

2022 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

D 题 气象报文信息卫星通信传输

在某些紧急救援任务中，需要进行物资空投。在地面通信系统瘫痪的情形下，为了更好地获得准确完整的地面气象观测信息，通常对任务区域的重要目标点采用派遣气象分队的方式来获取实时气象数据，通过卫星通信传输数据，从而保障救援任务的顺利完成。

现需派遣多支气象分队前往多个区域进行地面气象观测保障任务。一支气象分队在一个区域的三个不同地点设立 1 个观测主站，2 个观测副站（主站编号 1, 2, 3, …；副站编号 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b, …）。主站部署车载型卫星通信设备 1 套，副站各部署便携型卫星通信设备 1 套。两类卫星通信设备相关性能指标如下：

- (1) 所有观测站之间只能依靠卫星通信设备进行点到点通信，且通信不受空间距离的限制。
- (2) 由于受到周边电磁环境的干扰，便携型卫星通信设备发送和接收消息的成功率均为 80%，但车载型卫星通信设备发送和接收消息的成功率不受影响，均为 100%。
- (3) 收发消息的主要内容为气象报文信息（简称气象报文），一条气象报文内容（含所属站点编号）包含 100 个字符，每条消息最多可包含 158 个字符。同一条气象报文可分割成上下两个半段分别传输。
- (4) 每部卫星通信设备每次只能发送一条消息，发送两条消息的时间间隔不能小于 1 分钟；收发通道相互独立，在发送消息时，可同时接收任意多条消息；发送和接收消息的时间非常短，可忽略。
- (5) 副站不知道本站所发送消息是否被成功接收。

现拟派遣 N 支分队执行任务，要求每小时各分队所属主副站对所在地的气象信息进行一次采集，并按下列要求通过卫星通信设备进行气象报文的信息共享，这里，气象报文的信息共享是指任意一个观测站采集的气象信息应被成功转发到其他所有观测站。

问题 1 (1) 要求在 K 分钟内完成 N (≥ 5) 支分队主站间气象报文的信息共享，请研究 K 的最小值与 N 的关系，并建立 K 分钟内实现 N 个主站间气象报文信息共享的一般传输模型。

(2) 在上述模型中，取 $N = 9$ ，给出 K 的相应最小值，并根据一般传输模型给出此时主站间气象报文的信息共享方案，将结果按表 1 的格式填报。填报结果时，注意消息的完整性，例如：在“发送信息所属站点序号”一栏中填写“5”，表示本轮所发送消息来自于第 5 号主站，

表 1 主站气象报文的传输方案 ($N = \dots, K = \dots$)

传输轮 数序号	发送站点 序号	接收站点 序号	发送信息所属站点序 号（含信息完整性）	此轮后接收站点已有信息 所属站点序号（含信息完整性）
1	1			
...
1	N			
...
K	1			
...
K	N			

是一条完整气象信息；而填写“5(1)”“5(2)”则分别表示本轮所发送消息来自于第5号主站的上半段与下半段气象信息。

问题2 为了提高气象信息的地理密度，除了实现主站间气象报文的信息共享外，还需要使用副站气象信息加以补充。

(1) 若要求在 K 分钟内完成 N 个主站间气象报文的信息共享，且每个主站满足条件：对每支分队，成功接收该分队至少一个副站的气象报文的概率不低于 0.9。请就 $K (\geq 5)$ 的情形，研究 N 的最大值与 K 的关系，并建立 K 分钟内满足以上条件的信息传输的一般模型。若主站间气象报文信息共享的传输方案与问题1相同，则只需给出副站气象报文的传输方案。

(2) 对于 $K = 7$ ，给出 N 的最大值，并根据一般传输模型给出此时副站气象报文的传输方案，将结果按表2的格式填报。求出在你们的传输方案下平均有多少个主站能成功接收每支分队至少一个副站的气象报文，以及任一主站平均能成功接收多少个副站的气象报文。

表2 副站气象报文的传输方案 ($N = \dots, K = \dots$)

传输轮数序号	发送站点序号	接收站点序号	发送信息所属站点序号 (含信息完整性)
1			
...
1			
...
K			
...
K			

问题3 若要求在 $K = 8$ 分钟内完成 N 个主站间气象报文的信息共享，且每个主站满足条件：对每支分队，成功接收该分队至少一个副站的气象报文的概率不低于 0.97，请给出 N 的最大值，并给出此时主站间气象报文信息共享的传输方案与副站气象报文信息的传输方案，将前者按表1的格式填报，后者按表2的格式填报。求出在你们的传输方案下平均有多少个主站能成功接收每支分队至少一个副站的气象报文，以及任一主站平均能成功接收多少个副站的气象报文。