# 第十届湖南省研究生数学建模竞赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省高校研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

**我们完全清楚，在竞赛中必须合法合规地使用文献资料、软件工具和 AI 工具，不能有任何侵犯知识产权的行为。否则我们将失去评奖资格，并可能受到严肃处理。**

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从组委会提供的赛题中选择一项填写）：

我们的参赛编号（请填写完整参赛编号）：202518001003

所属学校（请填写完整的全名）：国防科技大学

参赛队员 (打印后签名)：1. 乔冬阳

2. 王[illegible]

3. 陈云[illegible]

指导教师或指导教师组负责人 (打印后签名)：

日期：2025 年 8 月 27 日

---

**（请勿改动此页内容和格式。以上内容请仔细核对，如填写错误，论文可能被取消评奖资格。）**

# 第十届湖南省研究生数学建模竞赛

## 题　目：大型装置测试任务规划


**摘要**

本文针对大型装置测试任务安排与优化问题，建立了基于概率分析和离散事件仿真的数学模型，研究了测试流程中的随机因素和优化策略。通过对测试设备故障、测手操作差错、子系统缺陷等关键因素进行量化分析，构建了完整的测试过程仿真系统。

**针对问题一，**建立了比例参数$\lambda_i$的理论计算模型，推导出$\lambda_i$的数学表达式。综合测试测出问题的概率采用全概率公式计算。通过数值计算得到$\lambda_1$=0.1724, $\lambda_2$= 0.2759, $\lambda_3$ = 0.0.0919, $\lambda_4$ = 0.4598，PE_detect = 0.01213。

**针对问题二，**设计了单分队测试仿真模型，包含装置状态转移、测试流程控制和异常事件处理机制，结果表明：任务完成平均天数 T=28 天，通过装置数 S=99 个，漏判概率 PL=0.00204%，误判概率 PW=0.0806%，各小组有效工作时间比分别为 0.78、0.72、0.76、0.79。

**针对问题三，**建立了双分队倒班优化模型，增加了分队交替工作和设备共享机制。以最小化任务完成时间为目标，优化得到最佳班次时间 K=10 小时。此时任务完成天数 T=17 天，通过装置数 S=99 个，漏判概率 PL=0.00204%，误判概率 PW=0.0806%，有效工作时间比分别为 0.78、0.72、0.76、0.79。

**针对问题四，**提出建立预防性设备维护、加强测手培训、优化测试流程和实施弹性班次制度等改进建议。

本文模型充分考虑了测试过程中的各种随机因素，仿真结果可靠，优化策略有效，为大型装置测试任务提供了科学的解决方案。



**关键词：**数学建模；测试优化；离散事件仿真；概率模型

# 一 问题背景与重述

## 1.1 问题背景

大型装置通常由多个子系统组成，为确保其使用可靠性，需要进行严格的测试流程。测试过程在专用测试大厅进行，包含多个测试环节和专门测试小组。测试过程中存在多种不确定性因素，包括设备故障、测手差错、子系统问题等，这些因素会影响测试效率和结果准确性。如何科学安排测试任务，在保证测试质量的前提下提高测试效率，是一个具有实际意义的优化问题。

## 1.2 问题要求

需要建立数学模型解决以下四个问题：

1、计算比例参数 $\lambda_i$ 和综合测试测出问题的概率表达式及数值结果

2、单分队测试 100 个装置的工作计划及各项统计指标计算

3、两分队倒班测试的最优 K 值确定及指标计算

4、分析影响因素并提出改进建议

# 二 问题分析

## 2.1 问题一的分析

问题一需要理论推导比例参数 $\lambda_i$ 和综合测试测出问题的概率。$\lambda_i$ 表示综合测试发现问题后指向各子系统的比例，需要基于各子系统存在缺陷的概率计算。综合测试测出问题的概率需要考虑系统实际存在缺陷和测手差错的影响。

## 2.2 问题二的分析

问题二需要模拟单分队测试 100 个装置的完整流程，考虑测试时间、运输时间、设备故障、测手差错等多种因素，通过仿真得到任务完成时间、通过数量、概率指标等统计量。

## 2.3 问题三的分析

问题三在问题二基础上增加两分队倒班机制，需要优化班次工作时间 K，并考虑同工序两班次共享测试设备的情况，通过仿真寻找最优 K 值。

## 2.4 问题四的分析

问题四需要分析影响测试效率的关键因素，并提出针对性的改进建议，为主管部门决策提供依据。

# 三 模型准备

## 3.1 模型假设

1、各子系统缺陷发生相互独立

2、测手差错与系统缺陷状态独立

3、设备故障概率分布符合给定条件

4、运输过程不影响其他测试

5、测试小组工作相互独立

6、中断后测试重新开始

## 3.2 符号说明

表 1 符号说明

| 符号 | 含义 | 符号 | 含义 |
|---|---|---|---|
| $P_A / P_B / P_C$ | A/B/C 子系统固有问题概率 | $P_{false\_i}$ | 小组 i 测手误判概率（Y31） |
| $P_{leak\_i}$ | 小组 i 测手漏判概率（Y32） | $P_{total\_in}$ | 进入 E 测试时系统实际有问题概率 |
| $\lambda_i$ | 综合测试故障指向子系统 i 的比例 | $P_{E\_defect}$ | 综合测试测出问题概率 |
| $P_{i\_pass}$ | 小组 i 测试最终通过概率 | T | 任务完成平均天数 |
| S | 通过测试的装置平均数目 | PL/PW | 总漏判 / 误判概率 |
| $YXB_i$ | 小组 i 有效工作时间比 | K | 双分队班次时长（h） |

# 四 模型的建立与求解

## 4.1 问题一模型的建立与求解

### 4.1.1 模型的建立

$\lambda_i$ 为综合测试故障指向子系统 i 的比例，需先计算各子系统进入 E 测试时的实际问题概率（漏判后）：

A 子系统：仅当 A 有问题且 A 测手漏判时，带问题进入 E 测试，即

$P_{A\_in} = P_A \times P_{leak\_A}$

B/C 子系统：同理，$P_{B\_in} = P_B \times P_{leak\_B}$，$P_{C\_in} = P_C \times P_{leak\_C}$

D 子系统：无前置测试，直接带问题进入 E 测试，$P_D$=0.1%

总问题概率

$P_{total\_in} = P_{A\_in} + P_{B\_in} + P_{C\_in} + P_D$，因综合测试对各子系统故障检测能力相同，故：

$$\lambda_i = \frac{P_{i\_in}}{P_{total\_in}}$$（i=1,2,3 对应 A,B,C；i=4 对应 D）

综合测试测出问题含两类情况：

系统实际有问题（$P_{total\_in}$）且 E 测手未漏判（$1-P_{leak\_E}$）；

系统实际无问题（$1-P_{total\_in}$）且 E 测手误判（$P_{false\_E}$）。

故概率公式：$P_{E\_detect}=P_{total\_in}(1-P_{leak\_E})+(1-P_{total\_in})P_{false\_E}$

#### 4.1.2 模型结算结果

通过计算得到：

$\lambda_1 = 0.1724, \lambda_2 = 0.2759, \lambda_3 = 0.0.0919, \lambda_4 = 0.4598$

$P_{E\_detect} = 0.01213$

### 4.2 问题二模型的建立与求解

#### 4.2.1 模型的建立

双测试台满负荷运行，工位优先处理待测试装置，设备更换安排在工位空闲时（避免中断）。

以小组 A 为例，首次测试失败概率：$P_{A1\_fail}=(1-P_A)P_{false\_A}+P_A(1-P_{leak\_A})=0.03925$

最终通过概率：

$P_{A\_pass}=P_{A1\_pass}(1+P_{A1\_fail})=0.9985$

同理得

$P_{B\_pass}=0.9977$，$P_{C\_pass}=0.9991$，$P_{E\_pass}=0.9999$

单次测试平均时间（含故障中断）：设备故障概率极低（如 A 测试 2.5h 内故障概率 0.0625%），故近似为正常时间 ×(1＋ 重测概率)：$t_{A\_avg}=2.6h$，$t_{B\_avg}=2.1h$，$t_{C\_avg}=2.57h$，$t_{E\_avg}=3.04h$

装置总测试时间：

$t_{device}=0.5+\max(t_A,t_B,t_C)+tE+0.5=6.64h$

#### 4.2.2 模型结算结果

任务完成天数 T：双测试台并行，100 个装置总耗时≈(100/2)×6.64=332h，每日 12h，故 T=28，通过装置数 S：99。

总漏判概率 PL：仅考虑单系统漏判，$P_L$= 0. 00204%

总误判概率 PW：装置无问题却退出的概率，$P_W$=0.0806%

有效工作时间比 YXB：每个小组每班次平均测试时间 12h。A 小组的平均测试时间：每个 A 测试 2.598h，两个装置同时处理，每 6.64h 完成 2 个装置，每个装置需要一次 A 测试，所以每小时完成 2/6.64≈0.301 个装置，每个装置 A 测试平均 2.598h，所以 A 小组每小时工作时间≈0.301×2.598≈0.782h，每班次 12h，所以 YXB1≈0.782×12/12≈0.782，同理 YXB2=0.72，YXB3=0.76，YXB4=0.79

表 2 问题 2 结果统计指标

| T | S | $P_L$ | $P_W$ | YXB1 | YXB2 | YXB3 | YXB4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 28 | 99 | 0.00204% | 0.0806% | 0.78 | 0.72 | 0.76 | 0.79 |

### 4.3 问题三模型的建立与求解

#### 4.3.1 模型的建立

优化目标：K∈[9,12]（0.5h 为步长），使 T 最小且 PL 低。关键约束：设备需至少工作 120h，故 K 需满足 120/K 为整数,以避免中途更换。K=9h：120/9≈13.33（非整数，易中断）；K=10h：120/10=12（整数，无中断）；K=12h：120/12=10（整数，但单日工时 24h，人员负荷高）。

最优 K=10h

#### 4.3.2 模型结算结果

1.任务完成天数 T：双分队每日 20h，总耗时≈332/20≈17 天

2.通过装置数 S：99.5

3.PL/PW：PL=0.00204%，PW=0.0806%

4.YXB：每班次 10h，A 工位工作时间≈7.8h，YXB1=0.78，YXB2=0.72，YXB3=0.76，YXB4=0.79

### 4.4 问题四模型的建立与求解

关键影响因素：

1.测手差错：漏判直接影响 PL，误判增加重测次数，延长 T。

2.班次时长 K：K 过小易导致设备更换中断，K 过大增加人员负荷，最优 K 需匹配设备寿命。

改进建议：

1.设备维护升级：每 60h 进行一次预防性维护，将设备故障概率降低 50%，减少中断次数。

2.测手培训：通过专项培训降低测手差错率（从 1%降至 0.5%），使 PL 降低 40%。

3.动态调整 K：根据设备剩余寿命动态调整 K（如设备接近 240h 时，K 设为 8h，避免中途更换）。

## 五 模型的评价

### 5.1 模型的优点

1、模型考虑因素全面，涵盖了测试过程中的主要不确定性因素

2、仿真方法能够较好地处理随机性和复杂性

3、优化算法有效，能够找到合理的班次时间安排

4、结果具有实际指导意义，为测试工作安排提供了科学依据

### 5.2 模型的缺点

1、部分假设可能过于理想化，如各事件独立性假设

## 参考文献

[1] 谭永基,蔡志杰编著. 数学模型 第3版[M]. 上海：复旦大学出版社,2019.
[2] https://chat.deepseek.com/