

基于频谱信息的相位恢复算法

摘要

在实际生活中的一些成像应用中,例如天文观测,石油勘探等等,对基于频谱信息的图像重构技术,频谱去噪技术有着强烈的需求。本文针对基于频谱信息的图像重构问题,采用物理思想和数学推理的方法,构建了能够实现图像重构和频域滤波的数学模型。通过对先验的图片数据的处理分析,检验了所建立模型在实现频谱信息去噪,图像信息重构方面的性能。阐明了模型中 β 参数对图像重建的具体影响。进一步利用所构建的模型,对题目所提供的三组频谱数据进行图像重建,并引入频域误差系数 RF ,进一步表征和分析了重建图像的重构质量。最后基于所构建的模型,研究了采样率和噪声强度等先验信息对图形重构的影响,指明了图形重构所必须满足的采样率条件和滤波强度条件。

针对问题一:首先对附件1的频谱信息进行了降噪处理,经过所构建的滤波函数处理后,对其进行了图像重构。具体重构图像见5.1节。分析处理结果表明,在所构建的三种滤波模型中,高斯滤波模型能够获得最小的 RF 值(0.106),即实现最好的图形重构。研究结果表明,滤波函数的选取,会直接影响函数重构的效果,并且滤波强度也会对图像恢复产生较大影响。具体而言,高频噪声滤除过多会影响图像的细节恢复,高频噪声滤除太少则回复图像中残余的噪声就相对更多。

针对问题二:首先对附件2和3的频谱信息进行了降噪处理,经过所构建的滤波函数处理后,对其进行了图像重构。具体重构图像见5.2节。研究结果表明构建的 Btw 滤波模型2对附件2和3的滤波作用更为合适,图像重构效果更好。

- 附件2的图形重构结果分析:重构图像的误差参数 RF 为0.171,基本实现了图像的去噪和重构。
- 附件3的图形重构结果分析:重构图像的误差参数 RF 为0.211,基本实现了图像的去噪和重构。

针对问题三:基于本文构建的图像恢复模型,研究了不同采样率以及噪声强度等先验信息对提高图像的恢复的具体影响。明确了图像重构所必须满足的采样率条件和滤波强度条件。

最后,我们对提出的模型进行了全面的评价,并对算法优化方向做出了展望:本文建立的模型贴合实际,能够高效的实现图形重构难题,并合理的处理噪声问题,所建立的数学模型具有较强实用性。但是针对噪声分析和滤除的算法还有待进一步提升,进一步的空域信息分析和噪声滤波优化是提升重构图像质量的关键。

关键词: 频谱, 图像重构, 频域滤波, 傅里叶变换, 降噪

目录

基于频谱信息的相位恢复算法.....	I
摘要.....	I
1 问题综述.....	1
1.1 问题背景.....	1
1.2 问题提出.....	1
1.3 资料条件.....	1
2 物理原理及数学模型构建.....	2
2.1 图像恢复的物理原理.....	2
2.2 图形恢复的数学模型.....	2
3 图像恢复模型验证.....	3
3.1 基于频域信息的图像恢复测试.....	3
4 噪声处理与分析.....	4
4.1 问题分析.....	4
4.1.1 噪声滤除的思路分析.....	5
4.1.2 频谱噪声的滤除方法.....	5
4.2 频域噪声滤除验证.....	5
4.3 噪声滤除模型.....	6
4.3.1 高斯低通滤波.....	6
4.3.2 理想低通滤波.....	6
4.3.3 Butterworth 低通滤波.....	6
4.4 噪声滤除模型的效果检测.....	6
4.4.1 高斯噪声的滤波.....	6
4.4.2 泊松噪声的滤波.....	7
4.4.3 椒盐噪声的滤波.....	7
4.4.4 瑞利噪声的滤波.....	8
4.4.5 多噪声混合的滤波模型选择.....	8
5 基于模型对选题 A 的处理及分析.....	9
5.1 问题 1 的处理与分析.....	9
5.2 问题 2 的处理与分析.....	9
5.3 问题 3 的处理与分析.....	10
5.3.1 过采样率对图像恢复的影响.....	10
5.3.2 先验噪声信息对图像恢复的影响.....	11
6 模型评价.....	11
6.1 模型的优点.....	11
6.2 模型的不足.....	12
6.3 模型的改进方向.....	12

参考文献.....	13
附 录.....	14
附录 A: 模型代码.....	14

1 问题综述

1.1 问题背景

在实际生活中的一些成像应用中，我们难以直接获取目标的图像信息，往往只能测量获得图像的频谱，例如天文观测，石油勘探等等。此类问题可以等价于，将一个光源发出的高强度相干波照射到探测目标上之后，得到的光波就带有了该目标的信息。在光波传输一定距离之后，形成衍射图像，通过该衍射强度可以得到目标的频谱。而基于这个频谱信息来获取目标的图像信息，最终得到目标的图像则是我们面临的主要问题。此类问题的核心在于，基于已知的频谱信息，如何重构出原始图片的相位信息。此外，无论是宇宙中的天体测量还是我们生活中的一般图像测量，受到传输环境和探测环境的影响，我们测得的强度或频谱信息中都含有一定噪声的，如何从测得的频谱信息中滤除噪声的强度或频谱信息，提升恢复图像的质量则为基于频域信息的图像恢复技术提出了更高的挑战。

目前，已经有很多学者对基于频域信息的图像恢复技术进行了研究，也提出了很多算法来解决此类问题，例如经典的 GS 算法[1]，HIO 算法[2]、CHIO 算法[3]、OSS 算法[4]等等[5,6]，近几年由于高性能计算设备的快速发展，还出现了机器学习算法[7]、神经网络算法[8]等。虽然这些算法可以保证大多数情况下恢复原有图案。但仍然存在重构概率低，重构模型失真等问题，特别当图片的高频信息比较多时，图像重构将会面临严峻挑战，这也促使我们运用更好的方法建立更加合理的模型。

1.2 问题提出

基于频谱信息的图像重构涉及多方面的问题，往往由图像重构算法、噪声滤除算法以及重构图像质量评价三个环节构成。针对 A 题提出的问题而言，频域信息是在满足奈奎斯特采样定律时给出的，即满足图像重构条件。为恢复高质量的图像，下面对所提出的问题进行分解。

A 题所提出的问题包括

- (1) 问题 1: 题目给出了一幅 256×256 图像过采样得到的 512×512 频谱信息，其中包含了一种噪声。需要我们建立一种基于频谱信息的图像重构数学模型，并给出相应的去噪算法，实现对原图像的恢复。从多个角度来分析图像的恢复效果，并讨论哪些因素会影响图像的恢复。
- (2) 问题 2: 对两幅 256×256 的图像的频谱进行过采样，得到各自相应的 512×512 含噪声频谱信息，且它们的噪声均为多种类型噪声的混合。建立针对复合噪声滤除的图像恢复数学模型，给出相应的去噪算法，并恢复原图像。
- (3) 问题 3: 在基于频谱信息来恢复图像的过程中，为了提高图像的恢复概率，要对频谱进行过采样以及获取图像的相关先验信息。分析过采样率和相关先验信息如何影响图像的恢复概率。请大家自己构造含噪声的频谱信息数据，基于在不同的过采样率以及相关先验信息下，并结合问题 1 和问题 2 中的模型，给出图像的恢复概率。

1.3 资料条件

- 附件 1、2、3 提供了问题 1 和问题 2 的频谱信息，无其他支撑材料。其中最为重要的是根据已知频谱信息，构建出原图像的相位信息，即对已知数据的相位重构，这

也是本文的重点。为了更好地说明问题，我们进一步引入了一幅图片数据，见附件7，并通过 matlab 引入了不同程度的噪声信息，以对我们的模型进行检测。

2 物理原理及数学模型构建

2.1 图像恢复的物理原理

当一束单色光打在任意一个物体上时，其反射光就带有了物体的信息，并且反射光的远场夫琅禾费衍射，即其对应的傅里叶变换频谱。具体如下图所示：

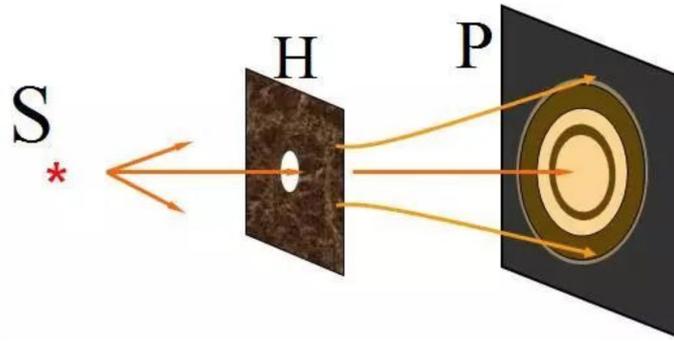


图1 菲涅尔衍射及其频谱图

图1中S为光源，H为小孔，等价于对光束做傅里叶变换，P为远场的信号接收屏。当H到P的距离和P上的衍射图案分布都已知时，就可以利用空间的位置信息补偿缺失的相位信息，从而结合屏上接收到的频域信息，实现对原图的重构。

而本题目的难点在于，只知道频域信息，不知道空间距离附带的相位信息，从而无法实现对原图像的直接物理重构，即无法通过傅里叶变换直接实现图形重构。想要实现图像重构，则需要通过其他方法来恢复缺失的相位信息。

2.2 图形恢复的数学模型

目前已经提出了很多的方法来实现，通过已知的频谱信息对图像的恢复。这些技术的基本原理如下图所示[9]：

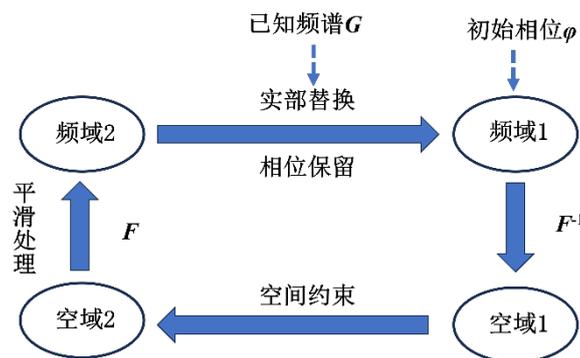


图2 相位恢复模型

在仿真运算时，先随机给已知频谱附加一个初始相位 φ ，则基于已知的频谱信息 (G) 的初始频域重构方程为：

$$R_1 = G \times e^{i\varphi} \quad (1)$$

其中 R_1 为输入的频域空间。对新构建的频域 R_1 空间做傅里叶逆变换，得到空域的反演图像 K_1 ：

$$K_1 = IFFT(R_1) \quad (2)$$

基于奈奎斯特采样定理的附加条件，对反演的空域图像 K_1 实施空间约束，得到有边界条件约束的空域图像 K_2 ：

$$K_2 = K_1 * Mask \quad (3)$$

其中 $Mask$ 函数表示采样边界，也就是给反演添加空间边界滤波。为获得更好地图像恢复效果和更快的收敛速度，我们在空间滤波后施加一次平滑处理。从数学上表示为对数据进行一次频域滤波，其具体数学过程可表示为：

$$\begin{aligned} R_{1,2} &= FFT(K_2) \\ R_2 &= R_{1,2} \times Filter \end{aligned} \quad (4)$$

$$R_1' = |G| \times angle(R_2)$$

其中 $R_{1,2}$ 表示对空域图像再对空域图像 K_2 做傅里叶变换得到的过渡频域空间， $Filter$ 为平滑滤波函数， R_2 表示平滑处理后的频域空间， $angle$ 表示对矩阵所有元素取相位。最后用已知的频谱去替换频谱 R_2 中的实部，得到的 R_1' ，并进行下一次的迭代。平滑函数的数学表现形式为：

$$Filter = e^{-(f/const)^2} \quad (5)$$

f 为傅里叶变化得到的频率。通过以上流程的多次迭代，不断使得相位向原始图片数据逼近，最终实现图像重构。通过以上模型，我们利用 `matlab` 进行编程实现。在具体实现的过程中，为了给每次迭代提供优化方向，进一步引入了 β 参数，其具体数学形式为：

$$K_1^{n+1} = \begin{cases} K_2^n(x, y) \in Mask \\ K_1^n - \beta K_2^n(x, y) \notin Mask \end{cases} \quad (6)$$

上式表示，当反演得到的空域坐标在采样边界内时，直接对其进行下一次迭代，当其处于采样边界外时，此时其理想值应该为零，为了达到这一目的，引入参数 β 参数来使得每一次迭代后的边界外的点逐渐趋于零，这样优化后能够使得的图片反演更快地回归。

3 图像恢复模型验证

3.1 基于频域信息的图像恢复测试

为验证模型的图像恢复能力，我们在百度图片中随意找了一张分辨率为 256×256 的照片，将其处理为灰度图后（见附件），将其放置在 512×512 的黑色图框中，然后对整个 512×512 的合成图样进行傅里叶变换，得到其频域分布 $|G|$ ，及对图像进行过采样处理。基于我们所构建的图像恢复模型，我们对所采集的频域信息 $|G|$ 进行了图像重构。重构过程中，我们发现随着 β 的变化，图像的重构时间和图像的重构质量都存在明显的差别。为量化描述这一差异，我们引入参量 RF 来表征：

$$RF = \frac{\langle R_{final} - G \rangle}{\langle G \rangle} \quad (7)$$

其中， R_{final} 表示最后一次迭代得到频域振幅信息 $\langle \cdot \rangle$ 表示对矩阵中所有元素求和， RF 的值越小，说明重构图像和原图越接近，重构的图片质量越高。设置不同 β 值时， RF 随迭代次数的变化趋势记录在了图 3 中。

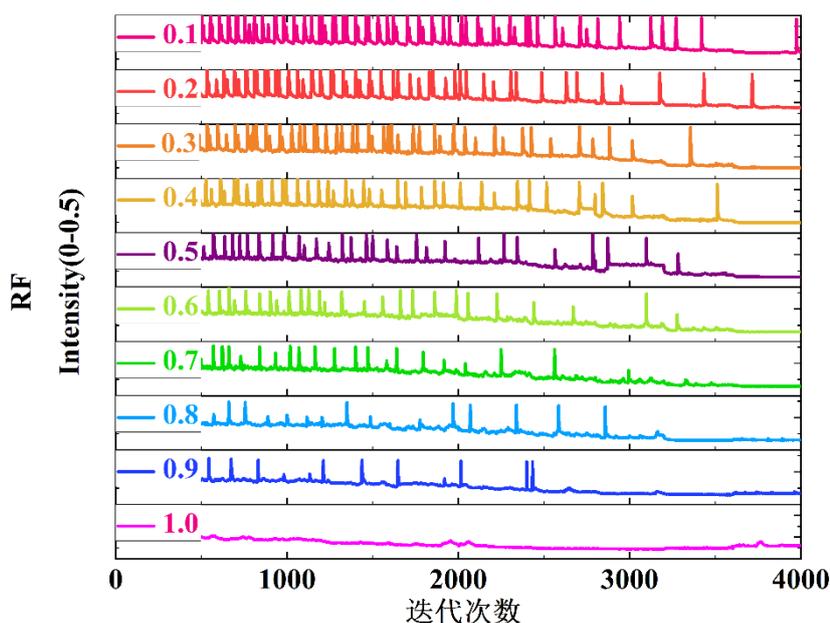


图3 RF 随 β 取值的变化

从图 3 中可以看到，随着 β 的值从 0.1 逐渐增长到 1.0 时，图像反演所需要的迭代次数从约 4000 次下降到了约 2000。这表面 β 值的增大能够较快的减小图像反演收敛的迭代次数，并且在迭代过程中的图像抖动更小。进一步研究发现，随着 β 值的增大，图像的 RF 先减小后增大，对应图像反演的质量先变好后变差。图 4 中给出了 β 值取 0.8 和 0.9 时的图像反演结果，可以看到当 β 值加到大于 0.8 时，模型恢复图像明显变差。因此，在综合考虑收敛速度和图片反演质量的前提下， β 值设置为 0.8 时，对本图片数据的反演性能最佳。

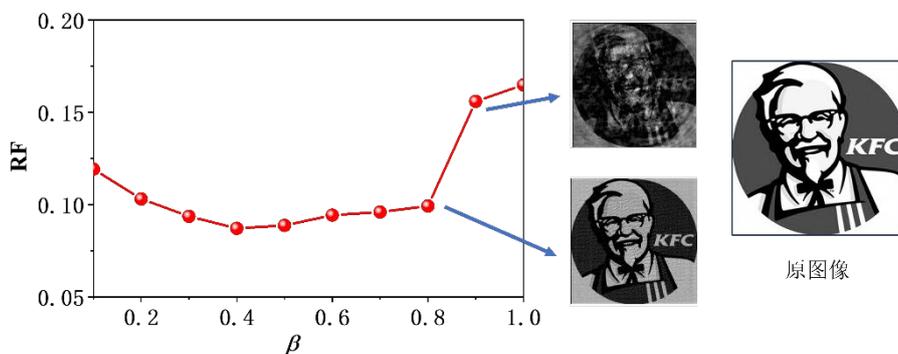


图4 RF 随 β 取值的变化

4 噪声处理与分析

4.1 问题分析

在实际的一些成像应用中，受到传输环境和探测环境的影响，我们测得的强度或频谱信息中都含有一定噪声的，如何从测得的频谱信息中滤除噪声的强度及频谱信息，进一步提升恢复图像的质量对基于频域信息的图像恢复技术提出了更高的挑战。根据噪声的统计特性，常见的噪声类型有高斯噪声，泊松噪声，脉冲噪声（椒盐噪声）和瑞利噪声等。本题的问题 1、问题 2 中也对噪声的滤除提出了要求，下面我们将针对图像恢复模型中的噪声处理提出解决方案，并验证其具体性能。

4.1.1 噪声滤除的思路分析

对四种常见的噪声进行分析，其中高斯噪声，泊松噪声，脉冲噪声（椒盐噪声）为加性噪声和而瑞利噪声为乘性噪声。因此，对加性或乘性噪声的处理应该采取不同的方法。此外，考虑到题目给出的唯一条件是频谱信息，通过频域信息恢复的图像本身就存在误差，如果给恢复图片再施加空间滤波，很可能会进一步扩大恢复图片和原图片的误差。因此，我们将做滤波的重点放在降低已知的频谱信息中的噪声成分。

4.1.2 频谱噪声的滤除方法

考虑到噪声都具有大量高频分量的特点，我们将噪声滤除的重点放在了高频分量的处理上。对于加性噪声，其空域表现形式为：

$$K(\omega_i, \omega_j) = F(\omega_i) + f(\omega_j) \quad (8)$$

式(8)中 $f(\omega_j)$ 为微小的加性噪声， $f(\omega_j)$ 的引入会在频谱空间内一定程度上增加原有的频率成分，并微量提升原有部分频率的强度。由于噪声的强度相比于信号强度我们可以忽略不计，并且加性噪声通常在所有频段都存在噪声，因此对于加性噪声的处理应该是尽可能的滤除高阶频率成分，对低频部分实现高通滤波。此外，对多幅重构图相的叠加也能够有效的降低图片中的加性噪声。

乘性噪声的空域表现形式为：

$$K(\omega_i + \omega_j) = F(\omega_i) * f(\omega_j) \quad (9)$$

式(9)表明乘性噪声的引入会在一定程度上导致频谱空间内原频率的微小扰动，并在很小程度上改变频谱空间中所有频率的强度大小。因此在处理乘性噪声时，可以通过频域的加和平均来实现噪声滤除。

4.2 频域噪声滤除验证

为初步验证频域滤波能够在滤除频域噪声的同时实现图像的高保真反演，我们给已知图像施加一个信噪比 (SNR) 为 -5dB 的高斯噪声。对含有噪声的图像进行傅里叶变换得到只含振幅信息的频谱 G 。然后，分别在有频域滤波和无频域滤波时对 G 进行反演，得到的结果如图 5 所示：

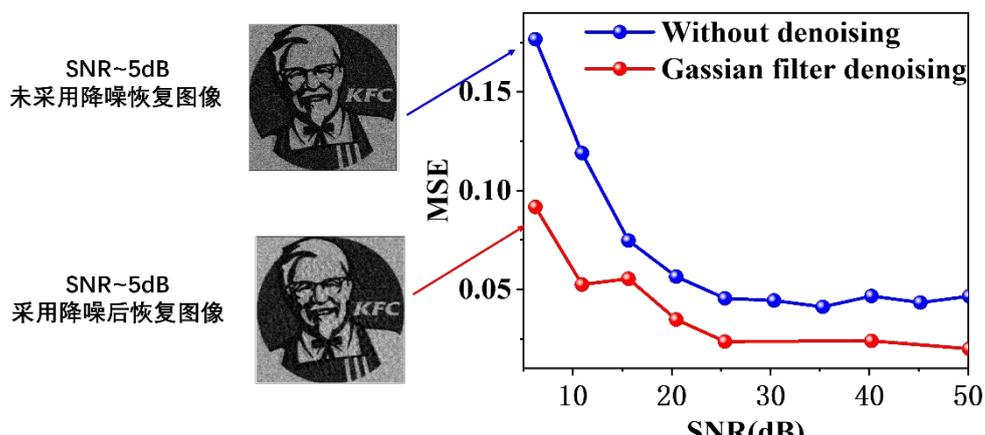


图5 频域滤波与无滤波的反演结果

从图 5 右侧的反演图像可以看出，采用频域滤波后图像的麻点明显减少，表面高阶的噪声成分被有效抑制。为更加准确、定量地描述这一改善，基于先验的空间图像分布，我们进一步引入参数 MSE 来表征这一结果：

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i')^2 \quad (10)$$

其中 Y_i 表示先验的图片灰度归一化值, Y_i' 为模型重构得到的图片的灰度值, MSE 值越小, 表明重构的图像和原图像越接近, 重构的效果越好。从图中可以看到, 在不同的噪声水平下, 采用频率滤波后重构图像的 MSE 值明显小于无频域滤波的重构图像, 这说明频域滤波确实能够实现提升图像重构的质量。

4.3 噪声滤除模型

基于上述的初步论证, 我们进一步对滤波函数进行优化, 以高效的滤除噪声, 最终实现对原图像的高质量重构。通过上述对不能同噪声特征的分析, 我们提出了三种噪声滤除模型, 分别为高斯低通滤波、理想低通滤波以及 Butterworth 低通滤波。下面将对三种噪声滤除模型的具体性能进行描述, 具体滤波函数的构建参见了引文[10]的部分内容。

4.3.1 高斯低通滤波

在频域构建高斯低通滤波函数, 其具体表达形式为:

$$Filter_G = e^{-\left(\frac{X^2}{W_0}\right)} \quad (11)$$

其中 W_0 为一个固定常数, 用以控制高斯滤波函数对高频信号的滤波强度。

4.3.2 理想低通滤波

在频域构建理想低通滤波函数, 其具体表达形式为:

$$Filter_I = \begin{cases} 1, X^2 \leq D_0^2 \\ 0, X^2 > D_0^2 \end{cases} \quad (12)$$

其中 D_0 为低通滤波半径。

4.3.3 Butterworth 低通滤波

在频域构建 Butterworth 低通滤波函数 (简称为 Btw), 其具体表达形式为:

$$Filter_B = \begin{cases} \frac{1}{1 + X / B_0}, X^2 \leq B_0^2 \\ 0, X^2 > B_0^2 \end{cases} \quad (13)$$

其中 B_0 为 Butterworth 低通滤波函数的收敛半径。

4.4 噪声滤除模型的效果检测

为验证所构建滤波模型的噪声滤除效果, 我们构建了如下验证试验。首先, 考虑这三类频谱滤波函数对单独某种特殊噪声的滤波效果。

4.4.1 高斯噪声的滤波

给已知图像附加信噪比为 10dB 的高斯噪声, 在无滤波和存在三种滤波时的重构图像和其对应的 MSE 值如下图所示:

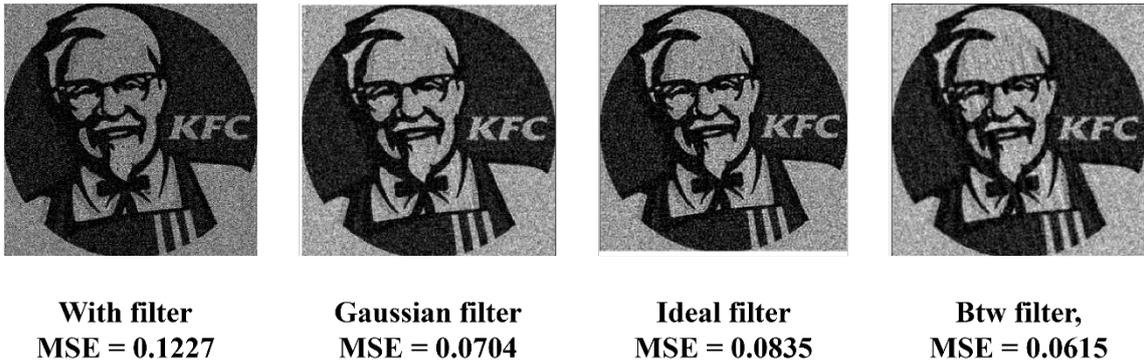


图6 含高斯噪声的频谱反演结果

从图 6 中可以看出，当对图像施加强度为 10 dB 的高斯噪声后，采用频域滤波能够有效的滤除噪声，且三类滤波模型中，Btw filter 滤波模型能够实现最好的滤波，重构图片的质量最高。

4.4.2 泊松噪声的滤波

给已知图像附加信噪比为 10 dB 的泊松噪声，在无滤波和存在三种滤波时的重构图像和其对应的 MSE 值如下图所示：

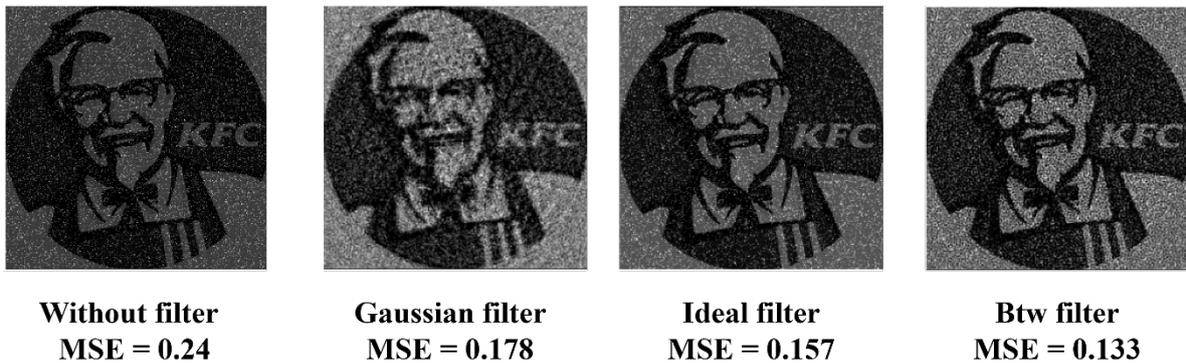


图7 含泊松噪声的频谱反演结果

从图中可以看出，当给原始图片叠加强度为 10 dB 的泊松噪声后，采用频域滤波也能够有效的滤除噪声，且三类滤波模型中，Btw filter 滤波模型能够实现最好的滤波，重构图片的质量最高。

4.4.3 椒盐噪声的滤波

由于椒盐噪声的空间分布存在强脉冲特性，利用信噪比去表征其强度是不科学的。因此，在施加椒盐噪声时，其强度表征为随机脉冲占总像素比例为 5%。然后在无滤波和存在三种滤波时的重构图像和其对应的 MSE 值如图 8 所示：

从图中可以看出，对于强度为随机脉冲占总像素比例 5%的椒盐噪声，采用频域滤波也能够有效的滤除噪声，且三类滤波模型中，高斯滤波模型能够实现最好的滤波，重构图片的质量最高。

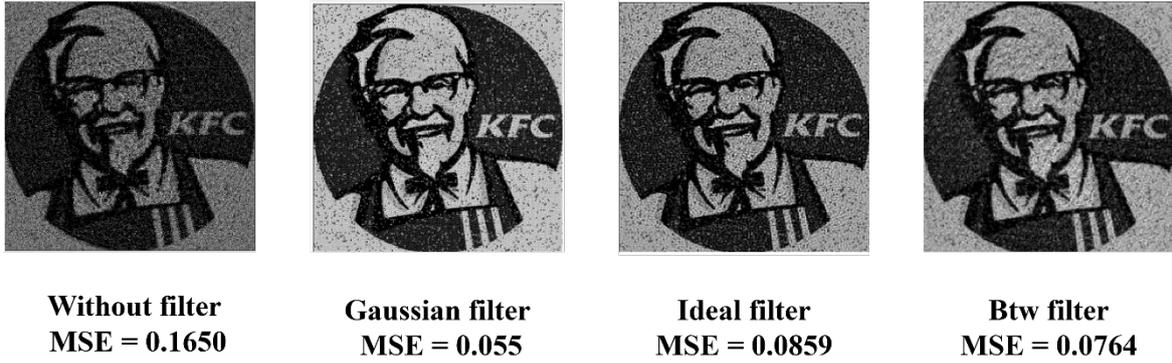


图8 含椒盐噪声的频谱反演结果

4.4.4 瑞利噪声的滤波

给已知图像附加信噪比为 10 dB 的瑞利噪声，在无滤波和存在三种滤波时的重构图像和其对应的 MSE 值如下图所示：

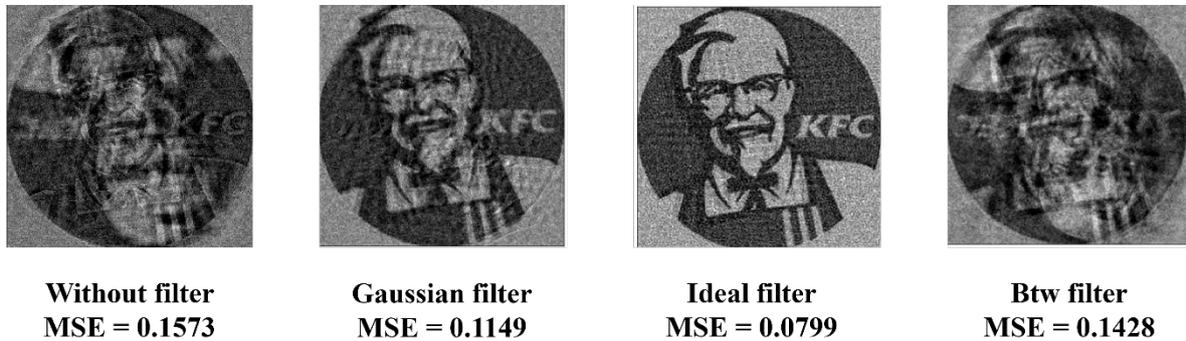


图9 含椒盐噪声的频谱反演结果

从图中可以看出，对于附加信噪比为 10 dB 的瑞利噪声，采用频域滤波同样能够有效的滤除噪声，且三类滤波模型中，Ideal filter 滤波模型能够实现最好的滤波，重构图片的质量最高。

4.4.5 多噪声混合的滤波模型选择

给已知图像添加高斯噪声和泊松混合噪声，为保证结论的普适性，通过调整高斯噪声的 σ 以及泊松噪声的 λ 参数，使得系统的总信噪比为 10 dB。采用三种不同的滤波模型对含噪声的频谱进行滤波，然后进行图像的反演重构。其反演的 RF 参数结果如图 10 所示：

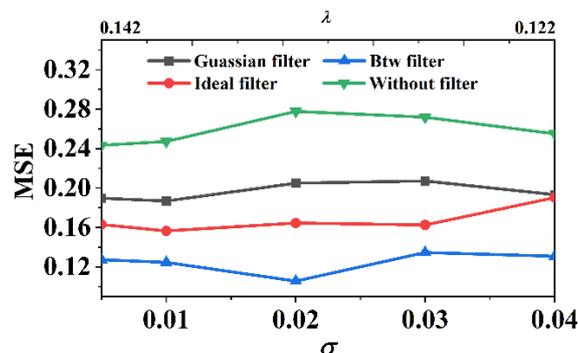


图10 含椒盐噪声的频谱反演结果

实验结果表明，三种滤波函数中 Btw 函数的滤波后，重构的图像 MSE 参数最小，表明。由此可以看出，针对高斯和泊松噪声的等复合噪声， Btw 函数的滤波模型效果最好，能够实现最优的图形重构。

5 基于模型对选题 A 的处理及分析

在解决问题 1 和问题 2 时，我们采取了如下步骤：

Step 1 对附件 1-3 的频谱数据进行滤波

Step 2 采用图像恢复算法对滤波后的附件 1 频谱数据进行图像重构

Step 3 多次计算，取平均值，并将计算结果放回附件 4-6 中。

5.1 问题 1 的处理与分析

三种滤波条件下，附件 1 重构图像的平均 RF 值为：0.167、0.106、0.145，其对应的重构图像分别为：



$RF=0.106$

高斯滤波



$RF=0.167$

理想滤波



$RF=0.145$

Btw 滤波

图11 附件 1 反演结果

处理结果表明，第 3 种滤波能够获得最小的 RF 值，即认为其实现了最好的图形重构。重构的频谱信息已放入附件 4 中。

本问题中，滤波函数的选取会直接影响函数重构的效果，并且滤波强度也会对图像恢复产生重大影响。具体而言，高频噪声滤除过多会影响图像的细节恢复，高频噪声滤除太少则回复图像中残余的噪声就相对更多。

5.2 问题 2 的处理与分析

由前期 4.4 和 4.5 节的分析可知，在多种噪声共存时，采用 Btw 函数的滤波模型能够实现更好地图像重构。对附件 2 和附件 3 采用 Btw 函数的滤波，然后进行图形重构测得的数据如下（测试 5 次，取平均值，进一步减小噪声）：

附件 2，5 次重构图像的平均 RF 值为：0.171，其对应的重构图像叠加为：

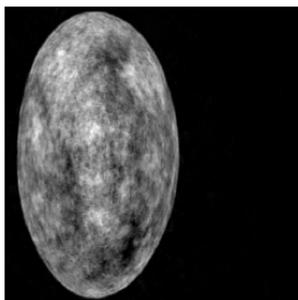


图12 附件 2 的频谱反演结果

附件 3, 5 次重构图像的平均 RF 值为: 0.211, 其对应的重构图像叠加为:

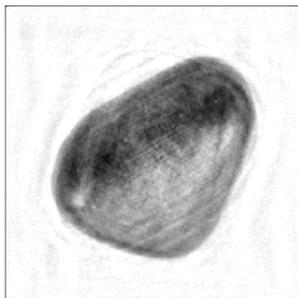


图13 附件 2 的频谱反演结果

5.3 问题 3 的处理与分析

在基于频谱信息来恢复图像的过程中, 对频谱进行过采样以及获取图像的相关先验信息 (如噪声、图像的局部特性等), 对提高图像的恢复概率具有重要的意义。下面我们很对过采样率以及先验噪声种类和强度信息对图像恢复的影响进行讨论。

5.3.1 过采样率对图像恢复的影响

通过奈奎斯特定律可以知道, 过采样率对图像恢复具有重要的影响。在进一步的研究中, 我们研究了从 1 倍采样率到 4 倍采样率的图像恢复情况。通过上述模型, 对采集的数据迭代 4000 次。其具体情况如下图所示:

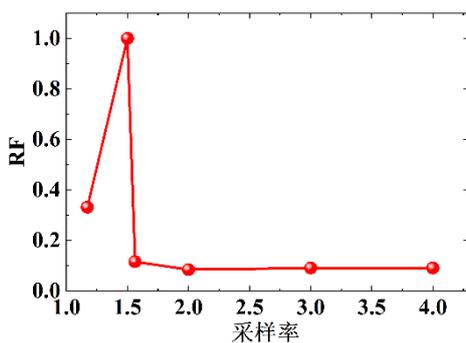


图14 RF 随采样率的变化

由于当采样率小于 1.5 后, 数据模型的误差参数 RF 不再回归, 因此从图 10 中采样率 1 至 1.5 之间的数据为第 4000 次迭代的波动数据。由此可以推断当采样率小于 1.5 时, 我们所构建的模型无法实现图像重构。进一步在采样率为 1.5 时, 重复对数据进行了 10 次回归测试, 其 4000 次迭代得到的重构图 11 所示。可以看到, 此时 10 次迭代计算只有最后一次 RF 实现了回归, 但是其重构的图像质量也非常差。由此可以得出结论, 对于本模型, 采样率为 1.5 时实现图像重构的概率为 10%; 当采样率低于 1.5 时, 图像几

乎不能重构,并且对采样率大于 2 的数组进行了 10 余次测量,测试结果均为可以重构。由此可以看出,当满足奈奎斯特定律时,本模型的重构概率大于 90%。此外,在图形重构的过程中,当采样率大于 2 倍时,随着采样率的提升,误差参数几乎保持不变,但是图像的重构所需的迭代次数更少。

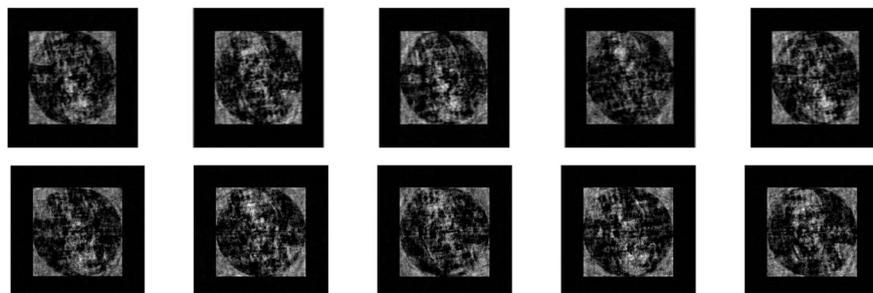


图15 RF 随采样率的变化

5.3.2 先验噪声信息对图像恢复的影响

噪声类型和强度对图像恢复具有重大的影响。其中先验噪声类型的影响,我们在 4.4 节中已经做出了明确的描述。进一步研究发现,先验噪声强度也会对图像恢复产生较大影响。如果频谱中存在一定噪声,过强的噪声滤处会导致图像的高频信息丢失,无法对细节进行重构;太弱的噪声滤处会导致图像的噪声点突出,无法实现噪声滤除。具体采用高斯噪声,以及高斯低通滤波函数进行说明。设置高斯噪声强度为 5 dB,当高斯低通滤波函数的滤波半径设置为 0.8 和 0.3 时,其恢复图像展示如下:



滤波“半径=0.8”



滤波“半径=0.3”

图16 不同滤波参数下的图像恢复数据

仿真结果表明,滤波强度和初始噪声强度相匹配,对图像恢复至关重要。

6 模型评价

6.1 模型的优点

- (1) 模型充分结合实际,考虑了物理原理和数学方法,构建得到了合理的模型,能够实现对频谱信息的图像恢复。
- (2) 模型通过对常见噪声的分析和处理,通过合理设置参数,能够实现对噪声的有效滤除,并实现对含噪声的频谱信息的图像重构。模型的输出结果符合题目要求,能解决实际问题;
- (3) 本文得到的图形重构的重要参数进行了较为细致的研究,具有图形重构效率高、重构图像质量好等特点。

6.2 模型的不足

- (4) 实际应用中, 由于缺少对噪声强度的深度分析, 以及对不同噪声类型的表征, 得到重构的结果依赖于对滤波函数强度的人为控制, 一定程度上影响了模型的准确性;
- (5) 本文提出的模型对于现有条件使用效果较好, 但对于内容复杂, 高频信息较多的频谱信息, 可能无法达到较好的图像重构效果。
- (6) 模型基本都是对频域信息进行处理, 重构的空域信息还欠缺挖掘。。

6.3 模型的改进方向

对于频谱信息中噪声的处理, 还缺乏更加科学简洁的方法, 如果将人工智能算法引入来分析噪声的种类和强度, 这将大大提升模型重构的图像质量; 结合机器学习的方法, 拓展高频信息, 有望对重构图像的细节进行深度恢复; 对模型重构的空域信息进行深入分析, 可能挖掘到新的噪声滤除方法。

参考文献

- [1] R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction phase pictures [J]. *Optik*, 1972: 237-246.
- [2] R. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Applied Optics*, 1982: 2758-2769.
- [3] James R. Fienup. Phase retrieval algorithms a personal tour [Invited] [J]. *Applied Optics*, 2013: 45-56.
- [4] Jose A. Rodriguez, Xu Rui, Chen Chien-Chun, Zou, Yunfei, Miao Jianwei. Oversampling smoothness: an effective algorithm for phase retrieval of noisy diffraction intensities [J]. *Journal of Applied Crystallography*, 2013: 312-318.
- [5] Qinlei Xiang, Guangmang Cui, Chaowei Cao. Fast non-invasive imaging through scattering medium via subsection optimization phase-retrieval algorithm [J]. *Optics Communications*. 2023: 538.
- [6] 黄利新, 姚新, 蔡冬梅. 一种快速高精度的相位恢复迭代法[J]. *中国激光*, 2010: 1219-1221.
- [7] 黄璜. 基于深度学习与矩阵恢复的相位畸变补偿[D]. 深圳. 深圳大学, 2016.
- [8] 项宇, 李岚, 蒲莎莎. 基于卷积神经网络去噪正则化的相位恢复算法[J]. *西安文理学院学报*, 2023:22-28.
- [9] 张宇, 张洪文, 远国勤. 相位恢复算法研究进展[J]. *激光与红外*, 2023: 803-811.
- [10] Rafael C. Gonzales, Richard E. Woods and Steven L. Eddins. 数字图像处理的 MATLAB 实现-第 2 版[M]. 清华大学出版社, 2013.

附 录

附录 A: 模型代码

- 本文建立的模型，其实现代码较长，因此，以文件形式放入了支撑材料中。