示:

表 13

周数	饲料1-Sow	饲料2-Sow	饲料3	饲料4	饲料5	饲料6	饲料7	饲料8	饲料2-Boar
第1周	6437.2	3369.7	348.9	1901.4	3223.0	5184.0	8718.8	19918.1	525.0
第2周	6572.7	3440.6	429.0	1680.1	3709.3	5289.8	7794.0	19360.4	507.5
第3周	6482.2	3393.2	465.0	1589.5	4192.8	5133.4	7357.5	18818.9	507.5
第4周	6524.9	3415.6	522.6	1693.7	4424.0	4894.5	7023.8	18374.0	507.5
第5周	6572.7	3440.6	593.1	1920.7	4266.8	5337.3	6620.6	17708.7	490.0
第6周	6529.7	3418.1	423.3	2151.1	4139.3	6080.6	6804.8	16398.2	490.0
第7周	6513.6	3409.7	415.7	2022.8	4249.6	6603.9	6791.0	15702.1	490.0
第8周	6505.9	3405.6	444.4	1785.1	4811.1	6743.5	6390.3	15122.4	490.0
第9周	6519.3	3412.6	472.4	1685.4	5060.4	6848.1	6719.3	14409.7	490.0
第10周	6544.1	3425.6	499.9	1794.1	4911.4	6807.0	7616.8	13598.6	490.0
第11周	6557.3	3432.5	407.5	1906.5	4636.6	7020.0	8382.6	13156.9	490.0
第12周	6526.6	3416.5	262.0	1821.7	4283.9	7777.3	8728.5	12652.2	490.0
第13周	6481.3	3392.7	518.6	1446.4	4446.8	7803.0	8941.7	12235.8	490.0
第14周	6522.8	3414.5	413.9	1555.7	4547.1	7613.4	8883.9	13073.6	490.0
第15周	6594.4	3452.0	331.0	1692.1	4241.6	7446.0	8955.4	14015.7	490.0
第16周	6574.0	3441.3	362.1	1604.9	4009.6	7122.1	9755.0	14137.8	490.0
第17周	6593.4	3451.4	338.5	1410.1	3948.9	7177.5	10279.1	14357.5	490.0
第18周	6549.0	3428.2	354.2	1371.4	3799.5	7190.3	10020.0	14969.8	490.0
第19周	6564.3	3436.2	366.0	1391.7	3988.6	6560.1	9759.3	15697.4	490.0
第20周	6645.9	3478.9	360.4	1412.4	3550.3	6746.8	9416.1	16726.2	490.0
第21周	6665.9	3489.4	381.6	1439.1	3390.5	6398.0	9178.1	17809.5	490.0
第22周	6664.2	3488.5	400.5	1467.3	3498.1	5930.9	9433.5	17498.9	490.0
第23周	6685.3	3499.5	425.3	1529.1	3497.8	6146.4	8829.4	17246.3	490.0
第24周	6680.4	3497.0	459.9	1622.2	3583.2	5854.0	8570.7	17366.3	490.0
第25周	6627.3	3469.2	272.3	1726.7	3709.0	5462.4	8451.4	17993.8	490.0
第26周	6670.4	3491.7	328.0	1488.0	3800.9	5602.2	7793.0	18141.1	490.0
第27周	6679.3	3496.4	360.3	1307.3	4020.1	5668.9	7694.1	17592.9	490.0
第28周	6713.1	3514.1	320.8	1298.8	3986.1	5767.7	7821.5	16768.7	490.0
第29周	6753.1	3535.0	405.4	1344.1	3680.3	5952.1	7124.4	16267.2	490.0
第30周	6792.2	3555.5	438.7	1434.3	3474.4	6151.5	7086.9	16027.9	490.0
第31周	6765.7	3541.6	477.6	1597.5	3172.9	6501.3	7210.1	15710.7	490.0
第32周	6699.7	3507.1	386.0	1793.5	3376.3	6122.3	7285.8	15037.2	490.0
第33周	6724.0	3519.8	322.3	1716.5	3627.1	5867.0	7549.4	14426.2	490.0
第34周	6785.2	3551.8	273.2	1491.6	3937.3	5627.7	7900.1	13800.1	490.0
第35周	6859.8	3590.9	336.9	1231.4	4266.1	5170.2	8248.2	13455.7	490.0
第36周	6855.4	3588.6	342.2	1216.4	4104.5	5451.0	8085.7	14013.8	490.0
第37周	6793.8	3556.3	339.3	1292.7	3713.8	5952.3	7688.3	13604.9	490.0
第38周	6878.0	3600.4	366.3	1348.0	3204.8	6425.4	7437.3	13695.0	490.0
第39周	6859.5	3590.7	437.3	1385.9	3109.8	6610.5	6932.0	14335.8	490.0
第40周	6852.3	3586.9	469.7	1549.3	3138.1	6395.9	6852.8	14369.2	490.0
第41周	6824.7	3572.5	412.2	1741.9	3340.8	5829.4	7530.4	14084.1	490.0
第42周	6865.2	3593.7	371.9	1751.2	3519.2	5400.9	8025.4	13996.2	490.0
第43周	6813.1	3566.4	365.5	1603.9	3851.0	5086.1	8453.8	13835.1	490.0
第44周	6737.6	3526.9	327.7	1483.5	4150.9	5054.4	8461.6	13920.9	490.0
第45周	6636.2	3473.8	295.0	1384.1	4227.0	5293.9	7853.6	14107.0	490.0
第46周	6617.7	3464.1	249.5	1271.5	4013.6	5747.3	7215.2	14342.4	490.0
第47周	6656.6	3484.5	287.9	1115.4	3650.3	6305.6	6638.2	14459.1	490.0
第48周	6685.5	3499.7	365.0	1084.2	3379.6	6627.2	6508.5	14094.8	490.0
第49周	6632.1	3471.7	398.0	1237.7	3116.6	6645.4	6724.9	14307.6	490.0
第50周	6610.4	3460.3	466.3	1451.1	2839.3	6409.9	7314.6	14090.7	490.0
第51周	6602.6	3456.2	481.6	1672.8	2823.9	5877.8	7934.5	14028.3	490.0
第52周	6588.4	3448.8	385.9	1831.4	3071.2	5337.9	8368.4	14093.6	490.0

6、模型的推广与评价

本题主要通过建立非线性递归规划模型，对规划问题逐周求解。通过应用此方法，将问题由每天求解转化为每周求解，有效的减小了计算量。模型同时运用了时间序列与方案优化，协调两者之间关系最后求解得到最优化方案。基于非线性递归规划模型计算简单，实用性好，但也有不足之处。尽管每个周期的误差都较小，但累积之后信息丢失是难免的，实时的准确性难以得到保证。但在基数足够大，误差可接受范围内该模型具有较好的实用性，可在误差允许范围得到最优化方案，实现利润最大化。

参考文献：

- [1]司守奎，孙兆亮等，数学建模算法与应用，北京：国防工业出版社，2016.1
- [2]秦新强，郭文艳等，数学建模，中国科技出版社，201503
- [3]沈大庆，数学建模，国防工业出版社，201603
- [4]熊火印，瘦肉型猪场生产工艺流程，江西畜牧兽医杂志，1995 年，第 3 期。
- [5]王新洲，非线性模型参数的估计理论与应用，武汉大学出版社，2002-06-01。
- [6]徐胜红，孙庆祥等，非线性预测控制模型方法综述，海军航空工程学院学报，第 22 卷，第 6 期，2007-11。
- [7]常学将等，时间序列分析，高等教育出版社，1993-11。
- [8]李永祥，农民致富之友-规模化养猪流程中的几个关键阶段，2004。
- [9]韩凯，数据结构中遍历操作的非递归算法，P117，2019。

附录

x(t)的绘制：

```
A=1:52
S61=xlsread('时间序列.xls','sheet1','B2:BA25')
for i=1:1:24
    subplot(6,4,i)
    plot(A(1,:),S61(i,:), 'r')

    xlabel(['x', num2str(i), '(t)'])
    ylabel('猪存栏数')
    axis([0,53,-inf,inf])
    set(gca,'XTick',0:13:52)
    set(gca,'YTick',80:40:200)
    %set(gca,'Fontname','times new Roman')
    set(gca,'FontSize',12)
end
```

y(t)的绘制:

```
A=1:52
S62=xlsread('时间序列.xls','Sheet1','B28:BA49')
for i=1:1:22
    subplot(6,4,i)
    plot(A(1,:),S62(i,:), 'r')

    xlabel(['y', num2str(i-1), '(t)'])
    ylabel('猪存栏数')
    axis([0,53,-inf,inf])
    set(gca,'XTick',0:13:52)
    set(gca,'YTick',0:20:300)
    %set(gca,'Fontname','times new Roman')
    set(gca,'FontSize',12)

end
```

z(t)的绘制:

```
A=1:52
S63=xlsread('时间序列.xls','Sheet1','B53:BA104')
for i=1:1:52
    subplot(13,4,i)
    plot(A(1,:),S63(i,:), 'r')

    xlabel(['z', num2str(i), '(t)'])
    ylabel('猪存栏数')
    axis([0,53,-inf,inf])
    set(gca,'XTick',0:13:52)
    %set(gca,'YTick',0:20:300)
    %set(gca,'Fontname','times new Roman')
    set(gca,'FontSize',12)

end
```

