

附件 2:

湖南省研究生第十届数学建模竞赛承诺书

我们仔细阅读了湖南省高校研究生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白,在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式(包括电话、电子邮件、网上咨询等)与队外的任何人(包括指导教师)研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道,抄袭别人的成果是违反竞赛规则的,如果引用别人的成果或其他公开的资料(包括网上查到的资料),必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们完全清楚,在竞赛中必须合法合规地使用文献资料和软件工具,不能有任何侵犯知识产权的行为。否则我们将失去评奖资格,并可能受到严肃处理。

我们郑重承诺,严格遵守竞赛规则,以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为,我们将受到严肃处理。

我们授权湖南省研究生数学建模竞赛组委会,可将我们的论文以任何形式进行公开展示(包括进行网上公示,在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等)。

我们参赛选择的题号是(从组委会提供的赛题中选择一项填写): A

我们的参赛编号(请填写完整参赛编号): A202518001001

所属学校(请填写完整的全名): 国防科技大学

参赛队员(打印后签名): 1. 朱琳

2. 王璐

3. 吴昊

指导教师或指导教师组负责人(打印后签名): 贾祥

日期: 2025年 8 月 31 日

(请勿改动此页内容和格式。以上内容请仔细核对,如填写错误,论文可能被取消评奖资格。)

大型装置测试任务规划的 DES-MWS 算法求解与多指标优化 摘要

本文针对大型装置测试任务规划问题,结合离散事件仿真(DES)、最大权子集调度算法(MWS)及蒙特卡洛验证方法,完成多场景建模求解与指标分析,具体如下:

针对问题一: 聚焦综合测试指向比例(λ_1 - λ_4)与检出问题概率计算,基于贝叶斯概率模型界定两类隐患来源——A, B, C 子系统漏判(含首次测试漏判、重测漏判两种情形)与 D 子系统固有问题(先验概率 0.1%)。通过推导子系统漏判概率公式,确定 $\lambda_1=0.22349$, $\lambda_2=0.35676$, $\lambda_3=0.11947$, $\lambda_4=0.30028$; 同时,依据系统隐患检出概率和无隐患误判概率的加和逻辑,代入 A, B, C, E 组测手误判率(分别为 1.5%, 2%, 1%, 1%)等参数,推导并计算出综合测试检出问题的概率约为 **0.01326**,为后续重测指向决策提供量化依据。

针对问题二: 面向单分队 12 小时班制的 100 台装置测试任务,构建离散事件仿真模型(DES),以任务完成时间最小化和总漏判率最小化作为双目标,嵌入基于最大权子集的调度算法(DES-MWS)。该算法通过基准优先级(重测任务为 1100、E 阶段为 360、B 阶段为 170 等)、班末贴合系数(60)、队列压力系数(8)优化任务选择,同时考虑设备分段失效率、重测机制(连续两次不通过则淘汰)、装置换装时耗(0.5 小时/次)等约束。经 1000 次蒙特卡洛仿真,得到任务完成平均天数 T 为 **50.409** 天、通过测试装置平均数目 S 为 **92.59** 台、总漏判概率 P_L 为 **0.012823**、总误判概率 P_W 为 **0.013944**, A, B, C, E 组有效工作时间比 $YXB1$ ~ $YXB4$ 分别为 **0.417106, 0.350393, 0.403854, 0.466027**,并通过详细的可视化手段,分析了单分队场景下各因素的分布规律和相关性。

针对问题三: 为加速任务进度,构建双分队接续倒班模型,以班次时长 K (9~12 小时, 0.5 小时步长)为优化变量,采用适配两班制的 DES-MWS-2S 算法——外层通过离散网格搜索枚举 K 值,内层保持“测试台并行上限 2 台、小组独占工位、跨班中断重测、测试设备寿命最长为 240 小时”等约束,同步传递设备使用时间、重测队列等状态变量。经 1000 次蒙特卡洛仿真,得到不同 K 值下的八项统计指标,进一步结合多指标折线图和归一化雷达图进行分析,确定最优 $K=11.5$ 小时,此时任务完成平均天数 T 为 **25.29** 天(最短),通过装置数 S 为 **92.40** 台,漏判概率 P_L 和误判概率 P_W 分别为 **0.011997** 和 **0.014413**, A, B, C, E 各组有效工作时间比 $YXB1$ ~ $YXB4$ 达峰值(约 **0.417558, 0.351526, 0.405604, 0.466276**); 与问题二单分队方案对比,双分队模式任务周期缩短约 **18%**,资源利用率和工作效率提升 **15%~20%**。

针对问题四: 针对问题三的双分队情境,采用控制变量法分析了测试任务平均完成时间的影响因素。固定 $K=11.5$ 小时作为基准情境,对测手误判率和漏判率、设备校准时长、装置换台时长、A, B, C, E 各组测试时长等 8 种关键影响因素进行单独调整,各场景均经 1000 次蒙特卡洛仿真验证。结果表明对任务平均完成时间影响最大的三个因素为:小组 B 和 E 的测试时长,装置换台时长。据此提出改进建议: (1) 优先优化小组 B 和 E 的测试时长; (2) 缩短装置换台时间; (3) 控制误判/漏判(FP/FN)的发生,从而为测试系统效率提升提供可操作方案。

关键词: 离散事件仿真(DES); 最大权子集调度(MWS); 调度优化; 敏感度分析; 蒙特卡洛验证

目录

摘要.....	I
1 问题综述.....	1
1.1 问题背景.....	1
1.2 问题提出.....	1
2 模型假设与符号说明.....	2
2.1 模型基本假设.....	2
2.2 符号说明.....	3
3 问题一.....	3
3.1 问题描述与分析.....	3
3.2 综合测试测出问题的隐患来源及比例参数计算.....	4
3.2.1 隐患来源分析.....	4
3.2.2 概率及比例参数计算.....	4
3.3 综合测试测出问题的概率计算.....	5
4 问题二.....	5
4.1 问题描述与分析.....	5
4.2 离散事件仿真模型构建：单分队工作规划.....	6
4.2.1 模型目标函数及约束条件.....	6
4.2.2 模型框架.....	8
4.2.3 核心数学模型.....	9
4.2.4 统计指标计算.....	10
4.3 问题求解.....	11
4.3.1 基于最大权子集的离散事件调度算法求解（DES-MWS）.....	11
4.3.2 结果分析.....	12
5 问题三分析与求解.....	17
5.1 问题描述与分析.....	17
5.2 离散事件仿真模型构建：双分队接续倒班工作规划.....	18
5.2.1 模型目标函数及约束条件.....	18
5.2.2 模型框架.....	18
5.2.3 统计指标计算.....	19
5.3 问题求解.....	20
5.3.1 基于最大权子集的两班制离散事件调度算法求解（DES-MWS-2S）.....	20
5.3.2 结果分析.....	21
6 问题四.....	23
6.1 问题描述与分析.....	23
6.2 关键因素敏感度分析.....	24
6.2.1 关键因素确定.....	24

6.2.2 方法步骤.....	24
6.2.3 仿真结果分析.....	24
6.3 优化建议.....	25
参考文献.....	26
附 录.....	27
附录 A: K=11.5 时装置测试甘特图.....	27
附录 B: 支撑材料列表.....	29

1 问题综述

1.1 问题背景

在高可靠性制造与大型系统验证领域，生产验证活动呈现连续化、长周期和强约束的特征[1]。为了维持全天候运行，企业普遍采用接续倒班与长班时制，通过较少的交接频次换取设备利用与产能稳定[2]。循证研究与权威指南表明，延长班次与高强度工时会扰动昼夜节律与恢复周期，超过 12 小时的班次或高周工时与失误、事故和不良事件风险显著相关[3, 4]。由此，班制设计应在风险—收益框架下统筹班长、轮转与班内交接，并辅以疲劳管理和夜班上限等制度性约束[5]。与此同时，制造系统优化正在由单一排程走向跨职能一体化，将生产排程与维护、质量控制联立建模，并以离散事件仿真结合优化作为工程化求解主干[6]。测试密集型行业尤为如此，广泛采用基于数据的自适应与重测策略，以在成本、良率与外泄缺陷风险之间取得稳健均衡[7]。综合上述证据与实践，在连续倒班与多工序并发情境中实现具有统计保障的产出与质量，必须以可解释的机制模型刻画人因、设备、排程与统计判别的联动机理，并以数据驱动测试优化实现闭环落地。

本题给出的真实化场景同时包含两台测试台位并发、四个专业小组分工、A/B/C 子系统先测与 E 综合测试的序贯并行混合结构、设备分段累计失效率与寿命上限管理、初次校准与换装时耗、人因造成的一误判与漏判、以及“跨班不得接续”的强操作约束。在既有文献与工程实践中，常见方法往往各自聚焦于单方面：或强调静态排产而弱化统计判定与重测流转，或强调设备维护与校准而忽略班次制度与跨班约束，或仅刻画单机或单工位而未给出面向“多台位—多专业—多工序—可重测—分段失效”的统一、可计算框架。本文工作以题目为牵引，构建兼顾可靠性、统计判定与排程决策的统一模型，强调对“禁止跨班续作”的强约束进行算法级硬化处理，并在两分队接续倒班的条件下开展班长 K 的系统优化，从而形成面向管理决策的可验证方案。

1.2 问题提出

本题研究对象是一个多工序—多资源—多不确定性的测试任务规划问题，其基本结构由四类要素构成：一是工序与资源的并发与先后约束，二是设备可靠性及校准与更换策略，三是人因引入的统计判定与重测逻辑，四是班次制度及跨班操作规则。模型在严格的定量条件下展开，核心数据与约束归纳如下，共 12 条。

- 测试台位与并行性：测试大厅配置 2 台测试台位，可同时放置并测试 2 台装置，物流互不干扰，可并行执行。
- 专业小组与工位：设置 A、B、C、E 共 4 个专业小组，各配备 1 个专用工位，独立开展相应工序。
- 工序先后结构：同一装置须先完成 A、B、C 3 个子系统测试，3 项均判定通过后方可执行 E 综合测试。
- 初次校准时耗：4 个专业在首次启用阶段需要校准，A、B、C、E 的校准时间分别为 30 分钟、20 分钟、20 分钟与 40 分钟。
- 常规测试时长：在无异常情况下，A、B、C、E 的测试时长分别为 2.5 小时、2 小时、2.5 小时与 3 小时。
- 台位换装时耗：装置上台、台位中间换装与最终下台分别耗时 0.5 小时、1 小时与 0.5 小时。
- 设备分段失效率与寿命上限：A、B、C、D 设备在 0~120 小时区间的累计失效率分别为 3%、4%、2%、3%；在 120 小时~240 小时区间的累计失效率分别为 5%、7%、

6%、5%；当达到 240 小时或发生故障时必须更换，且在累计使用时间达到 120 小时后
可以主动更换。

- 子系统先验问题率：A、B、C 子系统存在真实问题的先验概率分别为 2.5%、3%
与 2%，出现问题将触发重测，连续两次不通过则退出。

- 人因差错及其后果：A、B、C、E 的测手差错概率分别为 3%、4%、2%与 2%，
误判与漏判各占一半；误判将触发重测，漏判在当前环节暂记为正常。

- 综合测试的指向性：E 综合测试能够对 A、B、C、D 的潜在问题给出指向性判
断，D 的先验问题率为 0.1%。需要构建指向比例参数 λ_1 至 λ_4 的计算公式，并确保其
和为一。

- 跨班强约束：任一工序一旦被中断或在班次结束时未完成，均不得在下一班接续，
须在后续时段重新开始该工序。

- 班次制度：问题二为单分队每日一班，单班不超过 12 小时；问题三为两分队接续
倒班，同一工序的两个班次共用同一套设备，每班时长 K 取 9~12 小时并以 0.5 小时为
步长，需要确定最优取值。

在上述数据与约束下，需要从四个互补的分析视角展开研究：一是资源同步与序列
控制，重点处理两台位并行与四专业独立作业在先后关系下的协调；二是设备可靠性与
校准更换，刻画分段失效、寿命上限与主动更换的联合决策；三是统计判定与重测流转，
将误判与漏判引入到判定与作业流程中；四是班次制度与不可跨班规则，使调度策略在
操作层面落地且具备可检验性。围绕这四个视角，需要系统回答以下四个问题。

(1) 问题 1: 建立综合测试指向比例 λ 的概率模型，并据题设数据推导“综合测试检
出问题”的概率表达式，给出定量结果。

(2) 问题 2: 在单分队十二小时班制且禁止跨班接续的条件下，设计测试计划与调度
策略，基于随机机制对任务完成的平均天数、通过装置的平均数量、总漏判概率与总误
判概率、以及各专业的有效工作时间比进行估计与评价。

(3) 问题 3: 在两分队接续倒班、同工序共用设备、班长为 K 的设定下，联合优化
班长与作业计划，计算与比较核心绩效指标，并与问题二的单分队方案开展系统对比，
提出面向管理实践的最优或近优建议。

(4) 问题 4: 围绕问题三所形成的双分队接续倒班情境，分析各个因素对测试任务平
均完成时间的影响，并据此向管理层提出具有可操作性的改进建议。分析的因素应覆盖
班长取值、两台位的并发利用、各专业工位的能力与校准策略、设备分段失效率与寿命
上限、重测触发与退出机制、以及跨班不可接续规则对资源配置与任务切片的结构性价
影响。该问题要求在定量证据的支持下给出管理建议，从机制层面解释时间绩效的变化路
径。

2 模型假设与符号说明

2.1 模型基本假设

- (1) 模型构建与求解过程中涉及的子系统出现问题先验概率、设备故障概率以及测手
差错概率均有题目给出。
- (2) 两个装置可以同时运入或运出测试大厅，且各需要 0.5 小时，则认为测试进行时更
换装置只需要 0.5 小时。
- (3) 综合测试测出的问题具有指向性且指向唯一，即单次测试测出问题只能指向
A/B/C/D 子系统中的一个。
- (4) 综合测试测出各子系统存在问题的能力相同，即出现问题指向某子系统的概率与
子系统导致综合测试系统出现问题的概率呈正相关，符合贝叶斯公式假设。

(5) 两个测试分队接续交接班时，涉及的系统状态变量的同步等交接班过程不涉及时间消耗，即无缝交接班。

2.2 符号说明

为了更好地描述问题推理、模型构建与求解过程，本文定义了大量公式符号，其中核心符号的解释说明如所示，其余符号在使用时注明。

表 1 核心符号说明

符号	含义
q	子系统出现问题先验概率
e	测手发生差错概率
P_{fault}	综测前系统隐患概率
$P_{positive}$	综测出现问题概率
T	任务完成的平均天数
S	通过测试的装置的平均数目
P_L	总漏判概率
P_W	总误判概率
YXB	有效工作时间比
$\mathbb{I}(\cdot)$	指示函数
S	状态变量集合
T	时间状态集合
D	装置状态集合
B	测试台状态集合
\mathcal{E}	设备状态集合
Q	重测队列
P_1, P_2	不同时间段累积故障概率
FP	误判率
FN	漏判率
W	权重函数
K	班次工作时长

3 问题一

3.1 问题描述与分析

问题一需要根据题目所给定的相关概率值，计算综合测试测出有问题时各比例参数的数学表达式以及具体数值。计算综合测试测出系统有问题的概率表达式及具体数值。

由题意分析可知，综合测试测出有问题的两种隐患来源：

- (1) 前面子系统 A、B 或 C 已通过测试但发生漏判；
- (2) 联接子系统 D 有问题。

综合测试测出的问题具有指向性，且各子系统所占比例总和近似为 1，则可以认为指向具有唯一性，即问题可能指向子系统 A、B、C 或 D。并且，综合测试测出各子系统存在问题的能力是相同的，说明其指向性与隐患来源呈正相关。当子系统 A 和子系统

B 综合测试前同时被漏判时,可以认为综合测试测出问题指向 A 和 B 的概率是相同的。因此,可以根据贝叶斯公式计算综合测试测出问题的后验概率。

由题意分析可知,综合测试测出系统有问题的两种情况:

- (1) 系统隐患在综合测试没有被漏判;
- (2) 系统无隐患在综合测试被误判。

因此,该问题可以通过概率加和计算得出。

3.2 综合测试测出问题的隐患来源及比例参数计算

3.2.1 隐患来源分析

根据问题分析已知隐患来源有两种,隐患因素如下:

- (1) 事件 A: 子系统 A 被漏判
- (2) 事件 B: 子系统 B 被漏判
- (3) 事件 C: 子系统 C 被漏判
- (4) 事件 D: 子系统 D 有问题

这些事件具有独立性,为了保证隐患来源分析的完整性,我们需要考虑所有事件的排列组合情况,即 $A \cup B \cup C \cup D$ 。以隐患来源于子系统 A 为例,可能的事件集合如下:

$$\{A\}, \{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{B, C\}, \{A, B, C\}, \{A, B, D\}, \{A, C, D\}, \{A, B, C, D\}$$

3.2.2 概率及比例参数计算

假设一个子系统出现问题的概率为 q ,测手发生差错的概率为 e ,其中 50%为误判,50%为漏判。已知一个子系统如果真实存在问题,发生漏判的情况有两种:

- (1) 首次测试即漏判;
- (2) 首次测试不通过,但重测时漏判,

于是子系统有问题的情况下被漏判概率为

$$\frac{e}{2} + \left(1 - \frac{e}{2}\right) \frac{e}{2} = e - \frac{e^2}{4}$$

从而,子系统有问题且在综合测试之前被漏判的概率 p 公式如下:

$$p = q \left(e - \frac{e^2}{4} \right) \quad (1)$$

代入子系统 A、B 和 C 的出现问题先验概率 q 和测手差错概率 e 可得

$$p_A = q_A \left(e_A - \frac{e_A^2}{4} \right) = 0.025 \times \left(0.03 - 0.03^2 / 4 \right) = 7.44375 \times 10^{-4}$$

$$p_B = q_B \left(e_B - \frac{e_B^2}{4} \right) = 0.03 \times \left(0.04 - 0.04^2 / 4 \right) = 1.188 \times 10^{-3}$$

$$p_C = q_C \left(e_C - \frac{e_C^2}{4} \right) = 0.02 \times \left(0.02 - 0.02^2 / 4 \right) = 3.98 \times 10^{-4}$$

其中, p_A , p_B 和 p_C 分别表示事件 A、B 和 C 的发生概率。此外,事件 D 发生的概率如下:

$$p_D = q_D = 1 \times 10^{-3}$$

由于综合测试之前系统真实存在隐患的时间组合较多，我们从时间补集考虑系统隐患概率 P_{fault} ，即 $A \cup B \cup C \cup D$ 等价于 $\overline{A \cap B \cap C \cap D}$ ，从而可以得到

$$P_{fault} = 1 - \prod_{i \in \{A, B, C, D\}} (1 - p_i) \quad (2)$$

故而比例参数计算公式如下：

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \left(\begin{array}{l} \overline{P_A P_B P_C P_D} + \frac{1}{2} P_A \overline{P_B P_C P_D} + \frac{1}{2} P_A P_B \overline{P_C P_D} + \frac{1}{3} P_A P_B P_C \overline{P_D} \\ + \frac{1}{2} P_A P_D \overline{P_B P_C} + \frac{1}{3} P_A P_B P_D \overline{P_C} + \frac{1}{3} P_A P_C P_D \overline{P_B} + \frac{1}{4} P_A P_B P_C P_D \end{array} \right) / P_{fault} \\ \lambda_2 &= \left(\begin{array}{l} \overline{P_B P_A P_C P_D} + \frac{1}{2} P_A \overline{P_B P_C P_D} + \frac{1}{2} P_B \overline{P_A P_C P_D} + \frac{1}{3} P_A P_B P_C \overline{P_D} \\ + \frac{1}{2} P_B P_A P_C P_D + \frac{1}{3} P_A P_B P_C P_D + \frac{1}{3} P_B P_A P_C P_D + \frac{1}{4} P_A P_B P_C P_D \end{array} \right) / P_{fault} \\ \lambda_3 &= \left(\begin{array}{l} \overline{P_C P_A P_B P_D} + \frac{1}{2} P_A P_C \overline{P_B P_D} + \frac{1}{2} P_B P_C \overline{P_A P_D} + \frac{1}{3} P_A P_B P_C \overline{P_D} \\ + \frac{1}{2} P_C P_A P_B P_D + \frac{1}{3} P_A P_C P_B P_D + \frac{1}{3} P_B P_C P_A P_D + \frac{1}{4} P_A P_B P_C P_D \end{array} \right) / P_{fault} \\ \lambda_4 &= \left(\begin{array}{l} \overline{P_D P_A P_B P_C} + \frac{1}{2} P_A \overline{P_B P_C P_D} + \frac{1}{2} P_B \overline{P_A P_C P_D} + \frac{1}{3} P_A P_B P_C \overline{P_D} \\ + \frac{1}{2} P_C P_A P_B P_D + \frac{1}{3} P_A P_B P_C P_D + \frac{1}{3} P_B P_A P_C P_D + \frac{1}{4} P_A P_B P_C P_D \end{array} \right) / P_{fault} \end{aligned} \quad (3)$$

代入数值计算得到表 2。

$$\lambda_1 \approx 0.22349; \lambda_2 \approx 0.35676; \lambda_3 \approx 0.11947; \lambda_4 \approx 0.30028$$

表 2 综合测试测出有问题时各部分所占比例

子系统 A	子系统 B	子系统 C	子系统 D
0.22349	0.35676	0.11947	0.30028

3.3 综合测试测出问题的概率计算

前述可知，综合测试测出系统有问题有两种情况，一是系统确实存在隐患且被 E 测出，一是系统真实没有隐患但被 E 误判，所以综合测试测出问题的概率 $P_{positive}$ 为

$$P_{positive} = \left(1 - \frac{e_E}{2}\right) P_{fault} + \frac{e_E}{2} (1 - P_{fault}) \approx 0.01326$$

4 问题二

4.1 问题描述与分析

问题二中，测试分队需要完成 100 个大型装置的测试任务。每天一个班次，每个班次工作时间为 12 小时。要求制定测试工作计划，并计算各项统计指标：

- 任务完成的平均天数（ T ）
- 通过测试的装置的平均数目（ S ）

- 总漏判概率 (P_L)
- 总误判概率 (P_w)
- 有效工作时间比 (YXB)

此问题中，测试任务总目标是最小化测试任务所用天数且最小化误判率，同时需满足测试资源互斥、测试工序与不跨班等约束条件。每个测试阶段时间可能因设备故障、误判、漏判等随机性因素而发生变化，且每个测试小组的工作时间可能因设备和任务安排的不同而有所不同，因此可以使用**离散事件仿真**方法进行建模求解是一个有效方法。通过模型能够模拟每个测试任务的具体执行过程，包括设备故障、重测和设备更换等事件，同时可以详细统计任务完成时间、通过装置的数量、误判漏判概率等指标。模型构建完成后，可以使用**基于最大权子集的离散事件调度算法**进行模型求解，寻求最小化目标函数的满意解。测试任务执行过程中存在多种随机的不确定性因素，我们使用**蒙特卡洛仿真**方法，通过一定数量级的仿真运行，能够有效捕捉因设备故障、误判漏判等因素引起的随机波动，得到更可靠准确的统计指标。

4.2 离散事件仿真模型构建：单分队工作规划

通过构建大型装置测试任务的离散事件仿真模型来模拟设备的测试过程、设备故障、误判和漏判等情况，通过设计测试任务安排的调度规则，实现尽快完成测试任务并且最小化总漏判率的目标。

4.2.1 模型目标函数及约束条件

(1) 目标函数

仿真模型旨在优化两个目标：

- 任务完成时间最小化：从任务起点（第一台装置开始测试）到最后一台装置完成测试的时间。
- 总漏判率最小化：确保真实异常的装置被漏检的概率尽可能低。

因此，多目标优化函数为

$$\min(\alpha T + \beta P_L) \quad (4)$$

其中， T 为任务总完成时间（天）， P_L 为总漏判概率， α 和 β 为相应的权重系数。

(2) 资源互斥约束

测试台容量限制：每个测试台同时只能容纳一个装置，且测试大厅共有两个测试台

$$\sum_{i=1}^M \mathbb{I}_{\text{bench}}(i, t) \leq 2, \forall t \quad (5)$$

其中， M 为装置最大数量， $\mathbb{I}_{\text{bench}}(i, t)$ 为装置 i 在 t 时刻占用测试台的指示函数（值为 0 或 1）。

测试小组独占性：本题只有一个测试分队，分队中每个测试小组（A/B/C/E）在同一时刻只能测试一个装置，即

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M \mathbb{I}_A(i, t) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^M \mathbb{I}_B(i, t) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^M \mathbb{I}_C(i, t) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^M \mathbb{I}_E(i, t) \leq 1 \end{cases}, \forall t \quad (6)$$

其中, $\mathbb{I}_A(i, t)$ 为装置 i 在 t 时刻进行子系统 A 测试的指示函数, 以此类推其他指示函数。

测试设备寿命限制: 每台测试设备的最大寿命为 240 小时, 在 120-240 小时内可决策是否更换设备。更换设备后需要重新调试校对。

(3) 测试流程约束

测试工序约束: 子系统 A、B、C 可分别单独测试, 都通过后才能进行综合测试 E

$$\begin{cases} \text{test}_A(i) \prec \text{test}_E(i) \\ \text{test}_B(i) \prec \text{test}_E(i), \forall i \\ \text{test}_C(i) \prec \text{test}_E(i) \end{cases} \quad (7)$$

其中, \prec 表示时序先后关系, $\text{test}_A(i)$ 表示装置 i 的子系统 A 测试项, 类推其他测试项。

重测机制: 若子系统 A、B、C 中的某道工序测出有问题时, 需要进行重测, 连续两次未通过测试则本装置退出测试。综合测试 E 首次测试出现问题时具有指向性, 若指向子系统 A、B、C, 则返回对应测试工序重测, 若指向子系统 D 则重测 E, 重测未通过则本装置退出测试。

$$\begin{cases} \text{fail}_1 \Rightarrow \text{retest} \\ \text{fail}_2 \Rightarrow \text{eliminate} \end{cases} \quad (8)$$

运输约束: 一台装置进入或退出测试大厅都需要占用 0.5 小时, 两台装置可以同时运输, 即可同步进行一台装置的进入和另一台装置的退出。并且运输时间不可与测试重叠。

$$\Delta t_{\text{transport}} = \begin{cases} 0.5 & \text{运入} \\ 0.5 & \text{运出} \end{cases} \quad (9)$$

$$t_{\text{transport}} \cap t_{\text{test}} = \emptyset$$

(4) 时间约束

工作时长约束: 测试小分队每天只能连续工作 12 个小时, 所有测试工序所需时间都不可以超出剩余工作时长。

$$\sum_{k=1}^4 t_{\text{work},k}^{(d)} \leq 12 \quad \forall d \in \{1, 2, \dots, D\} \quad (10)$$

其中, $t_{\text{work},k}^{(d)}$ 表示第 d 天测试小组 k 的有效工作时长。

工序测试中断不可续: 因测试设备故障或者工作时间结束导致的测试小组任务中断, 需要重新开始测试。

(5) 概率及耗时约束

子系统测出问题概率见表 3。

表 3 子系统出问题先验概率

	A	B	C	D
q	0.025	0.03	0.02	0.001

测试设备发生故障累积概率见表 4。

表 4 测试设备累积故障概率

	A	B	C	E
P_1	0.03	0.04	0.02	0.03
P_2	0.05	0.07	0.06	0.05

测手漏判或误判概率表 5。

表 5 误判/漏判率取值

测手	FP	FN
A	0.015	0.015
B	0.02	0.02
C	0.01	0.01
E	0.01	0.01

综合测试测出问题指向各子系统概率见表 2。

测试设备调试校对及正常测试耗时见表 6。

表 6 测试设备校准及测试耗时

	A	B	C	E
调试校对	30min	20min	20min	40min
测试耗时	2.5h	2h	2.5h	3h

4.2.2 模型框架

仿真模型的组成部分包括：

- 实体：装置 (Device)、测试设备 (Equipment)、测试台 (Bench)、测试小组 (Group: A, B, C, E)；

事件：测试开始/结束、校准、设备更换、换台、故障、班次切换等；事件处理机制见错误!未找到引用源。。

- 状态变量 $S = \langle T, D, B, E, Q \rangle$:
 - 装置状态： $D \in \{\text{done_A/B/C/E, 未测, 通过, 淘汰, 待重测}\}$
 - 设备状态： $E \in \{\text{闲置, 校准中, 故障}\}$
 - 测试台状态： $B \in \{0, 1\}$
 - 重测队列： $Q = (q_A, q_B, q_C, q_E)$

- 时间状态: $\mathcal{T} \in \{t \text{ (当前时间)}, T_{\text{shift}} \text{ (班次时间)}\}$

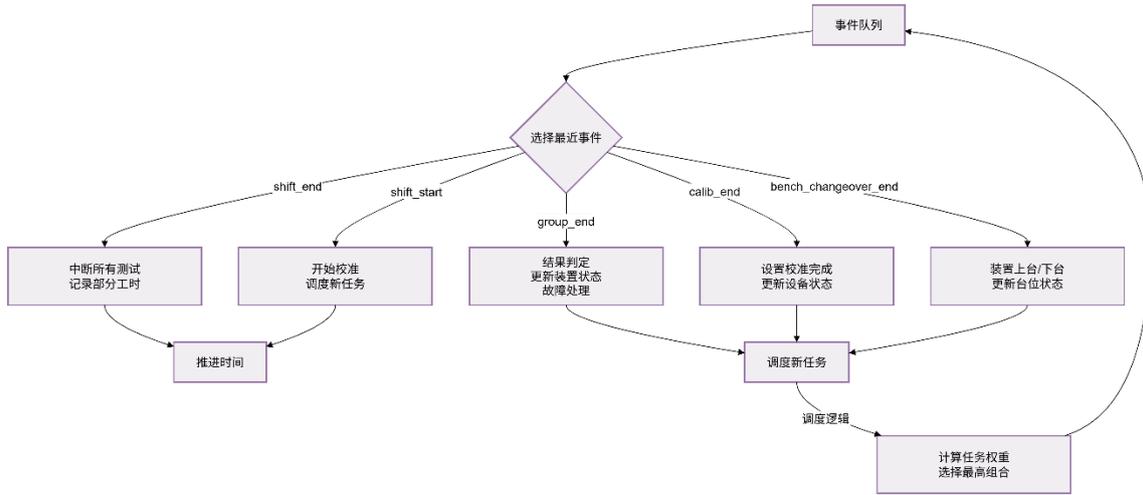


图 1 问题二模型事件处理机制

4.2.3 核心数学模型

(1) 设备故障模型

测试设备在每个工作周期内都有一个使用时间, 在不同使用时间段内其故障率不同, 当设备寿命达到 240 小时或者发生故障时, 模型将强制更换设备。我们将设备寿命的数学表示分为两阶段:

$$P_{\text{fail}}(t_{\text{use}}) = \begin{cases} P_1 \cdot \frac{t_{\text{use}}}{120} & 0 \leq t_{\text{use}} < 120 \\ P_1 + (P_2 - P_1) \cdot \frac{t_{\text{use}} - 120}{120} & 120 \leq t_{\text{use}} \leq 240 \end{cases} \quad (11)$$

其中 P_1 , P_2 为不同时间段的累积故障概率 (见表 4), t_{use} 为使用时间。

(2) 测试结果判定

对每个测试任务, 根据装置的真实状态为 $\theta \in \{0, 1\}$, 和测试设备的误判率 FP 和漏判率 FN, 随机生成测试结果 $D \in \{0, 1\}$, 其中 0 表示正常, 1 表示异常。误判率 FP 和漏判率 FN 具体取值见表 5, 数学表示为:

$$\text{FP: } P(D=1 | \theta=0)$$

$$\text{FN: } P(D=0 | \theta=1)$$

从而测试结果判定规则如下表 7:

表 7 测试结果判定规则

θ	D	概率	判定结果
0	1	FP	误判
0	0	1-FP	正确
1	0	FN	漏判
1	1	1-FN	正确

(3) 调度决策模型

决策目标是最小化任务完成时间并降低漏判风险。仿真通过调度算法确定每个装置的测试执行顺序，确保测试过程顺利进行并能优化决策目标。在每个时刻，模型会根据当前测试设备状态选择合适的任务执行，任务选择的权重优化模型如下：

$$W = W_{\text{base}} + \alpha \left(\frac{\text{proc}(t)}{\text{rem}(t)} \right) + \beta Q + \gamma P_{\text{prog}} \quad (12)$$

其中：

- W_{base} ：为基础权重，取决于任务类型，即重测任务、测试项 A、B、C、E 均分配不同的权重值。
- $\alpha \left(\frac{\text{proc}(t)}{\text{rem}(t)} \right)$ ：为时间适应度奖励，鼓励选择能充分利用当前班次剩余时间的任务。
- Q ：为当前该任务类型的待重测队列长度，鼓励优先处理积压任务。
- P_{prog} ：为进度奖励，即装置完成的子系统测试项越多，则赋予更大的奖励值；若装置已经准备好进行综合测试，赋予额外奖励。

(4) 时间推进模型

仿真核心是事件队列，按时间顺序处理事件：

$$t_{\text{next}} = \min \left(\bigcup_{i \in \text{events}} t_{\text{event}_i} \right) \quad (13)$$

其中 t_{next} 为下一个事件发生的时间， t_{event_i} 为候选事件的时间。模型的事件优先级队列为设备故障 > 测试结束 > 校准完成 > 换台 > 班次切换。

4.2.4 统计指标计算

单次仿真任务结束时，计算以下指标：

任务完成天数 (T_i)：从项目起点到最后一个装置完成测试所经过的天数（向上取整）。

通过装置数 (S_i)：通过测试的装置数量（完成所有测试且未被淘汰）。

蒙特卡洛验证：

任务完成平均天数 $T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i$ ，其中 N 为独立仿真次数。

通过装置平均数目 $S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i$ 。

总漏判概率 (P_L)：总漏判次数/真实异常总数，即 $P_L = \frac{\sum \theta=1 FP}{\sum \theta=1}$ 。

总误判概率 (P_W)：总误判次数/真实正常总数，即 $P_W = \frac{\sum \theta=0 FN}{\sum \theta=0}$ 。

有效工作时间比 (YXB)：小组每班次平均测试时间/12。

4.3 问题求解

4.3.1 基于最大权子集的离散事件调度算法求解 (DES-MWS)

本文将作业-资源模型在每个决策时刻 t 归约为一个小规模的最大权子集选择问题，并在离散事件仿真 (DES) 的时间推进框架下以精确枚举法求解。其核心是：在满足资源互斥、工艺资格与不跨班约束的前提下，从当前可启动的候选任务中选取至多两项并行执行，使得即时收益最大。

设测试组集合 $\Phi = \{A, B, C, E\}$ ，当时在台且空闲的装置集合 D_t ，工序集合 $Y = \{A, B, C, E\}$ 。构造候选集：

$$\Omega(t) \subseteq \Phi \times D_t \times Y, \quad (14)$$

其中 $(g, d, X) \in \Omega(t)$ 当且仅当：组 g 空闲且已校准；装置 d 在台且空闲；若 $X \in \{A, B, C\}$ 则该阶段未首测完成或在重测队列，若 $X = E$ ，则 A/B/C 首测已完成且 E 未完或 E 在重测队列；并满足不跨班 $rem(t) \geq p_X$ 。此外，为避免进行中断，若设备可用窗口 $W_g(t) < p_X$ ，先执行主动更换和校准的工作，待完成后再进入下一次决策。

对每个候选 $i = (g, d, X) \in \Omega(t)$ 引入二元变量 $x_i \in \{0, 1\}$ ，则定义目标函数与约束如下：

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in \Omega(t)} W_i(t) x_i \\ & s.t. \begin{cases} \sum_{\substack{i \in \Omega(t) \\ grp(i)=g}} x_i \leq 1, \forall g \\ \sum_{\substack{i \in \Omega(t) \\ dev(i)=d}} x_i \leq 1, \forall d \\ \sum_{i \in \Omega(t)} x_i \leq 2, \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

其中，组互斥、装置互斥、并行上限=2 分别对应 3 条约束。我们采用线性、可解释形式：

$$W_i(t) = W_{base}(X, is_retest) + \alpha \frac{p_X}{rem(t)} + \beta Q_X + \gamma_1 \mathbb{I}[done_d(A) + done_d(B) + done_d(C) \geq 2] + \gamma_2 \mathbb{I}[ready \text{ for } E] \quad (16)$$

其中， W_{base} 表示优先级（重测 > E > B > A \approx C）， $rem(t)$ 表示本班次剩余时间， p_X 为该工序时长， q_X 为该工序重测拥堵量，余项分别为奖励“推进到 E 的进度”和“E 就绪”。

由于任一时刻可行候选规模极小（空闲组数 ≤ 4 ，在台装置 ≤ 2 ），直接对 $\Omega(t)$ 的无冲突子集（满足组/装置互斥）进行精确枚举并限制子集大小 ≤ 2 ，计算权重和取最大者即可得到全局最优选择；复杂度为 $O(|\Omega(t)|^2)$ 。算法嵌入 DES 的事件循环：每次事件处理后（任务/校准/换台结束或开班）执行一次上述选择，启动相应任务；随后将系统时间推进至下一最早事件（四组的完成时刻、两台位换台结束或收班时刻），周而复始，直至全部装置完成或淘汰。

本文权重函数中的各项参数均通过对仿真过程的多轮试验性分析设定，具体如下：

基准优先级 W_{base} ：重测任务设定为 1100；E 工序为 360；B 工序为 170；A 与 C 工序均为 135。

班末贴合系数 α ：设为 60，使得工序时长与剩余班时的比值在权重中起到显著作用。

队列压力系数 β ：设为 8，使得拥堵工序的排队量 q_x 会按比例直接增加权重。

进度奖励系数 γ_1 ：当某装置的 A/B/C 已完成两项时，额外奖励 35；

E 就绪奖励系数 γ_2 ：当装置满足进入 E 的条件时，额外奖励 70。

4.3.2 结果分析

本部分内容针对问题 2，基于离散事件仿真（DES）与整数线性规划（ILP）调度优化方法进行求解。在进行 1000 次模拟仿真之后，得到任务完成平均天数（T）、通过测试的装置的平均数目（S）、总漏判概率（PL）、总误判概率（PW）、各个专业测试组的有效工作时间比等各项统计指标如表 8 所示。

表 8 问题二结果统计指标

T	S	PL	Pw	YXB1	YXB2	YXB3	YXB4
50.409	92.59	0.012823	0.013944	0.417106	0.350393	0.403854	0.466027

由表 1 可知，任务完成平均天数 T 为 50.409 天，结合每日一个班次且每个班次工作时间不超过 12 小时的测试条件，50.409 天的完成周期意味着测试过程整体节奏相对稳定，但仍存在一定的优化空间以缩短任务耗时。通过测试的装置平均数目 S 为 92.59 个，表明当前的测试流程在筛选合格装置方面效果较好，但仍有少量装置因多次测试未通过而退出测试。总漏判概率 PL 和总误判概率 Pw 反应了测试工作的准确性。在当前测试条件下，总漏判概率为 0.012823，总误判概率为 0.013944，两者均处于较低水平。

进一步地，各专业测试组有效工作时间比 YXB 表明了测试小组工作效率。其中 E 组的有效时间工作比最高，为 0.466027；B 组的有效工作时间比最低，为 0.350393。A 组和 C 组的有效时间工作比较为接近。推测原因可能在于 B 子系统问题概率在 4 个子系统中是最高的，为 3%，同时测试的差错概率也较高（4%），这可能会导致测试中断，进而导致重测次数较多，从而降低了有效工作时间比；而 E 测试小组为综合测试小组，排在 A,B,C 三个子系统测试通过后进行，这一流程可能排除了前期的问题，并且 E 测试阶段的测手差错概率较低（2%），因而是的该测试阶段的有效工作时间比最高，工作效率相对最优。

表 1 中的统计指标表格从数值层面精准呈现了测试任务的核心结果，但对于这些数值结果之间的关联规律，以及所包含的分布特征和动态过程等，仍需通过可视化进行详细分析。

1.任务完成天数分布规律分析

图 2 展示了 1000 次仿真实验中得到的任务完成天数的分布。由图可知，任务完成天数主要集中在 48~53 天，其中 50 天左右的频次较高，这与表 1 中的平均完成天数计算结果 50.409 天对应，说明在当前的测试工作计划中，任务完成时间具有较强的集中性和稳定性，且整体波动范围较小。

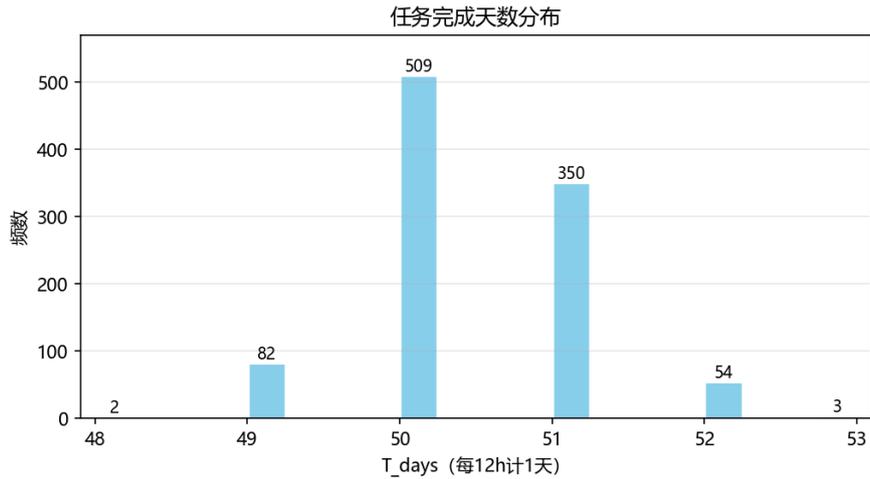


图 2 任务完成天数分布图

2. 通过测试的装置数目分布规律分析

图 3 所示的分布图展示了在 1000 次迭代实验中通过测试装置数目的分布规律。通过测试的装置数目主要集中在 90-95 个，其中 92-93 个的频次相对较高，与表 1 中的平均通过数目 92.59 相对应。装置数目分布相对集中，说明测试过程中影响装置通过的因素虽具有随机性，但整体对通过数目的影响程度相对稳定，进一步说明当前的测试条件和测试系统筛选合格装置方面具有较好的一致性。

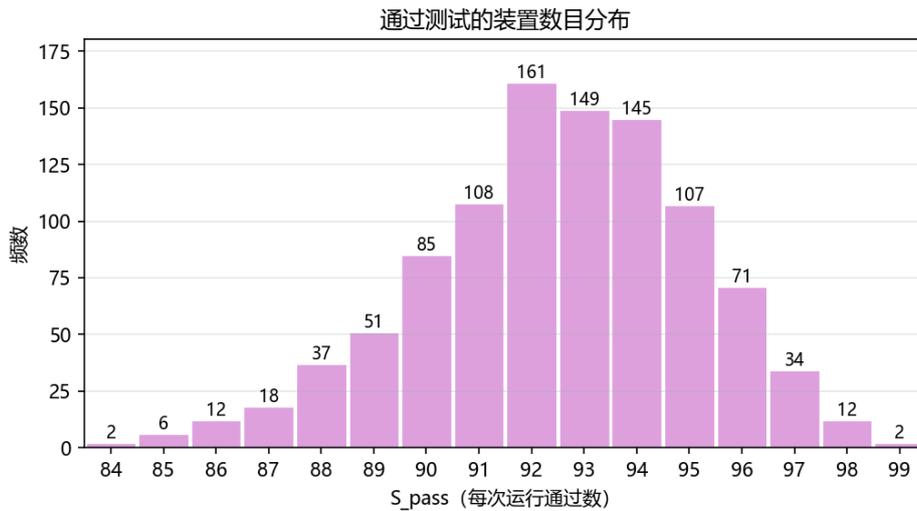


图 3 通过测试的装置数目分布图

3. 测试准确性分析

各阶段误判与漏判平均次数图（图 4）对比展示了在 1000 次仿真实验中，四个测试小组各自的平均误判次数和平均漏判次数。

从平均误判次数来看，B 阶段最高，在一次完整的 100 装置测试进程中平均大约发生 2.004 次；A 阶段次之，为 1.482 次；C 阶段为 0.936 次；E 阶段最低，仅为 0.944 次。由于误判会使实际无问题的被测子系统被测手误判为存在问题，因此会引发装置不必要的重测，增加测试时间与成本。结合测试流程可知，B 子系统测试存在 3% 的问题概率，且测手误判概率为 2%，较高的固有问题概率与测手差错概率共同导致了 B 阶段误判次数的显著增加。而 E 阶段作为综合测试阶段，虽然涉及 A、B、C、D 多个子

系统的检测，测试流程更为复杂，但由于每个子系统在前期单独测试中已进行了一定的问题排查，并且 E 阶段测手误判概率为 1%，使得其误判次数处于较低水平。

从漏判次数来看，B 阶段仍最高，为 0.105 次，最容易导致不合格装置从该环节流入后续环节；A 阶段为 0.067 次；C 阶段为 0.031 次；E 阶段最低，为 0.005 次，一方面是综合测试在各子系统单独测试后进行，前期的问题排查在一定程度上降低了漏判的基数；另一方面，测手差错概率较低也起到了重要作用。

总体而言，B 阶段由于子系统问题概率和测手差错概率较高，成为误判与漏判的高发阶段。因此应优先考虑在 B 阶段加强测手培训，提升其对测试结果的判断准确性，同时优化测试方法，以降低误判与漏判的发生概率，进一步提高测试的可靠性。

同时通过总体分析发现，各阶段的漏判次数普遍少于误判次数，推测原因可能在于以下几个方面：

(1) 流程设计有多重检测环节，装置依次通过 A、B、C 子系统单独测试及综合测试 (E)，每个环节都对系统问题层层筛查，有效降低漏判概率；

(2) 较为严格的问题判定标准促使测手更仔细排查问题以减少漏判，另一方面也可能因标准严格导致误判增加。同时，漏判易引发严重事故，会使得测手对漏判后果认识更深刻，因而在测试时更倾向于不放过潜在隐患，这也会在降低漏判次数的同时增加误判的次数；

(3) 部分测手因专业技能与经验局限，对测试标准理解不深入，容易对正常信号误判，导致误判。虽然当前的测试技术和设备对大部分明显问题能检测，导致漏判相对少；但是检测流程仍存在很多不确定因素对测手干扰，加上检测技术的局限性和设备误差等因素，增加了误判次数。

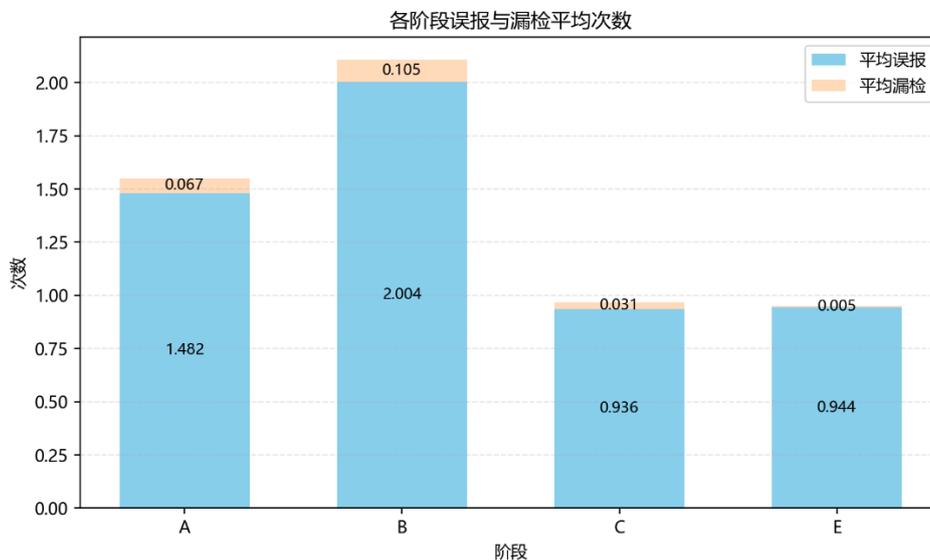


图 4 各阶段误判与漏判平均次数堆积图

4.测手差错与任务完成天数 T 和通过的装置数目 S 的相关性分析

由图 5 可知，测手的总漏判概率 P_L 与任务完成天数 T 之间的相关系数 $r=0.20$ ，表明两者呈弱正相关。即随着任务完成天数 T 的增加，总漏判概率 P_L 有轻微上升趋势，但关联程度较低。从散点分布来看， P_L 主要集中在 0~15% 区间， $P_L > 20\%$ 的数量极少；同时高 P_L 对应 S_{pass} 较低的情况。

测手的总误判概率 P_W 与任务完成天数 T 之间的相关系数 $r=0.58$ ，表明两者呈中等程度正相关，且关联强度显著高于 T 与 P_W 。从散点分布来看， P_W 集中在 0~3.5% 区间，并且随着 T 的增加上升趋势更加明显。同时 S_{pass} 较低时， P_W 偏高的情况更为常见，反之亦然。

总体而言， T 与 P_W 的相关性更强，这可能是由于误判会直接引发没有问题的装置被重测甚至退出，延长了任务完成天数；而任务完成天数增加又会测试环节增多、设备持续运行时间累积，可能会导致测手疲劳度上升、设备稳定性下降，进一步增加误判概率；而漏判则会导致有问题的装置错误通过，减少了重测的次数，因而完成天数对其影响较小。

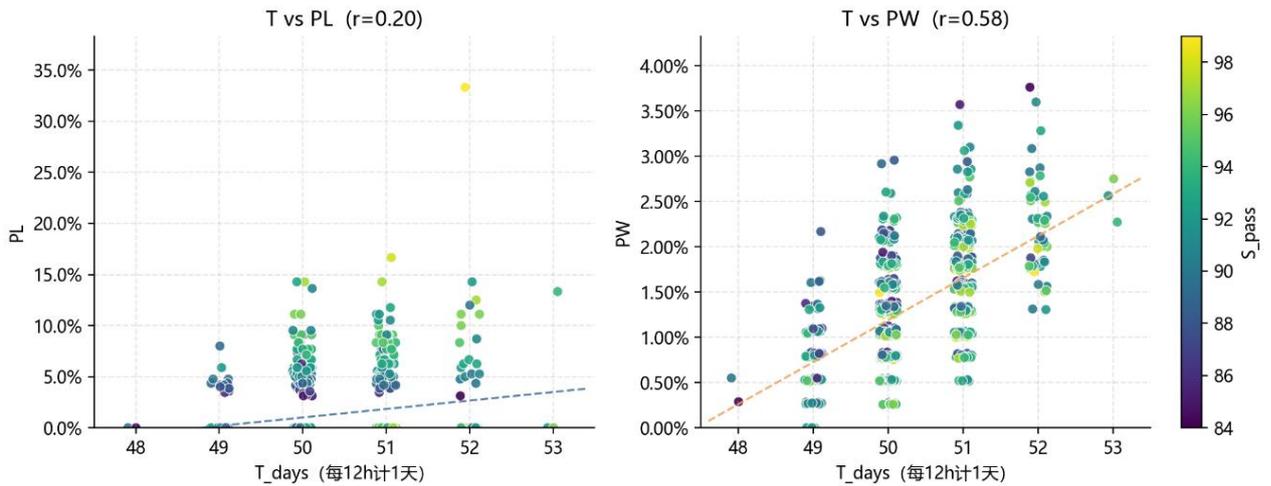


图 5 总漏判概率和总误判概率与完成天数的散点图

5.各测试小组有效工作时间比分析

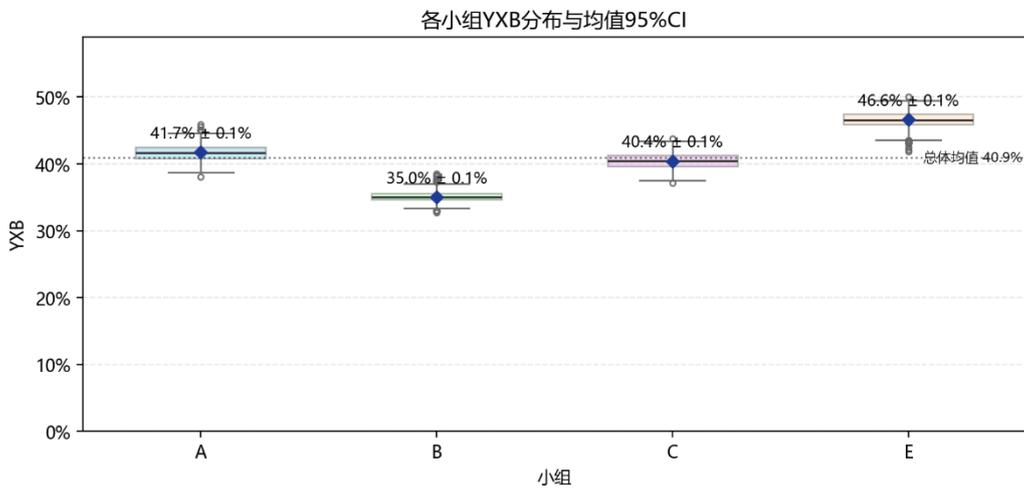


图 6 各工作组有效工作时间比分析

图 6 分析了 4 个测试小组 A,B,C,E 的有效工作时间比及其标准差(0.1%)，同时标注了 95%置信区间 (CI)。具体而言，A 组为 41.7%，B 组为 35.0%，C 组是 40.4%，E 组为 46.6%。从单组效率来看，E 组有效工作时间比值显著高于总体均值；A 组略高于总体均值，C 组接近总体均值，运行稳定性较好；B 组 YXB 值在四组中最低，成为流程效率瓶颈，结合图 3 的各阶段差错次数堆积图，推测 B 子系统固有问题概率和测手差错概率均较高，可能对 B 组的工作效率产生了影响。

从整体分布而言，四组有效工作时间比标准差均为 0.1%，体现出测试工作计划在多班次运行中具有较好的稳定性。同时比值最高组 D 组最低组 B 组相差约 11.6%，离散系数较低，说明测试分队在资源分配、流程调度上均衡性较好实现了较高均衡性，并未出现个别小组极端空闲或或者极端繁忙的情况。

6.每日任务完成情况分析

以第 1000 次仿真结果为例,图 7 通过日历热力图的形式展示了测试小组每日任务完成情况，此次仿真得到的任务完成天数为 52 天。通过每日完成量（总量）日历热力图可知，测试小组的完成总量在多数时段稳定在 2 台/天，在第 5 周和第 6 周的周三总量完成量达到 3 台/天，为全周期高峰；而第 1 周的周一、周四，第 3 周周五等时段总量完成量仅为 1 台/天，属于明显低谷。假设最终通过测试的装置为“合格”，则根据每日完成量（合格）日历热力图可知，合格完成量普遍为 2 台/天，多数时段与总量完成的常规模式相契合，说明生产的产品基本能通过质量检测。但在部分时段，如第 1 周周一、周四，第 3 周周四等，合格完成量降至 1 台/天，与总量低谷时段存在重叠情况。进一步分析每日通过率日历热力图可知，通过率在绝大多数时段维持 1.00 的满值状态，仅在少数时段出现波动，如第 2 周周五通过率为 0.50，而第 5 和 6 周周三通过率为 0.67 等，且这些波动点与合格完成量的低谷时段部分重叠，表明测试节奏变化等因素易引发检测效率波动。

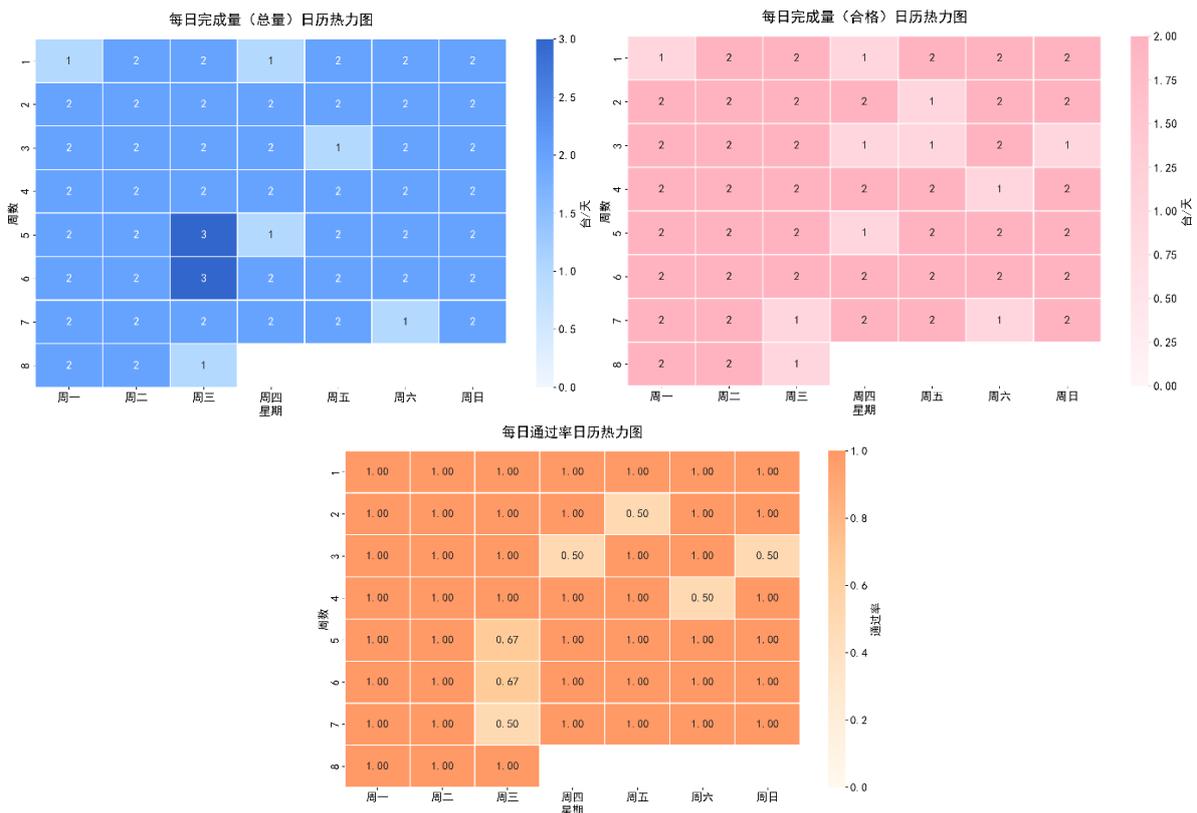


图 7 任务完成情况日历热力图

7.测试流程甘特图

图 8 以仿真运行的第 1000 次结果为例，展示了在当前的测试条件和工作计划下，测试完 100 台装置的完整流程。在第 1 天，装置 1 率先启动测试，依次完成 B,A,C,E 阶段的测试，在此过程中装置 2 同步完成了 A,B,C 子系统的测试；在第 2 天时，装置 2 完成了 E 阶段的测试，同时装置 3 顺利通过了测试，在装置 3 进行测试的同时，装置 4 也完成了前 3 个子系统的测试，在第 3 天时，装置 6 的 A 子系统在测试时出现了

问题，被打回重测；而在第 4 天，推测装置 6 的 E 阶段出现了漏判，并且指向子系统 B，因此子系统 B 又进行了重测。后续进程中各装置的测试任务均按照类似的“串行衔接，阶梯式推进”的形式进行。

从分布规律看，重测任务无明显组间或时间区间偏向性，具有一定随机性；从时长来看，单装置完成全部任务（含重测）的周期大致在 1~2 天，组内相邻装置的测试启动间隔约为 1 天，保障了组内测试的连续性。

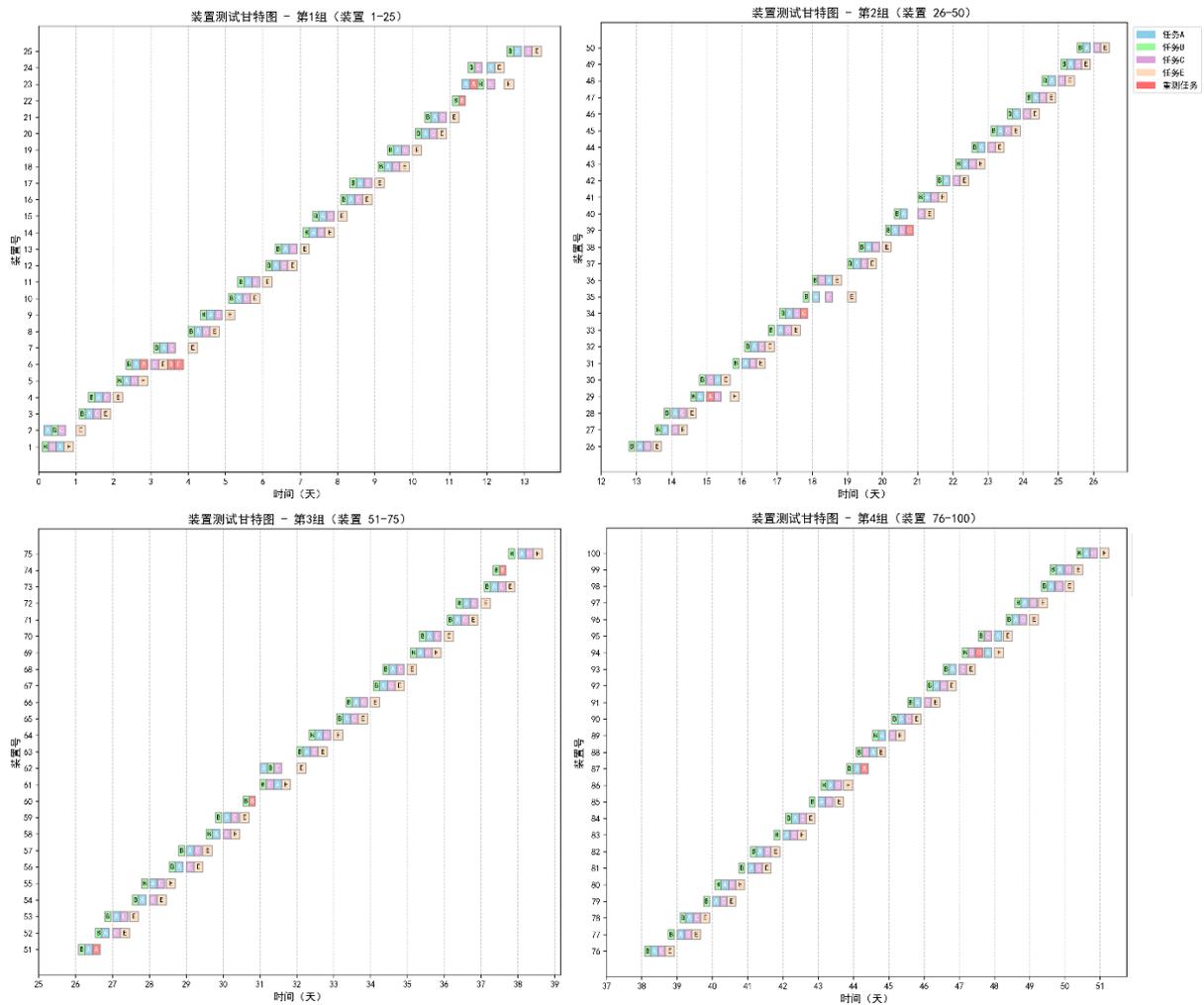


图 8 装置测试甘特图

5 问题三分析与求解

5.1 问题描述与分析

问题三中，为了加快测试进度，设置两个测试分队接续倒班完成 100 个大型装置的测试任务。需要确定每个班次的最优工作时间 K 并制定测试工作计划，仍计算以下各项统计指标：

- 任务完成的平均天数 (T)
- 通过测试的装置的平均数目 (S)
- 总漏判概率 (P_L)
- 总误判概率 (P_W)

- 有效工作时间比 (YXB)

此问题中, 测试任务总目标仍是最小化测试任务所用天数且最小化误判率, 但同时需要考虑最优的 K 值使得所计算的各项统计指标最优。本题仍然使用**离散事件仿真**方法进行建模求解, 不同之处在于班次更换以及 K 值变化。仍然使用**基于最大权子集的离散事件调度算法**进行模型求解, 通过**枚举**多个 K 值并使用**蒙特卡洛仿真**方法多次运行, 比较不同 K 值设置下各项统计指标的优劣, 从而得出最优 K 值。

5.2 离散事件仿真模型构建：双分队接续倒班工作规划

在问题二仿真模型的基础上考虑双分队接续倒班的情况, 枚举不同 K 值, 再次模拟设备的测试过程、设备故障、误判和漏判等情况, 通过设计测试任务安排的调度规则, 尽快完成测试任务并且最小化总漏判率的目标。

5.2.1 模型目标函数及约束条件

(1) 目标函数

问题三仿真模型的总体优化目标不变, 即最小化任务完成时间和总漏判率

$$\min(\alpha T + \beta P_L) \quad (17)$$

(2) 时间约束

问题三涉及到的资源互斥约束、测试流程约束、概率及耗时约束与问题二一致, 但是每班次工作 K 小时, 由两个分队接续倒班, 也就是说每 K 小时需要换一次班, 换班时测试任务会中断。

$$t_{\text{work}} \leq K$$

其中, t_{work} 表示每个班次工作时长, $K \in \{9.0, 9.5, 10.0, 10.5, 11.0, 11.5, 12.0\}$ 。

(3) 协同约束

班次交接: 测试分队 1 的工作时间结束后, 测试分队 2 无缝接续, 不涉及班次交接耗时。

$$\begin{aligned} t_{\text{shift2_start}} &= t_{\text{shift1_end}} \\ \Delta t_{\text{handover}} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

进度同步: 两个测试分队交接后, 测试设备使用时间、校准状态、装置测试进度、测试台状态、重测队列等均进行同步。班次交接过程的状态传递函数

$$\Phi_{\text{handover}} : \mathcal{S}^{(t_1)} \rightarrow \mathcal{S}^{(t_2)}, \text{ 满足 } \mathcal{S}^{(t_2)} = \mathcal{S}^{(t_1)} \quad (19)$$

其中, $\mathcal{S} = \langle \mathcal{E}, \mathcal{D}, \mathcal{B}, \mathcal{Q} \rangle$ 表示全局状态空间, \mathcal{E} 为设备状态空间, \mathcal{D} 装置状态集合, \mathcal{B} 测试台状态集合, \mathcal{Q} 为重测队列状态

5.2.2 模型框架

仿真模型的组成部分包括:

- 实体: 同问题二模型一致, 注意实体状态在测试分队间无缝传递;
- 事件处理机制见图 9。
- 状态变量 $\mathcal{S} = \langle T, \mathcal{D}, \mathcal{B}, \mathcal{E}, \mathcal{Q}, K \rangle$:
 - 装置状态: $\mathcal{D} \in \{\text{done_A/B/C/E}, \text{未测}, \text{通过}, \text{淘汰}, \text{待重测}\}$

- 设备状态: $\mathcal{E} \in \{\text{闲置, 校准中, 故障}\}$
- 测试台状态: $\mathcal{B} \in \{0,1\}$
- 重测队列: $\mathcal{Q} = (q_A, q_B, q_C, q_E)$
- 时间状态: $\mathcal{T} \in \{t \text{ (当前时间)}, \text{mod } K \text{ (连续班次标记)}\}$
- 班次时长: $9 \leq K \leq 12$

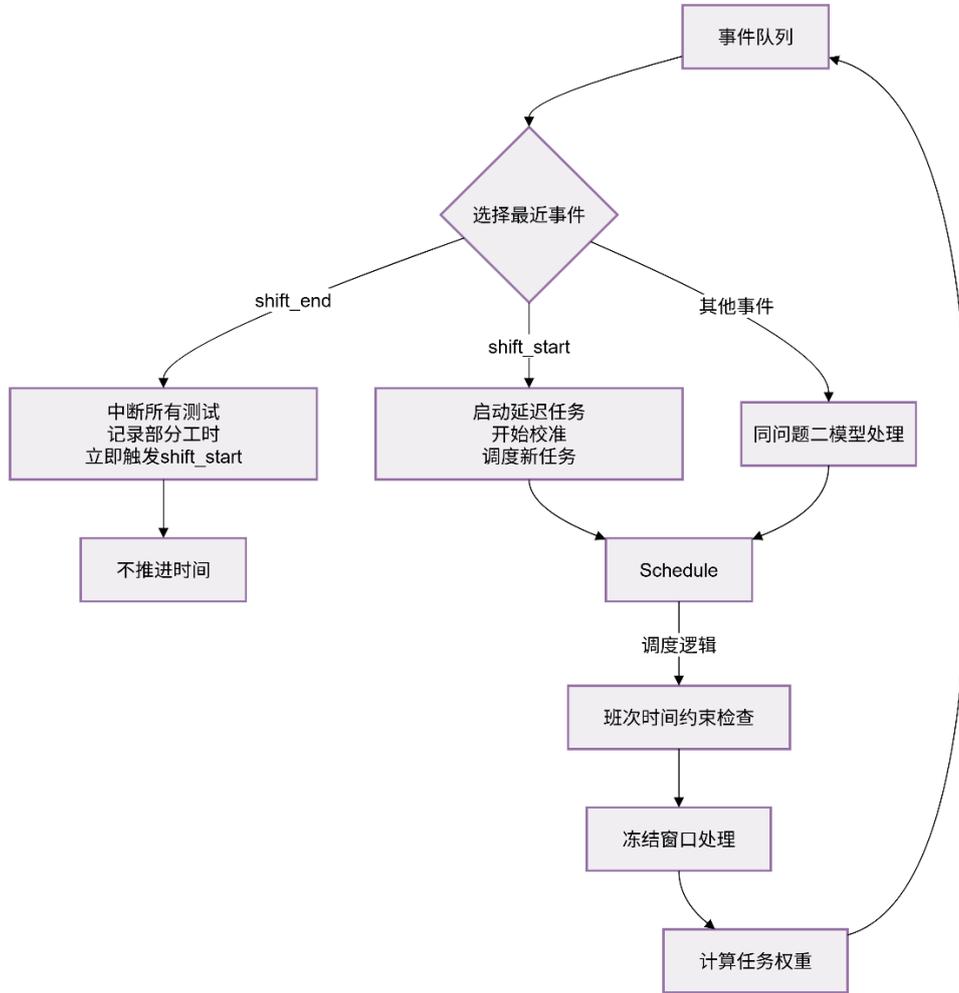


图 9 问题三模型事件处理机制

5.2.3 统计指标计算

单次仿真任务结束时，计算以下指标：

任务完成天数 (T_i)：从项目起点到最后一个装置完成测试所经过的天数（向上取整）。

通过装置数 (S_i)：通过测试的装置数量（完成所有测试且未被淘汰）。

蒙特卡洛验证：

任务完成平均天数 $T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i$ ，其中 N 为独立仿真次数。

通过装置平均数目 $S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i$ 。

总漏判概率 (P_L): 总漏判次数/真实异常总数, 即 $P_L = \frac{\sum_{\theta=1} FP}{\sum_{\theta=1}$ 。

总误判概率 (P_W): 总误判次数/真实正常总数, 即 $P_W = \frac{\sum_{\theta=0} FN}{\sum_{\theta=0}$ 。

有效工作时间比 (YXB): 小组每班次平均测试时间/ K 。

5.3 问题求解

5.3.1 基于最大权子集的两班制离散事件调度算法求解 (DES-MWS-2S)

为适配第三问的两班制约束 (每日两班、每班 $K \in [9,12]$ 小时), 本文将每个决策时刻 t 的调度归约为一个小规模的最大权子集选择问题, 并在离散事件仿真 (DES) 框架下以精确枚举法求解。核心思想与第二问一致, 但将“在班判定”与“剩余班时”改写为两班结构, 并在外层对 K 做离散网格搜索确定最优班长。

首先定义两班工作窗。以日为周期, 设:

$$Shift_1 = [0, K), \quad Shift_2 = [K, 2K), \quad (20)$$

则:

$$inShift_k(t) \equiv (t \bmod 24) \in Shift_1 \cup Shift_2, \quad (21)$$

$$rem_k(t) = \begin{cases} K - (t \bmod 24), & (t \bmod 24) \in Shift_1, \\ 2K - (t \bmod 24), & (t \bmod 24) \in Shift_2, \\ 0, & otherwise. \end{cases} \quad (22)$$

任一测试/校准/换台均须满足不跨班: $rem_k(t) \geq p_X$ 。设备寿命、两段式失效与更换-校准沿第 4.2 节一致; 若设备可用窗口 $W_g(t) < p_X$, 先执行主动更换和校准事件, 再进入下一次决策, 避免进行中断。

在班内的决策时刻 t , 构造候选集:

$$\Omega(t) \subseteq \Phi \times D_t \times Y, \quad (23)$$

其中 $(g, d, X) \in \Omega(t)$ 当且仅当: 组 g 空闲且已校准; 装置 d 在台且空闲; 若 $X \in \{A, B, C\}$, 则该阶段未首测完成或在重测队列; 若 $X = E$, 则 $A/B/C$ 首测已完成且 E 未完或 E 在重测队列; 并且满足不跨班 $rem(t) \geq p_X$ 。对每个候选 $i = (g, d, X) \in \Omega(t)$ 引入二元变量 $x_i \in \{0,1\}$, 一次决策的优化模型为:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in \Omega(t)} W_i(t) x_i \\ & s.t. \begin{cases} \sum_{\substack{i \in \Omega(t) \\ grp(i)=g}} x_i \leq 1, \forall g \\ \sum_{\substack{i \in \Omega(t) \\ dev(i)=d}} x_i \leq 1, \forall d \\ \sum_{i \in \Omega(t)} x_i \leq 2, \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

其中, 3 条约束分别对应组互斥、装置互斥、并行上限=2。权重采用线性、可解释形式:

$$W_i(t) = W_{base}(X, is_retest) + \alpha \frac{p_x}{rem(t)} + \beta Q_x + \gamma_1 \mathbb{I}[done_d(A) + done_d(B) + done_d(C) \geq 2] + \gamma_2 \mathbb{I}[ready\ for\ E] \quad (25)$$

其中, W_{base} 表示优先策略, 即 重测 $> E > B > A \approx C$; $rem_k(t)$ 表示两班在班判定与剩余班时; p_x 为该工序时长; q_x 为该工序重测拥堵量; 余项分别为奖励“推进到 E 的进度”和“E 就绪”。

求解方面, $|C_k(t)|$ 极小 (空闲组 ≤ 4 , 在台可测装置 ≤ 2), 直接对满足互斥的**无冲突子集**做**精确枚举**并限制子集大小 ≤ 2 , 计算权重和取最大者, 可得全局最优选择。该选择器嵌入 DES 的事件循环: 在“任务/校准/换台结束、收班/开班”等事件后执行一次选择, 随后系统时间推进至下一最早事件 (含两班的收班边界)。

为确定最优班长 K^* , 在外层进行离散网格搜索:

$$K = \{9.0, 9.5, 10.0, 10.5, 11.0, 11.5, 12.0\} \quad (26)$$

对每个 K 独立运行 1000 次蒙特卡洛仿真实验, 得到 T 、 $YXB_g(K)$ 等指标结果, 并根据结果选择最优参数 K^* 。

同样的, 本文权重函数中的各项参数均具体如下:

基准优先级 W_{base} : 重测任务设定为 1100; E 工序为 360; B 工序为 170; A 与 C 工序均为 135。

班末贴合系数 α : 设为 60, 使得工序时长与剩余班时的比值在权重中起到显著作用。

队列压力系数 β : 设为 8, 使得拥堵工序的排队量 q_x 会按比例直接增加权重。

进度奖励系数 γ : 当某装置的 $A/B/C$ 已完成两项时, 额外奖励 35;

E 就绪奖励系数 δ : 当装置满足进入 E 的条件时, 额外奖励 70。

5.3.2 结果分析

本部分基于最大权子集的两班制离散事件调度算法 (DES-MWS-2S) 完成了问题三的求解。该算法以离散事件仿真 (DES) 为框架, 将每个决策时刻的调度归约为最大权子集选择问题, 通过精确枚举满足资源互斥、工艺资格与不跨班约束的候选任务子集, 结合线性可解释的权重函数选取最优任务组合, 同时在外层对班次时长 $K=\{9,9.5,10,10.5,11,11.5,12\}$ 进行离散网格搜索, 最终通过 1000 次蒙特卡洛仿真实验获得不同 K 值下的核心统计指标, 如表 9 所示。

基于表 9 中的统计指标绘制多指标折线图如图 10 所示。在任务效率类指标中, 平均完成时间 T 的折线 $K=11.5$ 时最低, 为 25.29 天; 在 $K=10.0$ 时达到峰值 30.09 天; 而通过测试的平均装置数目 S 整体维持在 92.40~92.47 之间, 波动极小, 说明 K 值对装置通过总量影响较小, 测试系统在不同 K 值下均能保持较高的装置通过能力;

在质量控制类指标中, 平均漏报率 P_L 在 $K=10.0$ 时达到最高 (0.012603), $K=9.5$ 时最低 (0.007963); 平均误报率 P_W 则相对稳定, 在 0.014413~0.014650 区间内小幅波动, 其中在 $K=11.5$ 时最低。这总体反映出 K 值对误报率的调节作用弱于漏报率。

而在工作效率指标中, A 、 B 、 C 、 E 组小组有效时间工作比折线在 $K=11.5$ 时均达到各自峰值, 而 $K=10.0$ 时普遍最低, 直观体现出 $K=11.5$ 时测试小组的工作效率更高, 与表 9 中各小组 YXB 值的变化相对应。

表 9 问题三结果统计指标

K	T	S	PL	Pw	YXB1	YXB2	YXB3	YXB4
9.0	26.51	92.40	0.010767	0.014650	0.400374	0.337000	0.389459	0.447030
9.5	27.45	92.43	0.007963	0.014551	0.387164	0.324535	0.375149	0.430732
10.0	30.09	92.47	0.012603	0.014440	0.351375	0.296777	0.343425	0.393908
10.5	29.01	92.45	0.009250	0.014552	0.366395	0.308157	0.356491	0.409819
11.0	29.58	92.42	0.008657	0.014518	0.357650	0.301118	0.348596	0.399517
11.5	25.29	92.40	0.011997	0.014413	0.417558	0.351526	0.405604	0.466276
12.0	25.94	92.42	0.008855	0.014568	0.408307	0.343455	0.396472	0.455628

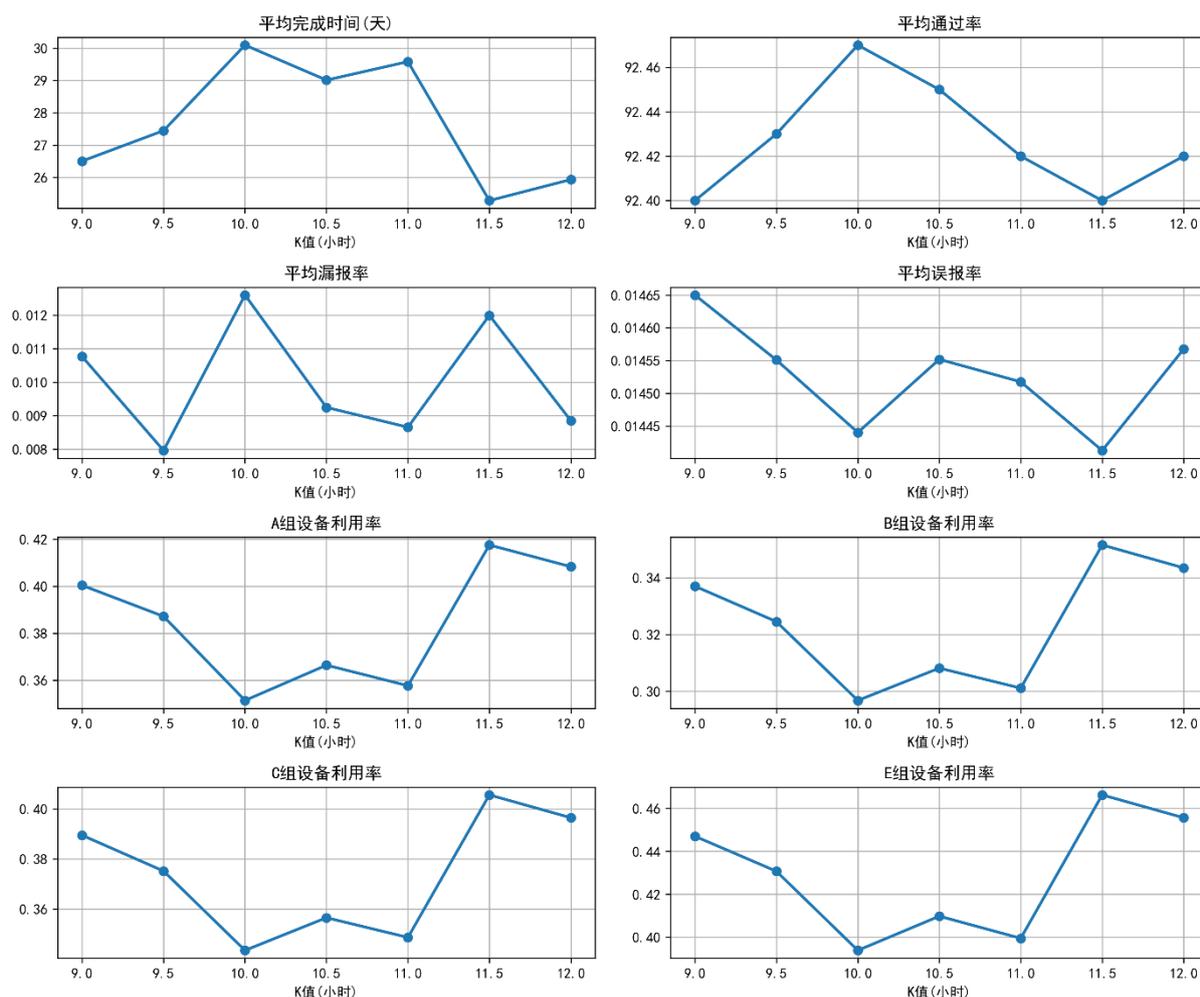


图 10 多指标折线图

进一步将表 9 中的各指标进行归一化处理，得到综合不同 K 值和指标的雷达图如图 9 所示。由图 11 可以直观看出，K=11.5 时对应的多边形在“通过测试装置数”维度接近最大值（归一化值 0.98），与表 9 中 S 高稳定性一致；“平均完成时间”维度接近最小值（归一化值 0.03），对应图 8 中折线图的峰值特征；“漏判概率”和“误判概率”维度归一化值分别为 0.12 和 0.05，处于所有 K 值较优区间。

值得注意的是，雷达图中 4 个小组的有效工作时间比的归一化值均维持在 0.85 以上，且标准差仅为 0.04，体现了较强的资源分配均衡性，这也表明了 K = 11.5 时系统不

仅实现单组资源高效利用，更达成多组协同优化。相比之下， $K=10.0$ 时虽然平均完成时间最低，四个小组有效工作比维度均凹陷，综合性能失衡； $K=9.5$ 时虽然漏判概率最优，但平均完成时间和四个小组有效工作比均处劣势。

综上所述， $K=11.5$ 时，系统在 4.3.1 算法调度下，实现了任务效率、质量控制与工作效率的协同优化，综合性能最优。因而选择 $K=11.5$ 作为两个测试分队的工作时长。（另附 $K=11.5$ 时仿真流程甘特图见附录 A）

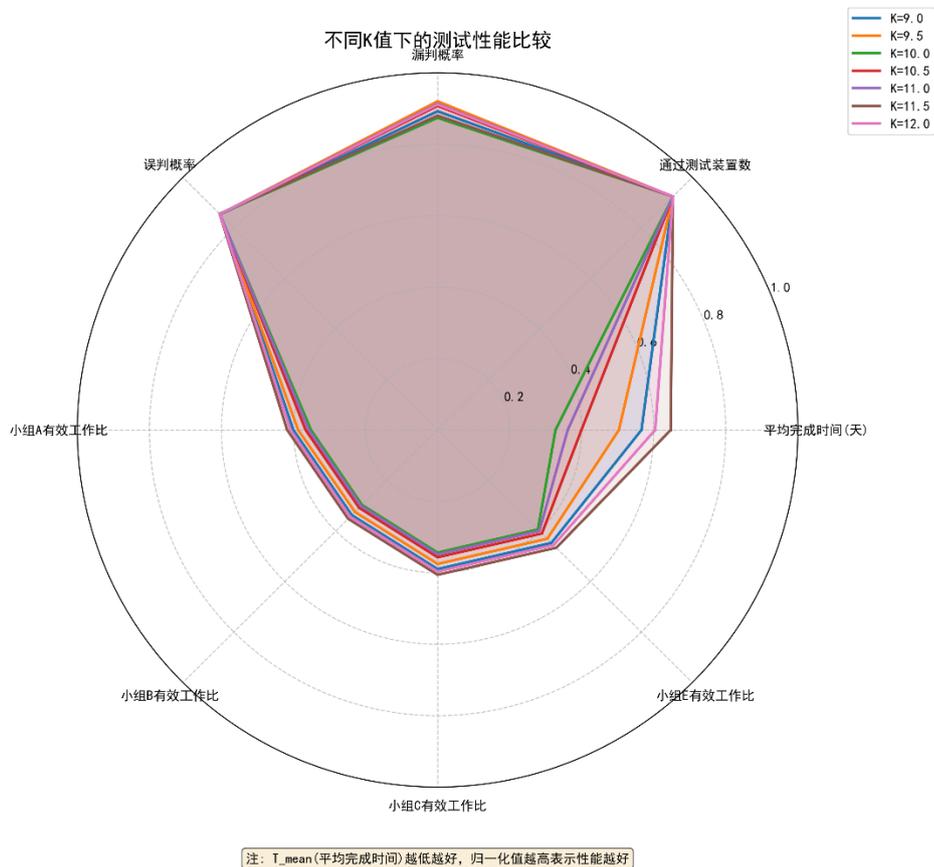


图 11 不同 K 值下的测试性能比较雷达图

6 问题四

6.1 问题描述与分析

在问题三中，为了加快测试进度，我们已确定了最优的工作时间 $K=11.5$ ，并完成两个测试分队交替倒班的工作计划制定。然而，测试任务平均完成时间依赖于多个影响因素，包括设备寿命、测手误判和漏判概率、各子系统测试时长、装置换台时长等。

本题需要分析明确测试任务平均完成时间 T 的可能影响因素，采用控制变量法，结合仿真模型运行结果进行敏感度分析，考察各关键因素对 T 的影响，从而为测试工作优化提供相关建议。

- 测手误判率/漏判率
- 测试设备调试校准时长
- 测试设备最大使用寿命
- 装置换台时长
- 测试组 A/B/C/E 测试时长

6.2 关键因素敏感度分析

6.2.1 关键因素确定

为了系统性地分析各因素对测试任务完成时间及测试质量的影响，我们选择使用控制变量法。通过单独改变一个变量并固定其他变量，从而观察该变量对测试任务平均完成时间 T 的影响。主要考虑以下关键变量：

6.2.2 方法步骤

- (1) 设定初始参数：首先将问题三设定为基准情境，即初始的误判率、漏判率、设备寿命等。
- (2) 逐步调整变量：保持其他变量基准值不变，控制一个变量并逐步调整其数值。
- (3) 运行仿真模型：在每个变量调整情景下运行离散事件仿真模型，采用蒙特卡洛仿真方法各独立运行 1000 次，记录各项统计指标的变化。
- (4) 比较结果：根据仿真结果，比较不同变量调整下的优化效果。

仿真结果主要与基准情境下的测试任务平均完成时间 $T = 25.27$ 进行比较，涉及到如下计算公式：

$$\Delta T = T' - T$$

$$\text{相对变化率} = \frac{\Delta T}{T} \quad (27)$$

其中， T' 为变量调整后的平均未完成时间。

6.2.3 仿真结果分析

表 10 中列举了 8 种关键因素变量改善 10% 仿真场景以及问题三的基准情景仿真结果，其中 Tstd 表示测试任务完成时间的标准差，代表了任务完成时间的波动程度； ΔT 反映了任务完成时间相对于基准情景的绝对变化；相对变化率表示这些变化相对于基准情景的百分比。可以看出，在所有不同的调整场景下，测试任务的完成时间 T 较基准值均有不同程度的减少，其中测试小组 B 时间调整的改善效果最显著（见图 12），而装置换台时长的调整使得仿真模型结果的波动明显下降，有利于减少测试过程不确定性。

表 10 关键因素调整仿真结果

变量调整场景	K	T	Tstd	ΔT	相对变化率(%)
测试小组 B 时长×90%	11.5	24.93	0.3258	-0.34	-1.345468935
测试小组 E 时长×90%	11.5	24.98	0.3755	-0.29	-1.147605857
装置换台时长×90%	11.5	24.99	0.3013	-0.28	-1.108033241
测试小组 C 时长×90%	11.5	25.1	0.3624	-0.17	-0.672734468
测试小组 A 时长×90%	11.5	25.13	0.4181	-0.14	-0.55401662
测试设备校准时长×90%	11.5	25.21	0.4333	-0.06	-0.237435694

变量调整场景	K	T	Tstd	ΔT	相对变化率(%)
寿命 $\times 110\%$	11.5	25.23	0.4462	-0.04	-0.158290463
FP/FN $\times 90\%$	11.5	25.24	0.4292	-0.03	-0.118717847
基准情景	11.5	25.27	0.4462	0	0

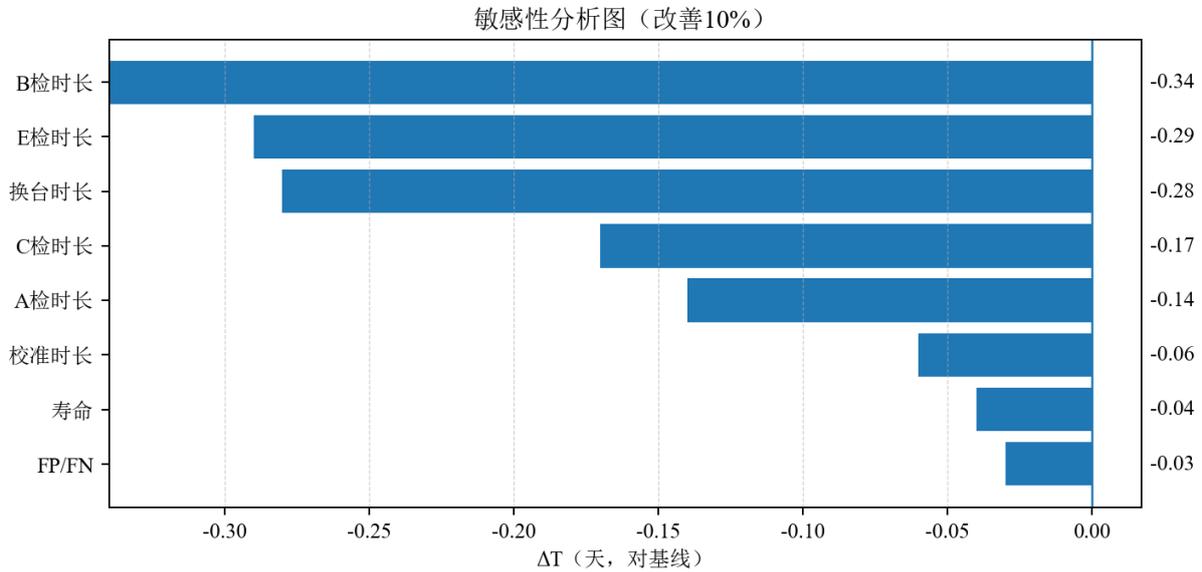


图 12 关键因素改善效果

6.3 优化建议

(1) 优先优化小组 B 和 E 的测试时长

测试小组 B 时间调整对任务完成时间的影响最大（相对变化率为 -1.35%），测试小组 E 时间调整次之（相对变化率为 -1.14%），建议通过优化测试小组 B 和 E 的时间安排来提高整体效率。例如，通过增加测试人员的经验或改进测试流程，减少时间浪费。

(2) 缩短装置换台时间：

通过问题三工作计划 $K=11.5$ 时的甘特图（见附录 A）可以看出，为了优化目标函数，测试任务调度过程中涉及到频繁的装置换台事件。根据敏感性分析结果能看出优化 10%换台时长可有效降低测试任务平均完成时长 0.28 天，任务完成时间标准差获得最小值 0.3013，不确定性波动明显改善。业务层面建议简化装置运输过程，引入自动化设备以减少人工操作带来的时间延迟。

(3) 误判/漏判（FP/FN）的控制：

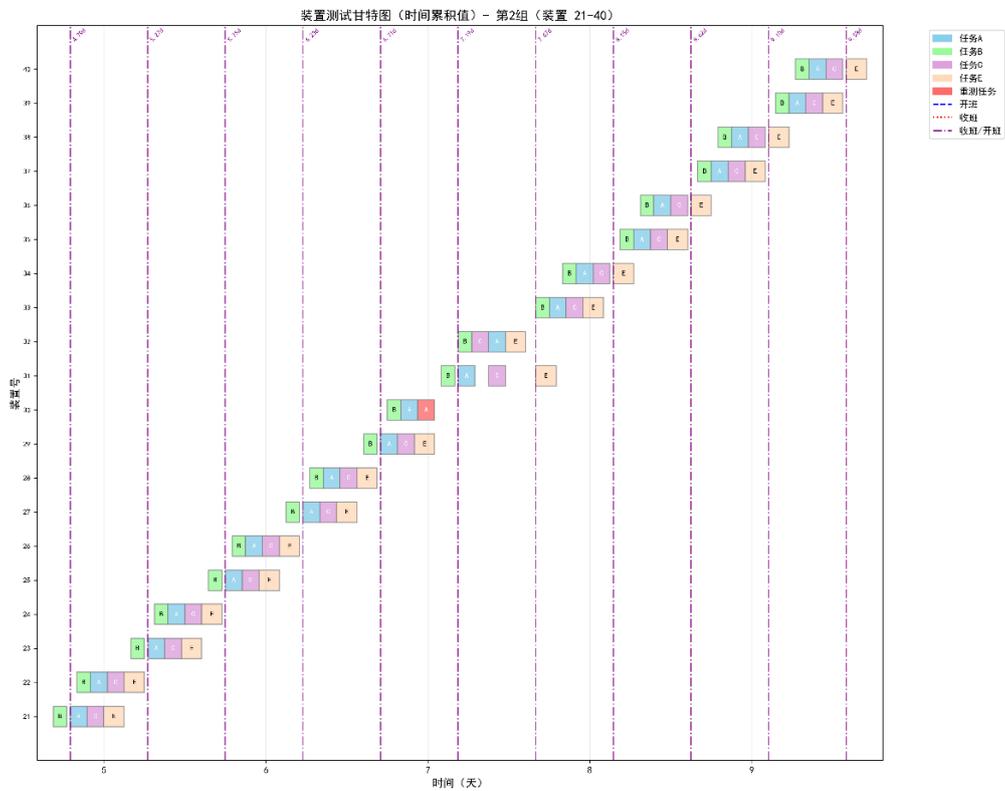
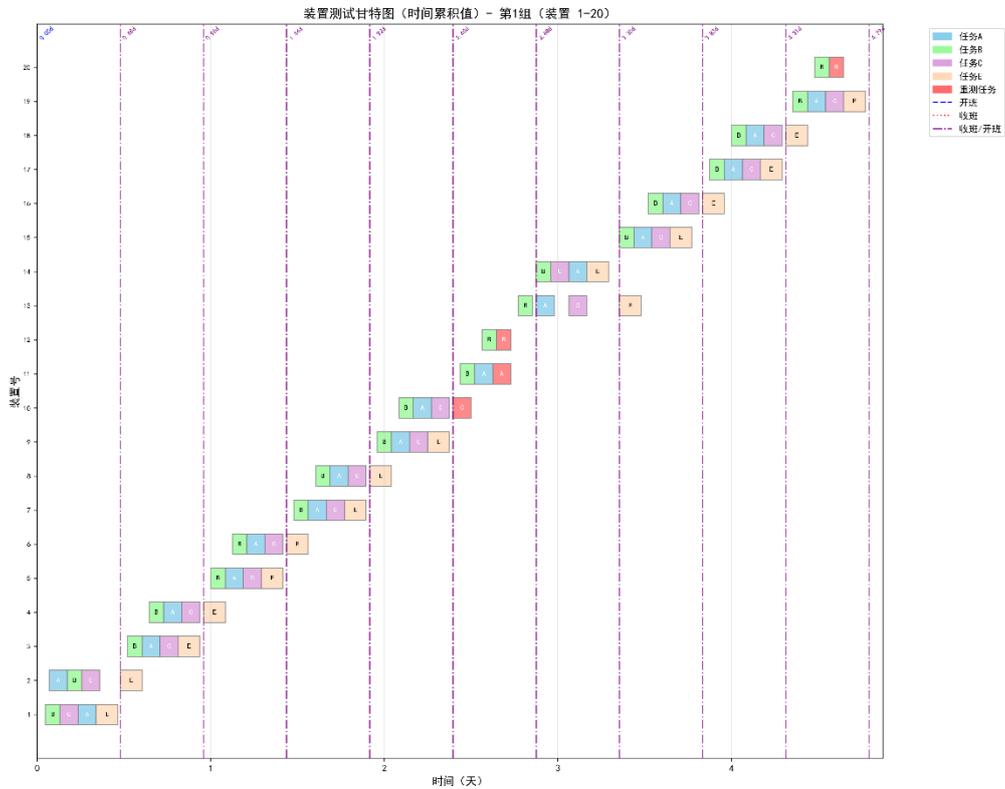
虽然误判和漏判的调整对任务完成时间的变化较小，但标准差有明显下降，说明随着误判和漏判概率降低，测试过程的不确定性减少。业务层面建议引入更先进的检测技术或加强测试人员培训来提高测试人员的准确性，从而提高测试质量并降低后续重测次数。

参考文献

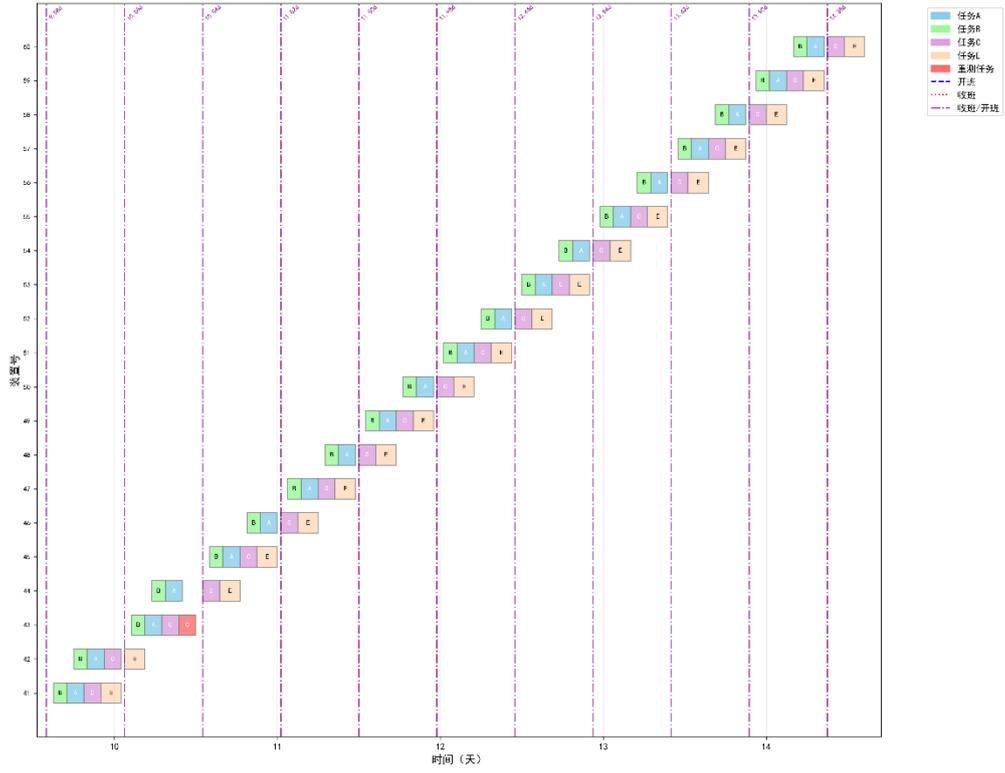
- [1] Caruso CC. Negative impacts of shiftwork and long work hours. *Rehabilitation Nursing Journal*. 2014;39:16-25.
- [2] Matre D, Skogstad M, Sterud T, Nordby K-C, Knardahl S, Christensen JO, et al. Safety incidents associated with extended working hours. A systematic review and meta-analysis. *Scandinavian journal of work, environment & health*. 2021;47:415.
- [3] Covassin N, Singh P, Somers VK. Keeping up with the clock: circadian disruption and obesity risk. *Hypertension*. 2016;68:1081-90.
- [4] Lowden A, Öztürk G, Reynolds A, Bjorvatn B. Working Time Society consensus statements: Evidence based interventions using light to improve circadian adaptation to working hours. *Industrial health*. 2019;57:213-27.
- [5] Negahban A, Smith JS. Simulation for manufacturing system design and operation: Literature review and analysis. *Journal of manufacturing systems*. 2014;33:241-61.
- [6] Gurubhagavatula I, Barger LK, Barnes CM, Basner M, Boivin DB, Dawson D, et al. Guiding principles for determining work shift duration and addressing the effects of work shift duration on performance, safety, and health: guidance from the American Academy of Sleep Medicine and the Sleep Research Society. *Sleep*. 2021;44:zsab161.
- [7] Chen W, Bottoms W. Heterogeneous integration roadmap. 2017 International Conference on Electronics Packaging (ICEP): IEEE; 2017. p. 302-5.

附录

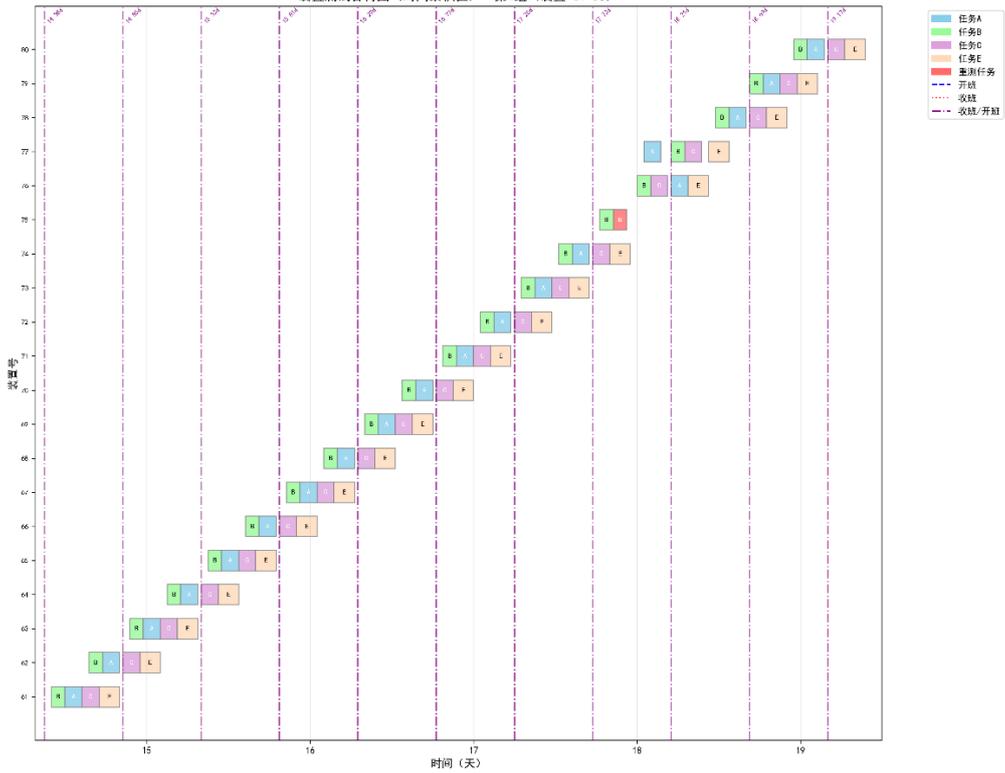
附录 A: K=11.5 时装置测试甘特图

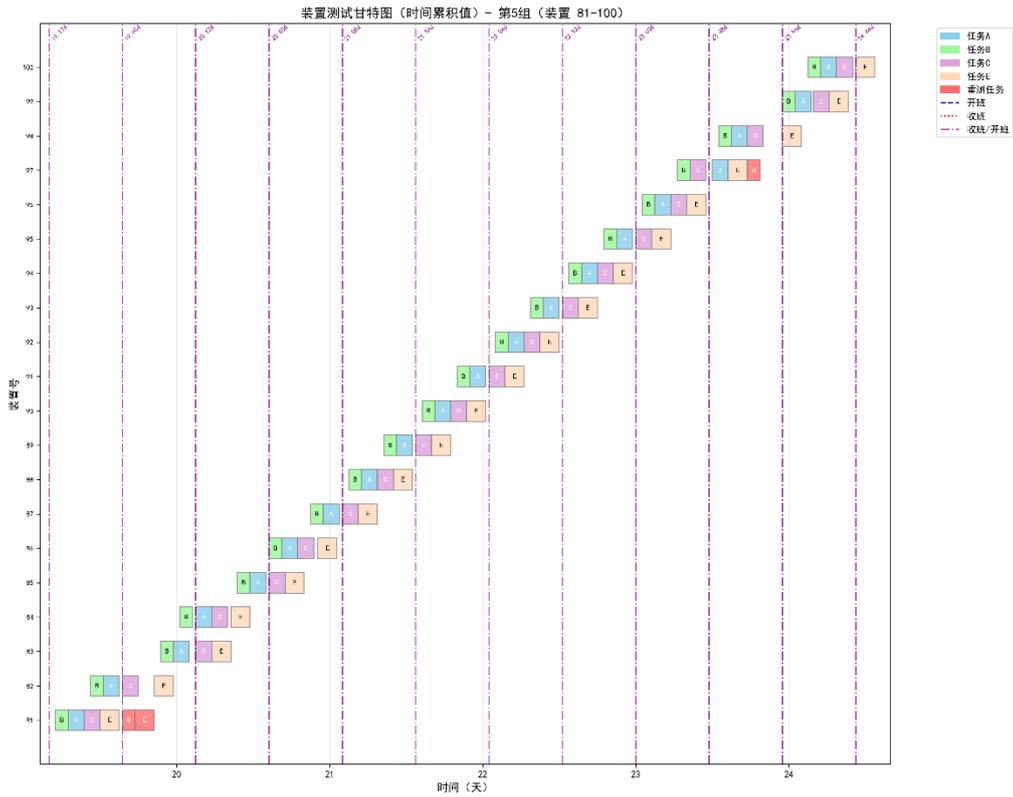


装置测试甘特图（时间累积值）- 第3组（装置 41-60）



装置测试甘特图（时间累积值）- 第4组（装置 61-80）





附录 B:支撑材料列表

支撑材料列表

序号	文件名	材料说明
1	A_1.m	问题一的求解算法
2	A_2.py	问题二的求解算法
3	A_3.py	问题三的求解算法
4	A_4.py	问题四的求解算法